

Министерство науки и высшего образования РФ
Сыктывкарский государственный университет
имени Питирима Сорокина



СЫКТЫВКАРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
имени Питирима Сорокина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА В ШКОЛЕ И ВУЗЕ: СОДЕРЖАНИЕ И ТЕХНОЛОГИИ

Материалы

*43-го Международного научного семинара преподавателей математики
и информатики университетов и педагогических вузов*

26–28 сентября 2024 года

Сыктывкар
Издательство СГУ им. Питирима Сорокина
2024

УДК 51(082)
ББК 74.262.21(082)
М34

*Издается по решению редакционно-
издательского совета ФГБОУ ВО
«СГУ им. Питирима Сорокина»
(протокол № 5 от 12.07.2024)*

Редакционная коллегия

А.Г. Мордкович (основатель и руководитель семинара), д-р пед. наук, профессор
А.В. Ястребов (руководитель семинара), д-р пед. наук, профессор
Ю.А. Дробышев (руководитель семинара), д-р пед. наук, профессор
И.Е. Малова (руководитель семинара), д-р пед. наук, профессор
Н.И. Попов (ответственный редактор), д-р пед. наук, профессор

М34 Математическая подготовка в школе и вузе: содержание и технологии : материалы 43-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2024. – 416 с.

ISBN 978-5-87661-916-7

В сборнике представлены статьи участников Семинара: преподавателей вузов, научных сотрудников, учителей школ, аспирантов и студентов из России и Беларуси. Научные статьи охватывают широкий спектр вопросов, посвященных развитию математики и математического образования. Обсуждаются актуальные проблемы подготовки учителей математики и информатики, преподавания математики в вузе, обучения математике в школе. Представлены различные аспекты истории и методологии математики, математических исследований, компьютерных наук. Издание может быть полезно широкому кругу лиц.

ISBN 978-5-87661-916-7

© Коллектив авторов, 2024

© ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина», 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ	8
<i>Гриншкун В.В.</i> Влияние цифровых технологий на развитие систем обучения школьников.....	8
<i>Ястребов А.В.</i> Концепция моделирования исследовательской деятельности в учебном процессе	11
<i>Боровских А.В.</i> Содержание и содержимое школьного математического образования	15
<i>Смирнов В.А., Смирнова И.М.</i> О путях повышения качества обучения геометрии в старших классах	19
<i>Мокрушин А.Н.</i> Перспективы использования телеграм-канала историко-математического содержания в процессе обучения математике	23
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ	28
<i>Антонова Е.И.</i> Методическое сопровождение учебного курса «Вероятность и статистика» в условиях реализации обновленного ФГОС ООО и федеральной рабочей программы по математике	28
<i>Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н.</i> Применение технологий виртуальной реальности для организации исследовательской деятельности студентов в области стереометрии	31
<i>Галямова Э.Х.</i> Из опыта разработки и использования цифровых симуляторов в педагогическом вузе	35
<i>Гельфман Э.Г., Пенская Ю.К., Подстригич А.Г., Просвинова И.Г.</i> Развитие самостоятельности будущих учителей математики	39
<i>Деца Е.И., Стесева О.И.</i> О месте рекуррентных соотношений в предметной подготовке учителя математики	44
<i>Евелина Л.Н., Кечина О.М.</i> Монотонность функции: от теории к практике.....	48
<i>Иванюк М.Е.</i> Использование программных средств в подготовке учителей математики	52
<i>Игошин В.И.</i> О методике изучения понятия доказательства и аксиоматического метода бакалаврами и магистрами педагогического образования	55
<i>Карпова Т.Н., Буракова Г.Ю.</i> Формирование целостного представления о классе элементарных функций у будущих учителей математики при изучении свойств функций.....	60
<i>Попов В.А.</i> Исследовательские задачи на делимость в системах счисления, отличных от десятичной.....	64
<i>Попов Н.И., Канева Е.А.</i> Диагностика формирования познавательного интереса учащихся к математике и эмоционального интеллекта будущих учителей математики и информатики	68

<i>Самуйленкова О.В.</i> Логическое мышление студентов: применение упражнений для развития логики.....	71
<i>Сангалова М.Е., Федорова С.В., Фролова Э.В.</i> Обучение математике иностранных студентов в педагогическом вузе	75
<i>Тимофеева И.Л.</i> Об опыте проведения курса теоретико-множественного содержания в магистратуре по направлению подготовки «Педагогическое образование»	79
<i>Уляшова Н.Г.</i> О некоторых вопросах методики обучения геометрии в подготовке будущих учителей.....	83
<i>Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н.</i> О решении задач в целых числах	89
<i>Яковлева Е.В.</i> Актуальные вопросы математической подготовки будущих учителей в вузе	92
АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ.....	98
<i>Аркина К.Г.</i> Специфика преподавания высшей математики в современных условиях	98
<i>Баженов И.И.</i> Из опыта использования цифровой образовательной среды в преподавании математики	101
<i>Берг Д.Б., Белоусова В.И., Нигаматуллина Ж.Р.</i> Проблема разрешения противоречия между реальным уровнем математической подготовки выпускников школ и предъявляемыми требованиями технических вузов.....	105
<i>Воронов М.В.</i> Роль и место профессионально-ориентированных технологий в современной вузовской подготовке.....	109
<i>Гаваза Т.А., Удалова Ю.А.</i> Структура и содержание дисциплины «Анализ данных» для гуманитарных направлений подготовки ПсковГУ	113
<i>Герасименко П.В.</i> Актуальные задачи по совершенствованию преподавания математики бакалаврам направления «Экономика» в инженерных вузах	118
<i>Гольщикова М.С.</i> Комбинирование преподавания математического анализа очно и с использованием микрокурсов студентам математического профиля подготовки педагогического университета.....	122
<i>Дейнега С.А.</i> О комплексном использовании метода проектов и технологии модульного обучения при изучении начертательной геометрии в техническом вузе.....	127
<i>Дробышева И.В.</i> Интеграция аудиторной и внеаудиторной работы по математике как средство совершенствования подготовки студентов к профессиональной деятельности.....	131
<i>Евсеева Е.Г., Коняева Ю.Ю.</i> Использование систем компьютерной математики в обучении теории вероятностей и математической статистике будущих физиков	135
<i>Корнилов В.С.</i> Конечно-разностные уравнения в содержании обучения студентов-математиков обратным задачам	140
<i>Латыпов И.А., Латыпова Н.В.</i> Проблема формирования навыка использования математического языка как метаязыка междисциплинарных исследований .	144

<i>Мельников Ю.Б., Белоусова В.И.</i> Развитие математической культуры студентов при работе с понятийным аппаратом как приоритетная цель изучения дискретной математики	147
<i>Мясникова С.В.</i> Исследование уровня математической подготовки студентов химико-биологических направлений вуза	152
<i>Пилюгина Ю.С., Корнилов В.С.</i> Особенности проблемного метода при организации обучения математике студентов педвузов	156
<i>Семеняченко Ю.А.</i> Обучение математике в вузе на основе микрокурсов: миф или реальность?	160
<i>Трефилова Е.С., Чиркова Л.Н.</i> Изучение взаимосвязей между признаками при обучении математике	165
<i>Шатрова Ю.С.</i> Подготовка будущего учителя математики к организации и проведению внеурочной деятельности.....	172
ПРОБЛЕМЫ ИСТОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ МАТЕМАТИКИ, КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ	177
<i>Ананьева М.С., Скорнякова А.Ю.</i> Жизнь, украшенная историей математики (к 85-летию со дня рождения профессора А.Е. Малых).....	177
<i>Башарова И.К., Мельникова Е.В.</i> Искусственный интеллект во внеурочной деятельности	181
<i>Власова И.Н.</i> Историко-математический материал в профессиональной подготовке будущего учителя	185
<i>Гильмуллин М.Ф.</i> Доктор философии, учитель учителей Татарстана	189
<i>Калинин С.И., Соколова А.Н.</i> К 90-летию журнала «Математика в школе» ..	193
<i>Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л., Лаптева Т.Д.</i> Историко-музейная деятельность в подготовке будущего учителя математики.....	197
<i>Тестов В.А., Перминов Е.А.</i> Математизация наук как методологическая основа процесса цифровизации.....	202
<i>Яшина Е.Ю.</i> Особенности концентрического преподавания числовой линии будущим учителям математики	206
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА.....	211
<i>Бабенко М.В., Чермных В.В.</i> О кольцах многочленов над косыми армендеризовскими кольцами.....	211
<i>Бабикова Н.Н., Котелина Н.О., Глухой М.М.</i> Распознавание изображений спор девонского периода	213
<i>Вечтомов Е.М.</i> Числовые системы – основа изучения теории чисел	218
<i>Ермоленко А.В.</i> Теория типа Кáрмана – Тимошенко – Нагди изгиба плоских пластин	224
<i>Звоилов В.И.</i> Антипериферические графы вещественных тригональных кривых	228

<i>Коголовский С.Р.</i> О началах анализа в школе	232
<i>Маслова Ю.В., Загорская Г.Р.</i> Карты графа тетраэдра	236
<i>Панкратова Л.В.</i> Об использовании нестандартных заданий при изучении числовых рядов	240
<i>Сушковых В.В.</i> Об изучении дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка в курсе высшей математики	244
ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ	249
<i>Абатурова В.С.</i> Формирование и развитие научного стиля мышления школьников в ходе обучения математике	249
<i>Андаев Д.О.</i> Будущее школьного образования: перспективы интеграции нейросетевых технологий в преподавание математики	255
<i>Армеева Е.В., Труфанова О.Н.</i> Городской физико-математический проект «ФиМаФест»	259
<i>Басина Е.В.</i> Использование краеведческого материала при подготовке обучающихся к решению практико-ориентированных задач ОГЭ	266
<i>Безенкова Е.В.</i> Использование заданий с элементами истории математики в процессе обучения геометрии в 7-9-х классах	271
<i>Боброва Г.Ю.</i> К вопросу о выборе «схемы» для составления математической модели в решениях задач на кредиты	275
<i>Борзенкова О.А.</i> К вопросу об оптимизации математического образования детей 6–8 лет	280
<i>Гришко А.Д., Кузина Н.Г., Сидорова Н.В.</i> Метод математической индукции в олимпиадных задачах	285
<i>Дорофеев С.Н.</i> О некоторых проблемах обучения старшеклассников доказательным рассуждениям	291
<i>Егупова М.В., Есина Л.Ю.</i> Самоорганизация и самоконтроль школьников при решении геометрической задачи	295
<i>Елизарова Н.Г., Понарядова Р.С., Палкина Е.В.</i> О расстоянии между скрещивающимися прямыми	299
<i>Еловикова Ю.А.</i> Приемы работы с областью допустимых значений переменной в задачах повышенной сложности школьного курса математики	303
<i>Ермаков В.Г.</i> Организационно-методические аспекты использования задач в корректирующем обучении	307
<i>Зубова С.П., Лысогоорова Л.В.</i> Приемы формирования контроля у младших школьников на уроках математики	311
<i>Кадохова А.А.</i> Физкультурные минутки на уроках математики	314
<i>Кайгородова Е.В., Ширяева Л.А.</i> Задачи с химическим содержанием на уроках математики	317
<i>Костин С.В.</i> Занимательные задачи в курсе математики 5–6 классов	322

<i>Малова И.Е.</i> О проблемах использования публикаций журнала «Математика в школе»	326
<i>Мартын Л.А.</i> Использование графиков функций, содержащих знак модуля, для формирования навыков решения задач с параметрами	330
<i>Новикова Е.О.</i> Проектная деятельность как средство достижения метапредметных результатов в процессе изучения математики	335
<i>Олехов А.А.</i> Формирование исследовательских умений школьников при решении математических задач из области искусственного интеллекта	339
<i>Орлов В.В., Бушуев М.К.</i> Некоторые актуальные вопросы современной практики обучения математике	343
<i>Рыманова Т.Е., Морозова И.Е.</i> Реализация аксиоматического подхода в контексте метапредметного направления образовательных стандартов	347
<i>Садыкова Е.Р., Разумова О.В., Закирова А.Р.</i> Из опыта организации обучения геометрии детей с расстройством аутистического спектра в условиях инклюзии	351
<i>Смирнов В.А., Смирнова И.М.</i> О выводе уравнения прямой в школьном курсе геометрии	355
<i>Солдаева М.В., Степанова Е.М.</i> «Открытые» задачи как средство развития креативности на уроках математики	359
<i>Суворова Т.Н., Бондаренко М.М.</i> Критериальное оценивание на уроках математики в школе	364
<i>Фазлеева Э.И., Тимербаева Н.В.</i> Интеграция различных разделов школьного курса математики при обучении решению задач	368
<i>Фалина С.Н.</i> Приемы конструирования интерактивных рабочих листов для самостоятельной работы школьников в курсе геометрии 7–9 классов	373
<i>Фефилова Е.Ф., Балинова Е.В.</i> Обобщающий этап обучения решению сюжетных задач в школьном курсе математики	378
<i>Фирстова Н.И.</i> Обучение применению геометрии в задачах алгебры	385
<i>Чистяков С.В., Грачева О.Ю.</i> Образовательная технология обучения координатно-векторному методу для решения задач по стереометрии	391
<i>Чупракова О.Н.</i> Междисциплинарные связи математики и географии на примере темы «Измерение углов»	398
<i>Шабанова М.В., Удовенко Л.Н.</i> Компьютерные эксперименты и экспериментальные задачи в школьном курсе геометрии	403
<i>Яремко Н.Н., Яковлева Ю.А.</i> Методические приемы обучения школьников теории вероятностей	406
Авторы	411

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

ВЛИЯНИЕ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА РАЗВИТИЕ СИСТЕМ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

В.В. Гриншкун, академик РАО, д-р пед. наук, профессор
Московский городской педагогический университет
(Россия, Москва)
e-mail: vadim@grinshkun.ru

Аннотация. В статье рассматриваются значимые, по мнению автора, направления развития общего образования в свете масштабного проникновения цифровых технологий во все виды образовательной деятельности в школе.

Ключевые слова: цифровые технологии, общее образование, информатика, образовательная деятельность

THE DIGITAL TECHNOLOGIES IMPACT ON THE SCHOOL EDUCATION SYSTEMS DEVELOPMENT

V. V. Grinshkun, Academician of RAE, Doctor of Pedagogical Sciences, Full
Professor
Moscow City University (Russia, Moscow)

Abstract. The article examines the directions of development of general education that are significant in the light of the large-scale penetration of digital technologies into all types of educational activities at school.

Keywords: digital technologies, general education, computer science, educational activities

В настоящее время идёт широкое обсуждение стратегических путей реформирования или поступательного развития общего образования. Очевидно, что такое развитие затрагивает все виды образовательной деятельности, включая обучение и воспитание школьников, касается обучения практически всем школьным дисциплинам, к числу которых, безусловно, относятся математика и информатика. В настоящей статье хотелось бы высказать ряд значимых предложений, учёт которых мог бы способствовать более корректному и эффективному реагированию всей системы школьного образования на масштабное проникновение современных цифровых технологий во все виды деятельности человека, включая и работу школы.

Так, в частности, для более эффективной подготовки школьников к использованию новейших цифровых технологий не только для решения повседневных и будущих профессиональных задач, но и для собственного

обучения, воспитания и развития целесообразно совершенствовать существующие подходы к непрерывному обучению информатике на всех ступенях общего образования, а также знакомить со специализированными компьютерными системами в ходе обучения большинству школьных дисциплин [1].

Для формирования у школьников корректного и глубокого представления об актуальных технологиях, повышения «неустареваемости» математического и технологического образования, приобретаемого в школе, необходимо усиление фундаментальности образования, рассматриваемое как эффективная защита от быстрой смены технологий, значимых для повседневной жизни, трудовой деятельности и собственного развития. В частности, следует предусматривать не только изучение устройства новой конкретной техники, но и преимущественное изучение принципов её функционирования и развития. Необходимо изучение фундаментальных дисциплин с обновлённым содержанием и системой практических заданий, знакомство с подходами к прогнозированию развития технологий и общества на естественно-научном и гуманитарном уровнях.

На фоне совершенствования цифровых технологий и их проникновения в образование следует обратить особое внимание на увеличение количества и закономерное снижение качества содержательного наполнения всех видов средств обучения. Целесообразно ввести систему апробации, оценки качества и сертификации (возможно, на базе РАО и РАН) всех видов учебных материалов и средств обучения, особенно тех, которые обладают содержательным наполнением, сформировать на государственном уровне общедоступную для учителей коллекцию рекомендованных средств обучения. Для таких ресурсов значимо определение их дидактических возможностей, способствующих достижению результатов освоения федеральной основной образовательной программы.

Важно организовать работу педагогов и учёных по созданию и отбору цифровых и нецифровых учебно-методических материалов, полностью «готовых к использованию» учителем на занятиях со школьниками. Необходимо формирование общедоступного банка таких материалов. Для решения подобных задач потребуется обновление критериев и технологий отбора и оценки средств обучения и воспитания школьников.

Необходим переход от разработки разрозненных цифровых ресурсов для системы образования к созданию особых ресурсов, рассматриваемых в качестве элементов единой цифровой образовательной среды системы общего образования или отдельных образовательных организаций. Для этого на базе научных работ важно отыскать технические, дидактические и эргономические подходы к унификации и интеграции цифровых средств обучения и воспитания.

Целесообразно предусмотреть возможность эпизодического использования на любых занятиях в школе мобильных и других компьютерных устройств, но по разрешению учителя и с учётом потребностей реализуемых систем обучения и воспитания в релевантном использовании различных технических средств. Такие потребности необходимо найти в ходе предстоящих научных исследований.

В рамках развития учебной деятельности в школах в условиях стремления к использованию таких новых технологий, как искусственный интеллект, Интернет вещей, виртуальная и дополненная реальность, дополненная виртуальность, большие данные и другие технологии, следует провести предварительные исследования по использованию цифровых систем для оценки качества учебных материалов, развитию целей и содержания обучения информатике (технологии как объект обучения), обновлению дидактики (цифровые ресурсы как средство обучения), поиску способов формирования у школьников особого критического мышления при обучении всем дисциплинам. В этой связи немаловажно определить набор информационных источников, на которых будет проходить «обучение» и содержательное наполнение систем искусственного интеллекта для российских школьников.

Эффективность контрольно-измерительной деятельности, возможно, будет повышена за счёт результатов таких исследований, как поиск способов применения вышеуказанных цифровых технологий для повышения эффективности и объективности педагогических измерений, учёта их результатов при совершенствовании методических систем обучения и воспитания. Важно найти пути противодействия искусственному интеллекту для сохранения возможности выявления собственных знаний и умений школьников, осуществить прогнозирование и определение путей развития общего образования на основе цифровых средств и результатов педагогических измерений.

Для приобретения возможности применять новейшие цифровые технологии во внеучебной и воспитательной работе могут оказаться полезными исследования качеств личности, на которые существенно влияют искусственный интеллект и другие технологии, способов применения технологий для оценки эффективности внеучебных материалов, подходов к обновлению методов и средств внеучебной работы со школьниками, оптимального соотношения очного общения и общения с применением технологий во взаимодействии учителей, обучающихся и родителей.

Возможными полезными для развития научной и методической деятельности педагогов могли бы стать исследования приёмов использования искусственного интеллекта и других технологий в рамках педагогических экспериментов, поиска и анализа научной и учебной литературы, создания авторских цифровых и нецифровых образовательных ресурсов.

Практическая реализация этих и других предложений невозможна без наличия соответствующих профессиональных качеств у педагогов, для которых необходимо развивать системы подготовки и повышения квалификации [2]. Важен переход от обучения учителей техническим и технологическим аспектам работы с цифровыми средствами к обучению корректному содержательному формированию, отбору и уместному использованию цифровых ресурсов. В рамках такой подготовки необходимо предусмотреть ознакомление с положительными и отрицательными аспектами использования цифровых технологий в образовании, формирование представления о видовом составе и областях применения таких средств, общих технологиях работы с информацией.

Для учителей важны представления об общих методах информатизации, релевантных потребностям системы общего образования, требованиях к цифровым средствам, принципах оценки их качества, стратегиях практического использования цифровых средств во всех видах образовательной деятельности [3]. Необходимо предоставить учителям математики, информатики и другим педагогам возможность пояснить школьникам роль и место информационных технологий в мире.

В рамках решения обозначенных задач стоило бы провести исторический и педагогический анализ существующих подходов к использованию цифровых средств в обучении и воспитании школьников, внести вклад в определение реальных дидактических возможностей таких средств, осуществить поиск, анализ и систематизацию примеров-образцов цифровых образовательных ресурсов, способствующих наиболее эффективному решению различных дидактических задач школы, выявить лучшие педагогические практики по использованию цифровых ресурсов в общем образовании, организовать дискуссионные площадки и другие мероприятия, направленные на обмен опытом и соответствующее профессиональное развитие учителей.

Список литературы

1. Заславский А.А., Гриншкун В.В. Построение индивидуальной траектории обучения информатике с использованием электронной базы учебных материалов // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2010. № 3. С. 32–36.
2. Григорьев С.Г., Гриншкун В.В. О разработке учебника «Информатизация образования» // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2005. № 4. С. 24–28.
3. Гриншкун В.В. Качество информационных ресурсов и профессиональные качества педагогов. Взаимосвязь и проблемы // Информатика и образование. 2013. № 1(240). С. 79–81.

КОНЦЕПЦИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

А.В. Ястребов, д-р пед. наук, профессор

*Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского
(Россия, Ярославль)*

e-mail: a.yastrebov@yspu.org

Аннотация. В докладе описано несколько подходов к преподаванию математики, каждый из которых приводит к необходимости воспроизведения в учебном процессе некоторых свойств математической деятельности.

Ключевые слова: имманентные свойства математики, учебный процесс, моделирование исследовательской деятельности

CONCEPT OF MODELLING RESEARCH IN TEACHING PROCESS

A.V. Yastrebov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinski
(Russia, Yaroslavl)

Abstract. Some approaches to teaching Mathematics are described. A common property of these approaches looks as follows: we have to model mathematical research in teaching process.

Keywords: immanent properties of Mathematics, teaching process, modelling of research

К той концепции, суть которой отражена в названии доклада, можно прийти разными способами. Первый подход, *исторический*, рождается из простого перечня имен ученых, например, такого: Фалес, Евклид, Кардано, Ньютон, Лагранж, Гаусс, Лобачевский, Гильберт, Колмогоров... Эти люди, оставившие след в истории, жили в разные века и даже в разные тысячелетия, в разных странах и даже на разных континентах, говорили на разных языках и принадлежали разным культурам, имели разные личные и общественные цели, занимались разными объектами исследования и т. д. На первый взгляд, они имеют крайне мало общего, однако по какой-то причине, неясной для неискушенного человека, они все характеризуются как математики. По-видимому, существуют какие-то фундаментальные, базовые, неотъемлемые свойства их творчества, которые не зависят ни от чего: ни от исторического периода, ни от области их деятельности, ни от конкретного объекта исследования, ни от глубины их исследований. Коль скоро такие свойства будут найдены (и названы математикой), именно их и следует выявлять в учебном процессе.

Второй подход, *логический*, кажется простым. Нужно понять, что такое математика, и сформировать социальный заказ общества математическому образованию. В этом случае на долю методики математики выпадет относительно «простая» задача: выявить и проиллюстрировать в процессе преподавания адекватный образ имманентных свойств математики. Проблема в том, что в настоящий момент отсутствует консенсус в определении математики. Более того, один из крупнейших математиков XX столетия Г. Вейль писал не просто об отсутствии консенсуса, но даже об отсутствии путей для достижения такого консенсуса.

В докладе предложен парадоксальный выход из сложившегося положения: ***целесообразно считать термин «математика» основным неопределяемым понятием методики преподавания математики.*** На первый взгляд, такой подход не добавляет ясности в решение вопроса, однако более детальный анализ показывает, что это не совсем так. Действительно, при построении евклидовой

геометрии мы не даем ни определения точки, ни определения прямой, однако из аксиом мы знаем многие их свойства. Например, мы знаем, что через две точки можно провести прямую; что на каждой прямой есть, по крайней мере, три точки; что среди трех точек прямой есть точно одна, лежащая между двумя другими... Из 14-ти (всего 14-ти!) аксиом Гильберта выводится грандиозное здание евклидовой геометрии. Рассуждая по аналогии, для методики математики было бы полезно выявить какие-либо имманентные свойства математики в целом, организовать выявленные свойства в какую-либо систему, сделать выявленные свойства инструментальными в том смысле, чтобы они порождали педагогические сценарии изучения конкретных тем курса математики. Справедливости ради скажем, что решение всех перечисленных задач является объективно сложной и психологически трудной проблемой.

В докладе описаны первые, самые сложные, шаги в построении заявленной концепции. Достаточно полное изложение текущего содержания этой концепции содержится в книгах [1; 2]. При этом книга [1] ориентирована на применение в школе, а книга [2] – на применение в вузе.

Применительно к школе основные определения звучат так.

Определение 1. Обучение математике *в школе* называется **исследовательски ориентированным**, если оно предоставляет следующие возможности: 1) приобрести первоначальный опыт использования общенаучных методов исследования; 2) приобрести первоначальный опыт использования тех конкретных умственных действий, которые производят математики-исследователи; 3) приобрести представление об элементах методологии математики; 4) приобрести первоначальный опыт полномасштабного личного исследования в области математики.

Определение 2. Обучение математике *конкретного школьника* называется **исследовательским**, если в отношении этого школьника реализована каждая из возможностей, перечисленных в определении 1.

В докладе будет приведено несколько педагогических сценариев изучения конкретных тем школьной программы, которые реализуют каждый из пунктов 1–4 определения 1. При этом, по мнению автора, иерархия целей обучения в школе (по убывающей важности) такова, как написано в определении: 1–2–3–4.

Применительно к вузу сформулированные определения не утрачивают своей силы, однако в их трактовке появляются некоторые особенности. *Прежде всего*, на первый план выходит социальный заказ общества системе высшего образования: целью образования является подготовка специалиста, способного самостоятельно формулировать проблемы в сфере своей профессиональной деятельности, решать их и доводить результаты решения до своих коллег. Такая формулировка означает, что высшее образование должно воспитывать специалиста с самосознанием исследователя. При этом не важно, будет ли это инженер-конструктор, учитель-исследователь, математик в узком смысле слова или кто-то другой. *Кроме того*, социальный заказ меняет иерархию целей обучения, которая, по мнению автора, должна выглядеть так: 2–4–3–1. *Наконец*, и это важно, имманентные свойства математики в целом следует иллюстрировать на

материале вузовского курса математики, по возможности включая в него элементы современных математических теорий.

Вводя в учебный курс элементы методологии математики, мы руководствуемся принципом минимальной достаточности и говорим о четырех (всего четырех!) дуалистических свойствах математики. **Деятельностно-продуктивный дуализм** (ДПД) означает, что понятие математики включает в себя как деятельность по получению нового знания, так и продукт этой деятельности – сумму полученных к данному моменту математических знаний. **Эмпирико-теоретический дуализм** (ЭТД) источников развития означает, что существует два типа движущих идей современной математики: идеи естественно-научного, эмпирического происхождения и теоретические идеи, появившиеся внутри математики. **Личностно-социальный дуализм** (ЛСД) означает, что имеют место несколько дополняющих друг друга фактов: (а) каждый математический результат изобретается *лично* тем или иным конкретным математиком; (б) математика может существовать только благодаря наличию особого социального института – *научного сообщества*; (в) изобретённый результат становится фактом науки только в результате его принятия научным сообществом; (г) процесс принятия нового результата включает в себя *обмен информацией* о содержании нового результата и различные виды экспертных оценок. **Индуктивно-дедуктивный дуализм** (ИДД) означает, что природа умозаключения в математике является одновременно и индуктивной, и дедуктивной. Интуиция, основанная на индуктивных умозаключениях, служит средством первичного получения результата, а логика, основанная на дедукции, – средством его строгого обоснования.

Дополним перечень дуалистических свойств важной психологической особенностью работы математика, которую мы назовем **уникальностью научной деятельности** (УНД): математик решает уникальную, единственную в своём роде задачу, предназначенную только ему лично.

Учет вышеперечисленных свойств математики, которые представляются автору чрезвычайно важными, порождает серию конкретных рекомендаций.

1. Целесообразно предлагать студентам такие задания, в процессе выполнения которых они смогут сделать некоторые *самостоятельные* выводы (ДПД).
2. Целесообразно распределять задания между частями академической группы с целью получения каждой микрогруппой таких утверждений, которые будут служить предметом *информационного обмена* (ЛСД).
3. Целесообразно формулировать задания таким образом, чтобы при их выполнении приходилось делать *как индуктивные, так и дедуктивные* умозаключения (ИДД).
4. Целесообразно добиваться максимально возможной *персонализации* заданий (УНД).
5. В практике преподавания уже давно существует традиция, которая состоит в выявлении *естественно-научного происхождения* некоторых важных

математических понятий: производной, интеграла, дифференциального уравнения. Целесообразно усилить эту традицию путём рассмотрения задач, приводящих к понятию системы линейных уравнений, понятию группы и т. д. (ЭТД).

6. Целесообразно адаптировать важные математические теоремы и / или этапы их доказательства до уровня учебных задач. Тем самым *содержание реальных математических исследований* (СМИ) будет отражено в учебном процессе.

Теоретические положения доклада будут проиллюстрированы математическими примерами. В частности, будет описан двухлетний проект по нахождению однопараметрических подгрупп в некоторых двумерных алгебрах, который был представлен в 2001–2003 годах на Российской конференции школьников «Открытие». Например, *школьники* выяснили, что в мультипликативных группах $\mathbb{C}^*$, $\mathbb{D}_0^*$, $\mathbb{D}_\infty^*$ такие подгруппы имеют вид $\gamma(t) = e^{at}(\cos bt + i \sin bt)$, $\gamma(t) = e^{at}(\operatorname{ch} bt + j \operatorname{sh} bt)$ и $\gamma(t) = e^{at}(1 + bt\varepsilon)$ соответственно. Одновременно со школьниками аналогичные задачи решали студенты-дипломники.

Список литературы

1. Ястребов А.В. Исследовательское обучение математике в школе. М.: МЦНМО, 2022. 176 с.
2. Ястребов А.В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований. М.: МЦНМО, 2023. 336 с.

СОДЕРЖАНИЕ И СОДЕРЖИМОЕ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

А.В. Боровских, д-р физ.-мат. наук, доцент
МГУ имени М.В. Ломоносова (Россия, Москва)
e-mail: aleksey.borovskikh@math.msu.ru

Аннотация. В статье вводится различие содержания и содержимого математического образования, обосновывается функциональность этого различия с точки зрения как математики в человеческой культуре, так и проектирования математического образования.

Ключевые слова: математическое образование, категории формы, содержания и содержимого.

CONTENT AND CONTENTS OF THE SCHOOL MATHEMATICAL EDUCATION

A.V. Borovskikh, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Lomonosov Moscow State University
(Russia Moscow)

Abstract. The article introduces the distinction between content and contents of mathematical education, and substantiates the functionality of this distinction both from the point of view of mathematics in human culture and from the point of view of designing mathematical education.

Keywords: mathematics education, categories of form, content and contents.

1. Содержание и содержимое. В гуманитарно-научном рассмотрении категориальную пару «форма – содержание» приходится модифицировать, различая «содержание» и «содержимое», понимая под «содержимым» некоторую материю, облаченную в ту или иную форму, а под «содержанием» – ту функцию, которую эта материя в этой форме выполняет в нашей жизни и деятельности.

С этой точки зрения «содержание» математического образования – это совсем не темы в учебнике, не задачи, не теоремы и не доказательства. Содержание математического образования определяется той функцией, которую играет математика в человеческой культуре – она доставляет другим наукам и сферам человеческой деятельности *мыслительные средства*, позволяющие представлять те или иные отношения между различными сущностями и мысленно оперировать этими сущностями.

Поэтому под «содержанием» математического образования как процесса следует понимать освоение математических мыслительных средств, а под «содержанием» математического образования как результата – способность с помощью этих мыслительных средств мыслить отношения окружающего мира.

2. Операции и отношения. Рассмотрим введенное автором в [1] понятие математической грамотности, включающее, в частности, описание ее структуры:

- анализ текста задачи и выделение необходимых данных;
- схематизация *отношений между* этими данными;
- отыскание аналогичных *математических отношений*;
- перенос на математические отношения данных задачи и формулировка математической постановки задачи;
- решение математической задачи в рамках той или иной системы операций со знаковыми средствами;
- переход, при необходимости, от одной знаковой системы к другой (напр., от алгебраической к графической);
- формулировка ответа для математической задачи;
- интерпретация ответа и при необходимости промежуточных результатов на схеме;

- формулировка ответа на исходную задачу в терминах этой задачи и оценка соответствия ответа смыслу задачи.

Из этого описания видно, что ключевым моментом перехода от текста задачи к математической постановке задачи является переход от *отношений между данными задачи*, зафиксированными в схеме к аналогичным *математическим отношениям* (второй и третий пункты). Это означает, что центральным результатом в математическом образовании является овладение не столько *математическими операциями*, сколько *математическими отношениями*, которые и позволяют мыслить отношениями между иными сущностями. А именно, переход к освоению математических отношений в школьном курсе как раз и не осуществляется: запись $2 + 3 = 5$ для школьников так и остается знаком *числовой операции*, а не *числового отношения*.

Перечислим основные математические отношения.

- *Таблицы сложения и умножения* представляют *числовые отношения* (а отнюдь не *числовые операции*). Ребенок, который видит в них числовые операции, а не числовые отношения, не сможет по таблице сложения выполнить вычитание, а по таблице умножения – деление.

- *Формулы* $a(b + c) = ab + ac$, $S = vt$, $y = ax^2 + bx + c$ представляют собой *отношения между величинами*. Учащийся, который видит в них не отношения, а операции, не сможет воспользоваться распределительным законом «в обратную сторону», то есть преобразовать $ab + ac$ в $a(b + c)$. А учитель физики потом будет проклинать математиков, которые учили детей неизвестно чему – путь известен, скорость известна, учащиеся не могут найти время.

- *Функция* $y = \sin x$ представляет собой *отношение между переменными величинами*. Отметим, что само понятие переменной величины в школе не только не формируется, но и не обсуждается, а без него правильного понимания того, что такое функция и зачем она нужна, не будет.

- *Геометрическая фигура* представляет собой *систему отношений между ее элементами*. Школьники, которые не освоили такое представление о геометрической фигуре, никогда *не смогут* решить даже простейшую геометрическую задачу.

- *Логические выводы* представляют собой особый тип отношений – *отношения между отношениями*. Этот тип отношений совсем не обсуждается в школьном курсе математики, логика как *организованность мышления* заменяется правилами построения рассуждений.

- Производная $\frac{dy}{dx}$ представляет собой *отношение между изменениями величин*. Точно так же, как и формула $dV = dx dy dz$.

- Дифференциальное уравнение $y'' + 2y' = x^2 - x$ представляет собой *отношение между функциями*.

- *Алгебраические структуры* представляют собой *отношения между различными операциями и системами операций*.

- *Оператор* (в функциональном анализе) представляет собой *отношение между классами функций*.

3. Темпоритм образовательного процесса. Категориальное рассмотрение образовательного процесса показывает, что его *формой* является *темпоритм*, *содержимым* – *изменения*, а *содержанием* – *развитие*, которые мыслится за этими изменениями. С этой точки зрения и оказывается, что математическое образование как процесс имеет содержанием *интеллектуальное развитие*, состоящее (как и любое развитие психологического типа) в *освоении мыслительных средств*.

Темпоритмическая же структура процесса математического образования образована организацией целого ряда *циклов* как единиц, образующих этот процесс. Это:

- цикл освоения средства-способа (Б.Д. Эльконин [2]): результативное действие – учебное действие – учебно-игровое действие (опробование границ способа) – продуктивное действие;

- цикл экстериоризации-интериоризации (интегральная схема Л.С. Выготского [3]): проблемная ситуация – осознание – экстериоризация действия – проблематизация – трансформация действия – нормировка действия – интериоризация;

- цикл трансформации управления действием (расширенная схема П.Я. Гальперина [4]): громкоречевое внешнее (материальное/материализованное) действие – громкоречевое мысленное действие – внутренняя речь – свернутое действие – внутренняя речь – внешнеречевое действие – материальное действие с громкой речью;

- цикл операции–отношения: освоение операции – выделение отношения – представление отношения – подчинение операции отношению – освоение операций с отношением;

- цикл абстрагирования – конкретизации;

- цикл идеализации – моделирования;

- цикл П. Жанэ [5] (объект–субъект–автакт);

- цикл систем: система-0 (протосистема, коллекция элементов) – система-1 (система-структура, построение отношений между элементами) – система-2 (функциональная система, построение отношений элементов к системе в целом) – система-3 (квазиорганическая – формирование подсистем, функциональные отношения переходят к подсистемам) – система-4 (развивающаяся, появляются процессы трансформации и замены состава подсистем, а также средства взаимодействия с другими системами).

В докладе будет предложено более подробное пояснение всех представленных выше тезисов и на примере арифметики будет показано, как в эту темпоритмическую структуру вкладывается «содержимое» математического образования, представленное в учебниках и образовательных программах и какое

«содержание» необходимо мыслить, проектируя процесс для того, чтобы он давал требуемый результат.

Список литературы

1. Боровских А.В. О понятии математической грамотности // Педагогика. 2022. Т. 86. № 3. С. 33–45.
2. Эльконин Б.Д. Строение действия и периодизация Д.Б. Эльконина // Деятельностный подход в образовании: монография. Книга 3 / сост. В.А. Львовский. М.: Авторский Клуб, 2020. С. 104–117.
3. Выготский Л.С. История развития высших психических функций // Собр. соч. в 6 т. Т. 3. Проблемы развития психики. М.: Педагогика, 1983. С. 5–328.
4. Гальперин П.Я. О методе поэтапного формирования умственных действий // Хрестоматия по возрастной и педагогической психологии: работы советских психологов периода 1946–1980 годов / ред. И.И. Ильясев, В.Я. Ляудис. М.: Изд-во Московского университета, 1981. С. 97–101.
5. Жанэ П. Психологическая эволюция личности / пер. с фр. Н.Ю. Федуниной. М.: Академический Проект, 2010. 399 с.

О ПУТЯХ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ

В.А. Смирнов, д-р физ.-мат. наук, профессор

И.М. Смирнова, д-р пед. наук, профессор

Московский педагогический государственный университет

(Россия, Москва)

e-mail: v-a-smirnov@mail.ru; i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматриваются причины низкого качества обучения геометрии в старших классах; формулируются результаты обучения стереометрии; предлагаются пути для их достижения и повышения качества обучения геометрии в старших классах.

Ключевые слова: стереометрия, результаты обучения

ON WAYS TO IMPROVE THE QUALITY OF LEARNING GEOMETRY IN HIGH SCHOOL

V.A. Smirnov, Doctor of Mathematical Sciences, Full Professor

I.M. Smirnova, Doctor of Pedagogical Sciences, Full Professor

Moscow State Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The paper examines the reasons for the poor quality of geometry teaching in high school; the results of teaching stereometry are formulated; ways to achieve them and to improve the quality of geometry education in high school are proposed.

Keywords: stereometry, results in teaching

Результаты обучения стереометрии в школе оставляют желать лучшего. Так, например, в 2023 году стереометрическую задачу № 13 ЕГЭ по математике полностью решили около 1 % учащихся, сдававших ЕГЭ на профильном уровне.

В демоверсии ЕГЭ по математике профильного уровня 2023 года помещена следующая задача.

Задача. Все рёбра правильной треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ имеют длину 6. Точки M и N – середины рёбер AA_1 и $A_1 C_1$ соответственно. Докажите, что прямые BM и MN перпендикулярны. Найдите угол между плоскостями BMN и ABB_1 .

Авторы этой задачи предлагают следующее решение.

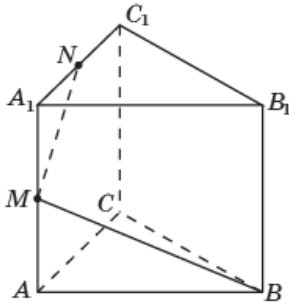


Рис. 1

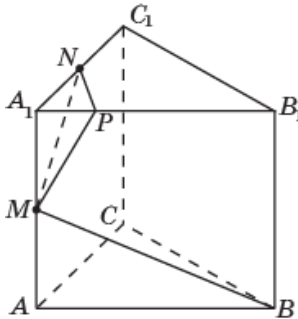


Рис. 2

Решение. а) Пусть точка H — середина AC (рис. 1). Тогда

$$BN^2 = BH^2 + NH^2 = (3\sqrt{3})^2 + 6^2 = 63.$$

Вместе с тем

$$BM^2 + MN^2 = (3^2 + 6^2) + (3^2 + 3^2) = 63,$$

а тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник BMN является прямоугольным с прямым углом M .

б) Проведём перпендикуляр NP к прямой $A_1 B_1$ (рис. 2). Тогда $NP \perp A_1 B_1$ и $NP \perp A_1 A$. Следовательно, $NP \perp ABB_1$. Поэтому MP — проекция MN на плоскость ABB_1 . Прямая BM перпендикулярна MN , тогда по теореме о трёх перпендикулярах $BM \perp MP$. Следовательно, угол NMP — линейный угол искомого угла. Длина NP равна половине высоты треугольника $A_1 B_1 C_1$, то есть

$$NP = \frac{3\sqrt{3}}{2}. \quad \text{Поэтому} \quad \sin \angle NMP = \frac{NP}{MN} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}. \quad \text{Следовательно,} \quad \angle NMP = \arcsin \sqrt{\frac{3}{8}}.$$

Отметим, что авторы слишком усложнили решение. На самом деле решение этой задачи почти устное. Оно не использует теорему Пифагора и занимает несколько строчек. Приведём это решение.

Решение 2. Ортогональная проекция MP наклонной MN на плоскость ABB_1 перпендикулярна прямой BM (следует из того, что $A_1P = \frac{1}{4}A_1B_1$). Следовательно, прямой BM перпендикулярна сама наклонная MN . Угол NMP является линейным углом между плоскостями BMN и ABB_1 . Отрезок NP равен половине высоты основания призмы. Отрезок NM равен половине диагонали боковой грани. Значит, синус искомого угла равен $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

В данной статье мы рассмотрим причины низких результатов решения стереометрической задачи ЕГЭ, предложим пути для их улучшения.

Сформулируем умения, которыми должны обладать учащиеся после обучения стереометрии в 10-м классе. Учащиеся должны уметь:

- изображать и моделировать основные пространственные фигуры (куб, параллелепипед, призма, пирамида) в компьютерных программах;
- распознавать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- используя признаки параллельности и перпендикулярности, доказывать параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- находить углы между прямыми и плоскостями;
- находить расстояния: от точки до прямой; от точки до плоскости; между скрещивающимися прямыми; между параллельными прямыми и плоскостями;
- строить сечения многогранников и находить их площади.

Выясним, в какой мере на достижение этих умений нацелены учебник [1] и Федеральная рабочая программа среднего общего образования по математике (углублённый уровень) [2].

В данном учебнике и тематическом планировании, представленном в данной программе, предлагается следующий порядок прохождения разделов стереометрии 10-го класса.

1. Введение в стереометрию (23 часа).
2. Взаимное расположение прямых в пространстве (6 часов).
3. Параллельность прямых и плоскостей (8 часов).
4. Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве (25 часов).
5. Углы и расстояния (16 часов).
6. Многогранники (7 часов).
7. Векторы в пространстве (12 часов).
8. Обобщающее повторение и систематизация знаний (5 часов).

Таким образом, раздел «Многогранники», в котором вводится понятие многогранника, определяются понятия призмы и пирамиды, рассматриваются их

виды, доказывается теорема Эйлера для выпуклых многогранников, расположен после изучения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве, параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей.

Учитывая, что для углублённого уровня на геометрию отводится 3 часа в неделю, получаем, что 26 недель стереометрия изучается без использования призм и пирамиды, а на сами призмы и пирамиды отводится около 4 часов в четвёртой четверти десятого класса.

Конечно, при таком подходе, не используя призмы и пирамиды, трудно научить решать задачи на установление взаимного расположения и доказательство параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей, нахождение расстояний и углов, построение сечений призм и пирамид, которые необходимы для подготовки к ЕГЭ. При этом нельзя просто переставить темы и определить призму и пирамиду в начале изучения стереометрии, поскольку их определения в учебнике [2] используют параллельность плоскостей, перпендикулярность прямой и плоскости и др.

Выходом из такой ситуации является подход к определению основных многогранников, предложенный в учебнике [3] и реализованный в учебнике [4], в котором основные многогранники определяются с самого начала изучения стереометрии, а затем используются для иллюстрации взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве, доказательства параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей, решения задач на нахождение расстояний и углов, построения сечений. Приведём эти определения.

Кубом называется многогранник, поверхность которого состоит из шести квадратов.

Параллелепипедом называется многогранник, поверхность которого состоит из шести параллелограммов.

Параллелепипед, у которого все грани – прямоугольники, называется *прямоугольным*.

Призмой называется многогранник, поверхность которого состоит из двух равных многоугольников, называемых *основаниями* призмы, и параллелограммов, имеющих общие стороны с каждым из оснований и называемых *боковыми гранями* призмы. Стороны боковых граней, не лежащие в основаниях, называются *боковыми рёбрами* призмы.

Призма, боковыми гранями которой являются прямоугольники, называется *прямой*. В противном случае призма называется *наклонной*.

Прямая призма, основаниями которой являются правильные многоугольники, называется *правильной*.

Пирамидой называется многогранник, поверхность которого состоит из многоугольника, называемого *основанием* пирамиды, и треугольников, имеющих общую вершину, называемых *боковыми гранями* пирамиды. Общая вершина боковых граней называется *вершиной* пирамиды. Рёбра, сходящиеся в вершине пирамиды, называются *боковыми рёбрами*.

Пирамида, в основании которой правильный многоугольник и все боковые рёбра которой равны, называется *правильной*.

Для лучшего развития пространственных представлений учащихся рекомендуется воспользоваться компьютерной программой GeoGebra [5], в которой можно моделировать плоские и пространственные фигуры, проводить дополнительные построения, строить сечения многогранников.

Список литературы

1. Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10 класс. Геометрия : учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни). М.: Просвещение, 2022. 255 с.
2. URL: <https://fgosreestr.ru/uploads/files/8f0b775c02a844a0bd0cf8bd06b1-d4fb.pdf> (дата обращения: 12.07.2024).
3. Киселёв А.П. Геометрия / под ред. Н.А. Глаголева. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 328 с.
4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10 класс. Геометрия : учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни). М.: Мнемозина, 2020. 135 с.
5. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Геометрия с GeoGebra. Стереометрия. М.: Прометей, 2018. 172 с.

ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЕЛЕГРАМ-КАНАЛА ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

А.Н. Мокрушин, директор

Средняя общеобразовательная школа № 25 (Россия, Калуга)

e-mail: alekseim4@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются перспективы интеграции современных информационно-коммуникационных технологий в процесс обучения математике для формирования познавательного интереса к предмету, раскрываются возможности применения телеграм-канала для указанной цели, особенности организации этого процесса, подбора контента в соответствии с программой по предмету.

Ключевые слова: телеграм-канал, обучение математике, история математики, использование историко-математического материала

USING A TELEGRAM CHANNEL WITH HISTORICAL-MATHEMATICAL
CONTENT IN THE EDUCATIONAL PROCESS**A.N. Mokrushin**, director*Secondary school № 25 (Russia, Kaluga)*

Abstract. The article discusses the prospects of integrating modern information and communication technologies into the process of teaching mathematics to cultivate cognitive interest in the subject. It explores the possibilities of using a Telegram channel for this purpose, the specifics of organizing this process, selecting content in accordance with the subject curriculum.

Keywords: Telegram channel, mathematics education, history of mathematics, use of historical-mathematical material

В последнее время наблюдается все более активное использование различных интернет-сервисов в процессе обучения. Это связано с бурным развитием самих информационно-коммуникационных технологий, особенностями социализации молодого поколения, спецификой восприятия ими информации, работы с ней, обучения. В 2019–2021 году автором разрабатывался вопрос использования «Google форм» историко-математического содержания при обучении математике [4, 5].

Опыт применения выявил ряд аспектов, которые требуют дальнейшей разработки. В частности, распространение ссылки на форму требует создания информационного чата для участников. И соответственно, использование формы доступно лишь участникам этого чата. Таким образом, для применения разработанных форм в других классах или школах необходимо создание новой формы с помощью копирования и создание отдельных чатов. Еще один аспект связан с особенностями заполнения формы с помощью мобильного устройства, на экране которого информация может отражаться некорректно. Это ограничивает возможности использования в практике преподавания данного инструмента.

Одним из наиболее активно развивающихся интернет-ресурсов является Telegram – кроссплатформенное приложение для обмена сообщениями в самых разных форматах. Его аудитория неуклонно растет. По данным исследовательской компании Mediascope, которая является единым измерителем интернет-аудитории, к концу 2023 года практически каждый второй россиянин пользовался этим приложением. При этом Telegram стал самым популярным интернет-ресурсом среди молодежи в возрасте от 12 до 24 лет.

Одним из инструментов распространения информации в данном приложении являются телеграм-каналы. Их можно сравнить с группами в социальных сетях, где редактор канала размещает информацию, а участники могут прочитать ее, поучаствовать в опросе, оставить комментарии, реакции. Количество подписчиков не ограничено. Стать автором телеграм-канала может любой пользователь. Для этого достаточно иметь собственный аккаунт в Telegram.

Еще одним преимуществом использования телеграм-канала является высокая степень охвата подписчиков. Если в сети «ВКонтакте» хорошим считается показатель в 15 % охвата, то в телеграм-канале он может достигать 90 % и выше. То есть сообщение в телеграм-канале после публикации увидит практически каждый подписчик.

К удобствам использования телеграм-каналов относится еще и тот факт, что приложение Telegram изначально проектировалось и создавалось как мобильное приложение. Это означает, что любой пользователь может получить доступ к полному функционалу приложения без использования компьютера, что значительно упрощает работу с ним.

Очевидно, что открываются широкие перспективы использования телеграм-канала при обучении математике, в частности, для формирования интереса к предмету и истории науки, привлечения широкой аудитории и популяризации историко-математических сведений, повышения познавательной активности учащихся, использования в рамках учебной программы по предмету, повышения доступности историко-математического материала для учащихся и учителей, а также для формирования более высокой степени адаптации изучаемого материала к специфике его восприятия молодым поколением.

Анализ показал, что существует большое количество телеграм-каналов, посвященных математике. В них рассматриваются различные вопросы, связанные с предметом: решения занимательных задач, обзоры книг, статей, видеороликов по математике, разбор олимпиадных задач, новости из мира математики и др. Однако на данный момент отсутствуют каналы, посвященные истории математики, применению историко-математического материала при обучении.

В публикациях Ю.А. Дробышева, И.В. Дробышевой [1, 3] содержательно раскрыты возможности и перспективы использования элементов истории математики при обучении. Тем не менее вопрос внедрения их в практику преподавания остается актуальным. Это связано с рядом проблем, среди которых можно выделить незначительный объем историко-математического материала в учебниках, который зачастую ограничивается краткими историческими справками, небольшое количество заданий (или их отсутствие), предполагающих использование новых информационных технологий [2]. Кроме того, значительных временных затрат требует от учителя работа по подбору и обработке сведений из истории математики при подготовке к уроку, а отсутствие систематической работы в этом направлении в практике преподавания осложняется недостаточной разработанностью методических материалов.

Разработка и ведение телеграм-канала историко-математического содержания может сыграть позитивную роль в решении данных проблем, и прежде всего в направлении расширения объема историко-математических сведений. Использование интерактивных форматов взаимодействия (опросы, комментарии, реакции, ссылки) с аудиторией повысит востребованность канала и интерес к нему.

Подготовка контент-плана публикаций может быть соотнесена с календарно-тематическим планированием и рабочей программой курса математики. Это означает размещение соответствующей информации в канале накануне или во время изучения тех или иных разделов математики, что в контексте перехода на федеральные образовательные программы позволит учащимся из разных школ и регионов получить доступ к актуальной информации по истории математике.

Перспективным направлением развития телеграм-канала историко-математической направленности может стать подготовка материала для публикаций самими учащимися в рамках проектной деятельности или элективного курса, посвященного истории математики. Таким образом, данный подход обеспечит создание условий для формирования более глубокого интереса к математике, развития у учащихся компетенций, востребованных в современном мире, в частности в области работы с информацией.

Решением проблемы, связанной с методическим обеспечением использования историко-математических сведений, может стать отдельный телеграм-канал для учителей. Содержание публикаций – разработанные задания, исторические справки, фрагменты уроков, приемы и методы включения сведений из истории математики в процесс обучения. По времени размещения информации и здесь перспективным видится работа в рамках рабочей программы. Важно, что доступ к такому каналу, как уже было отмечено выше, может получить любой пользователь в любой момент времени со своего мобильного устройства.

Обобщая вышесказанное, следует отметить, что с учетом постоянного роста аудитории социальных сетей, и в частности приложения Telegram, вовлеченности и активности подрастающего поколения в сети, использование телеграм-канала может стать актуальным и эффективным образовательным инструментом.

Список литературы

1. Дробышев Ю.А. Воспитание личностных качеств студентов средствами истории математики // Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования : тезисы докладов XIV Международной научной конференции, с. Цей, 3–8 июля 2017 г. / Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания, 2017. С. 190–191.
2. Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. История математики в российских школьных учебниках: критический анализ // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. 2021. № S2-1(31). С. 76–78.
3. Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. О некоторых направлениях использования элементов истории математики при изучении дисциплин математического цикла // Математическое моделирование в экономике, управлении, образовании : материалы международной научно-практической конференции / под ред. Ю.А. Дробышева и И.В. Дробышевой. Калуга: Эйдос, 2015. С. 167–172.
4. Мокрушин А.Н. Применение историко-математического материала при обучении математике с использованием сервиса «Google-формы» / А.Н. Мокру-

шин // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов : материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Брянск, 7–9 октября 2021 г.. Брянск: Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, 2021. С. 316–319.

5. Мокрушин А.Н. О состоянии проблемы использования ИКТ в математическом образовании // Математическое образование в цифровом обществе: материалы XXXVIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Самара, 26–28 сентября 2019 г. Самара: Московский городской педагогический университет, 2019. С. 92–93.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ОБНОВЛЕННОГО ФГОС ООО И ФЕДЕРАЛЬНОЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

Е.И. Антонова, канд. пед. наук

*Владимирский институт развития образования им. Л.И. Новиковой
(Россия, Владимир)*

e-mail: antonova-e-i@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые подходы к реализации программы учебного курса «Вероятность и статистика». Методическое сопровождение содержательных линий курса показано на примерах конструирования различных этапов урока математики.

Ключевые слова: Федеральная рабочая программа основного общего образования «Математика», учебный курс, базовый и углубленный уровни изучения, содержательные линии курса, этапы современного урока.

METHODOLOGICAL SUPPORT OF THE EDUCATIONAL COURSE «PROBABILITY AND STATISTICS» UNDER THE IMPLEMENTATION OF THE UPDATED FEDERAL STATE EDUCATIONAL STANDARD AND THE FEDERAL WORKING PROGRAM IN MATHEMATICS

E.I. Antonova, Candidate of Pedagogical Sciences

*Vladimir Institute for Education Development named after
L.I. Novikova (Vladimir, Russia)*

Abstract. The article considers some approaches to the realization of the program of the educational course «Probability and Statistics». Methodological support of the course content is illustrated through the examples of designing different stages of a mathematics lesson.

Keywords: Federal working program of the basic general education «Mathematics», educational course, basic and advanced levels of study, course content, stages of an up-to-date lesson

Введение в образовательный процесс самостоятельного учебного курса «Вероятность и статистика» вызвано необходимостью формирования у школьников вероятностно-статистического мышления. Реализация данного курса предусмотрена обновленным ФГОС [4].

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

В федеральной рабочей программе (ФРП) определена цель изучения курса, направленная на формирование функциональной грамотности обучающихся [6].

В структуре программы выделены содержательно-методические линии: «Вероятность», «Введение в теорию графов», «Представление данных и описательная статистика», «Логика», «Элементы комбинаторики» и «Множество».

Рекомендации по изучению содержательных линий нового учебного курса содержатся в методическом пособии [3].

Методические приемы, которые могут быть использованы педагогом для первичного ознакомления учащихся с материалом, представлены в методических материалах: «Усложнение условий», «Замена слов на математические термины», «Интерпретация понятия», «Гроздь задач» [2].

Возникает необходимость совершенствовать профессиональные компетенции учителя математики при сопровождении учебного курса «Вероятность и статистика» в условиях реализации ФОП ООО [5].

Остановимся на примере конструирования мотивационно-целевого этапа урока: «Создание условий для осознанного восприятия нового материала».

<i>Тема урока</i>	<i>Описательная статистика: среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых рядов</i>
<i>1</i>	<i>2</i>
Класс	7
Математическое содержание на углубленном уровне изучения темы	Основное содержание: - среднее гармоническое; - среднее гармоническое числовых данных; Характеристика деятельности школьников: - изучать свойства средних в ходе практических работ; - решать задачи на выбор способа описания массивов в соответствии с природой данных и целями исследования
Формы организации учебной деятельности на данном этапе урока. Учебная установка, вопрос, задание, интересный факт, которые мотивируют мыслительную деятельность ученика (это интересно / знаешь ли ты, что...)	Вопросы: - При описании наборов числовых данных используют разные характеристики. Одной из них, как Вы уже знаете, является среднее арифметическое. Приведите пример использования среднего арифметического в конкретной ситуации. - Знаете ли Вы, что кроме среднего арифметического, в статистике используются и другие средние? Например, среднее кубическое, среднее квадратическое, среднее гармоническое. Задание: 1. Определить средний расход бензина на основании следующих данных: «Семья Сидоровых отправилась в путешествие на личном автомобиле по дорогам России. Глава семейства заправил полный бензобак, вмещающий 60 литров.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

1	2											
	В пути понадобилась дополнительная заправка практически пустого бака. Добравшись до места отдыха, папа решил подсчитать, насколько экономно он управлял автомобилем. Оказалось, что первые 60 литров были использованы из расчета 6 л на 100 км, а остальные 60 л – из расчета 10 л на 100 км. Каким же был средний расход топлива на протяжении всего пути?» 2. Как вы считаете, можно ли в этой ситуации использовать среднее арифметическое расхода бензина на 100 км для двух разных участков трассы? Аргументируйте свой ответ. 3. Чему равно среднее арифметическое 6 и 10?											
Формы организации учебной деятельности и учебные задания для актуализации опорных знаний, необходимых для изучения нового	Выдвигаем гипотезу: для определения среднего расхода топлива на протяжении всей трассы будем использовать среднее арифметическое двух расходов на 100 км.											
	Подтверждение / опровержение гипотезы:											
	Предложить ученикам заполнить таблицу:											
	<table><tr><th>Расход топлива на 100 км, л</th><th>Пройденное расстояние, км</th><th>Длина пути, км</th></tr><tr><td>6</td><td>$60 : 6 \cdot 100 = 1000$</td><td rowspan="2">1600</td></tr><tr><td>10</td><td>$60 : 10 \cdot 100 = 600$</td></tr><tr><td>8 (среднее арифметическое)</td><td>$(60 + 60) : 8 \cdot 100 = 1500$</td><td>1500</td></tr></table>	Расход топлива на 100 км, л	Пройденное расстояние, км	Длина пути, км	6	$60 : 6 \cdot 100 = 1000$	1600	10	$60 : 10 \cdot 100 = 600$	8 (среднее арифметическое)	$(60 + 60) : 8 \cdot 100 = 1500$	1500
	Расход топлива на 100 км, л	Пройденное расстояние, км	Длина пути, км									
6	$60 : 6 \cdot 100 = 1000$	1600										
10	$60 : 10 \cdot 100 = 600$											
8 (среднее арифметическое)	$(60 + 60) : 8 \cdot 100 = 1500$	1500										
Обсудить результат вычислений:												
- Можно ли в данной задаче использовать среднее арифметическое? - Верна ли выдвинутая гипотеза? - Можно ли все-таки решить задачу по известным данным? - Да, зная длину пути и количество литров израсходованного бензина $120 : 1600 \cdot 100 = 7,5$ (л) на 100 км. Проверка: $120 : 7,5 \cdot 100 = 1600$. Предлагаем обучающимся решить эту задачу в общем виде, принимая за x_1 и x_2 расход топлива на 100 км на каждом из участков												

Далее, переходим к осуществлению учебных действий по усвоению нового материала.

Таким образом, изучение теории вероятности и статистики позволяет школьникам анализировать ситуации, применять данные знания в реальной жизни.

Список литературы

1. Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: базовый уровень. Часть 1. М.: Просвещение, 2023. 176 с.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

2. Методические материалы к курсу «Вероятность и статистика» для педагогов, внедряющих обновленные ФГОС / Е.И. Куприенко, Т.Ф. Сергеева. М.: ФГАОУ ДПО «АРГПиПРО Министерства просвещения РФ», 2023. 21 с.

3. Математика. Вероятность и статистика : методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике И. Р. Высоцкого, И. В. Ященко / под ред. И.В. Ященко. 2-е изд., стер. Москва: Просвещение, 2023. 38 с.

Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 287 от 31.05.2021 [Электронный ресурс]. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027> (дата обращения: 17.06.2024).

4. Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования: приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 370 от 18.05.2023. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307140040> (дата обращения: 17.06.2024).

5. Федеральные рабочие программы «Математика» базовый и углубленный уровни. URL: <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/> (дата обращения: 17.06.2024).

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ В ОБЛАСТИ СТЕРЕОМЕТРИИ

Е.А. Богданова, канд. пед. наук, доцент

П.С. Богданов, канд. физ.-мат. наук

Самарский национальный исследовательский университет

им. академика С.П. Королева (Россия, Самара)

e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com; poulsmb@rambler.ru

С.Н. Богданов, канд. физ.-мат. наук, доцент

Самарский филиал Московского городского педагогического университета

(Россия, Самара)

e-mail: bogdanovsan@rambler.ru

Аннотация. В данной статье представлены некоторые направления исследовательской работы студентов, связанной, с одной стороны, с изучением стереометрических понятий и закономерностей, а с другой – с возможностями технологий виртуальной реальности.

Ключевые слова: исследовательская деятельность студентов, технологии виртуальной реальности, стереометрия

APPLICATION OF VIRTUAL REALITY TECHNOLOGIES TO ORGANIZE STUDENTS' RESEARCH ACTIVITIES IN THE FIELD OF STEREOLOGY

E.A. Bogdanova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Abstract. Some areas of student research work related, on the one hand, to the study of stereometric concepts and patterns, and on the other hand, to the capabilities of virtual reality technologies are presented.

Keywords: student research activities, virtual reality technologies, stereometry

Исследовательская деятельность в высших учебных заведениях является неотъемлемой частью учебного процесса. В федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования (ФГОС) научно-исследовательская работа студентов (НИРС) рассматривается как составная часть подготовки бакалавров и магистров. Результатом этой деятельности является написание рефератов, курсовых и дипломных работ в зависимости от этапа обучения. В то же время стремление некоторых студентов глубже разобраться в интересной для них теме, получить новые знания, не входящие в программу обучения, использовать эти знания при решении межпредметных задач приводит к тому, что обучающиеся на протяжении достаточно длительного времени под руководством преподавателей занимаются исследовательской деятельностью, освещая её результаты в научных статьях и выступлениях на различных студенческих конференциях и семинарах. Такая реализация НИРС позволяет эффективно преодолевать противоречия между общим характером подготовки бакалавров и магистров в высших учебных заведениях и потребностями развития у каждого студента инициативы и самостоятельности, реализации творческих способностей.

Для студентов педагогических университетов умение осуществлять исследовательскую деятельность важно и по той причине, что в будущем им предстоит руководить написанием исследовательских работ учащихся, созданием ими различных проектов.

Организация исследовательской работы студентов существенным образом меняется в условиях цифровой трансформации образования. Практически в любом научном изыскании обучающихся все больше и больше используются средства информационных технологий [1]. Особенно это проявляется при исследованиях в области естественных наук и математики. Современные информационные технологии позволяют не только смоделировать математический объект для изучения его свойств, но и провести анализ его построения в пространстве, что особенно ценно при изучении стереометрии.

Формированию у обучающихся правильных пространственных образов геометрических фигур способствует применение цифровых инструментов, обладающих возможностью реализации стереоскопического эффекта. Данный эффект является обязательной характеристикой объектов виртуальной реальности, использование которой при обучении старшеклассников и студентов позволяет

совершенствовать их пространственные представления. Потому важным направлением научно-исследовательской деятельности студентов может являться разработка методических рекомендаций по применению сред конструирования виртуальной реальности в обучении стереометрии. О необходимости использования средств виртуальной и дополненной реальности для активизации интеллектуального и инновационного потенциала модернизации математического образования говорится в работе [3].

При использовании технологий виртуальной реальности в исследовательской деятельности обучающихся возникает проблема выделения некоторых конкретных направлений применения этих технологий для изучения стереометрии. Не менее важным является и выявление наиболее подходящих и доступных электронных сред реализации технологий виртуальной реальности. Рассмотрим примеры тем в области стереометрии, при исследовании которых можно эффективно использовать программы виртуальной реальности.

1. Применение виртуальной реальности при изучении движений трехмерного пространства позволяет организовать исследовательскую работу студентов, связанную с замощениями пространства, типы которых определяются соответствующими кристаллографическими группами. Используя некоторые движения группы, её простейшую фундаментальную область можно трансформировать в фигуру, с помощью которой осуществляется замощение всего пространства. Для визуализации этого замощения удобнее всего использовать программы виртуальной реальности. В частности, реализация различных движений пространства возможна в универсальной среде для конструирования объектов виртуальной реальности Gravity Sketch, поэтому её можно рекомендовать для исследовательской работы по созданию оригинальных замощений пространства. Простейшей кристаллографической группой является группа, фундаментальная область которой представляет собой параллелепипед. На рис. 1 представлен фрагмент замощения пространства, полученный из этой фундаментальной области в программе Gravity Sketch с помощью параллельных переносов.

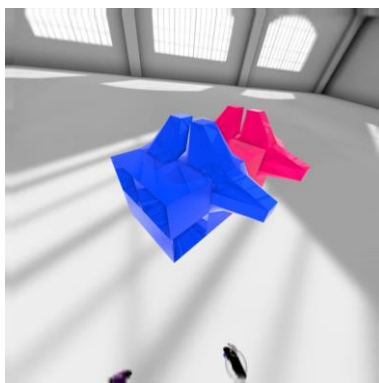


Рис. 1. Фрагмент замощения пространства в программе Gravity Sketch

2. Второе направление исследований связано с построениями в пространстве. При этом вариативность исследований достигается как за счет выбора используемых инструментов, так и за счет подбора совокупности решаемых задач. Например, в специализированной программе для преподавания математики Neotrie VR имеется ряд инструментов, таких как построение прямой, проходящей через данную точку, параллельно заданной прямой, или перпендикуляра к плоскости, заданной тремя точками. При использовании последнего указываются три точки, не лежащие на одной прямой, и через вторую из них проводится прямая, перпендикулярная плоскости.

При этом нет доступного инструмента, позволяющего строить плоскость, перпендикулярную прямой или другой плоскости. Поэтому при реализации исследовательской работы студентов с помощью рассматриваемой программы в качестве одной из задач можно поставить разработку базовых построений, позволяющих с помощью имеющихся инструментов осуществить указанные выше геометрические действия.

Ресурсы программы Neotrie VR позволяют строить пространственные фигуры по метрическим данным. Поэтому подобно тому, как на плоскости решаются задачи на построение с помощью циркуля и линейки, в программе Neotrie VR можно решать метрически определенные задачи в пространстве [2], применяя некоторый набор инструментов. Например, на рис. 2 представлен результат построения плоскости, проходящей через вершину B параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, перпендикулярно AK , где K – середина ребра $C_1 D_1$.

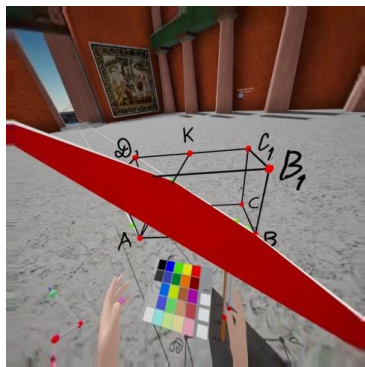


Рис. 2. Построение плоскости, перпендикулярной прямой, в программе Neotrie VR

Таким образом, каждую из рассмотренных программ можно использовать для исследовательской работы обучающихся. Применение технологий виртуальной реальности для организации исследовательской деятельности студентов, связанной с изучением стереометрических понятий и закономерностей, позволяет проводить эти исследования легче, нагляднее и быстрее по сравнению с

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ традиционными подходами или с использованием систем динамической математики.

Список литературы

1. Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н. Реализация научно-исследовательской работы будущих учителей математики с привлечением системы динамической математики GeoGebra // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2023. Т. 20. № 2. С. 207–220.
2. Гусев В.А., Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике. Геометрия. М.: Просвещение, 1992. 352 с.
3. Дворяткина С.Н., Заикина Д.И. Виртуальная реальность как эффективная стратегия развития математического образования: к постановке проблемы. Continuum // Математика. Информатика. Образование. 2023. № 2 (30). С. 8–17.

ИЗ ОПЫТА РАЗРАБОТКИ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ СИМУЛЯТОРОВ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Э.Х. Галямова, канд. пед. наук, доцент

*Набережночелнинский государственный педагогический университет
(Россия, Набережные Челны)
e-mail: egalyamova@yandex.ru*

Аннотация. В статье представлен опыт разработки и внедрения в учебный процесс цифровых симуляторов в качестве образовательного ресурса для педагогических вузов. Симуляционные модели учебно-методических ситуаций направлены на формирование компетенций в условиях реализации ядра педагогического образования. Представленный цифровой образовательный ресурс является перспективным инструментом в практике образования, так как позволяет формировать трудовые действия методического характера.

Ключевые слова: цифровой симулятор, инклюзивное обучение, цифровые двойники, виртуальный урок, моделирование

DEVELOPMENT AND USE DIGITAL SIMULATORS IN PEDAGOGICAL UNIVERSITIES

E.Kh. Galyamova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Naberezhnye Chelny State Pedagogical University (Russia, Naberezhnye Chelny)

Annotation. The article presents the experience of developing and introducing digital simulators into the educational process as an educational resource for pedagogical universities. Simulation models of the process of training a future teacher are aimed at the formation of competencies in the context of the modernization of the

core of pedagogical education. The presented digital educational resource is a promising tool in the practice of education, as it allows you to form methodological labor actions.

Keywords: digital simulator; inclusive learning; digital doubles; virtual lesson; simulation

Актуальность вопроса внедрения цифровых симуляторов в педагогические вузы обусловлена целым рядом факторов. Прежде всего реализацией в системе российского образования государственной программы «Развитие образования на 2018–2025 гг.» и федерального проекта «Цифровая образовательная среда» национального проекта «Образование», в которых обозначена необходимость создания современной цифровой образовательной среды с целью повышения качества образования. Цифровая образовательная среда подготовки будущего учителя в условиях цифровой трансформации системы образования обогащается новыми дидактическими средствами. В современных исследованиях накоплен опыт анализа результатов внедрения цифровых симуляторов в различные отрасли, изучен процесс переноса новой технологии в подготовку будущего учителя. Исследуется вопрос применения симуляторов не для диагностики, а в большей мере для отработки профессиональных умений и навыков будущих учителей [2; 3; 5].

В данной статье представлен опыт разработки и апробации различных моделей цифровых симуляторов в ФГБОУ ВО «Набережночелнинский государственный педагогический университет». На факультете математики и информатики активно разрабатываются и внедряются цифровые симуляторы и тренажеры с целью формирования практического опыта будущего учителя математики по решению профессиональных задач в виртуальной среде. Основное назначение цифровых симуляторов разработчики видят в сформировании у бакалавров умений принимать осознанные профессиональные решения и рефлексивно оценивать свои действия в различных учебных ситуациях, смоделированных в виртуальной среде. Основные преимущества цифровых симуляторов: объективность оценивания, снижение психологического дискомфорта, снятие рисков и ошибок, машинный анализ и обработка данных для проектирования индивидуальной траектории [4].

Первым продуктом, разработанным в НГПУ, является цифровой симулятор педагогической деятельности по проектированию и проведению урока математики в проблемно-задачном подходе. Моделирование профессиональной деятельности учителя способствует формированию умения принимать педагогические решения, направленные на реализацию деятельностного подхода на уроке математики. Программа предлагает студенту провести виртуальный урок математики в 5-м классе. На начальном этапе предстоит выбрать иллюстрацию к практико-ориентированной задаче, определить цель, планируемые результаты и форму работы с классом. В конце виртуального урока на экране появляется таблица с результатами. Основное назначение симулятора не в том, чтобы дать оценку действиям студента, а в том, чтобы привести его к самоанализу, пониманию

допущенных ошибок и нахождению эффективного способа организации урока в виртуальном классе.

Второй продукт соединил в себе и тренажер по решению геометрической задачи повышенной сложности, и симулятор по моделированию процесса поиска решения задачи в виртуальном классе. Приступая к работе на цифровом тренажере, студент сначала решает геометрическую задачу, опираясь на наводящие вопросы в случае затруднений. Далее принимает на себя роль виртуального учителя по организации поиска решения данной задачи в симуляторе. Программой заложен выбор студентом различных этапов работы над задачей, наборы различных вопросов виртуальным школьникам на соответствующих этапах. В любой момент прохождения симулятора есть возможность перехода к диалогу с виртуальным классом или учеником. В ходе виртуального урока студент может проверить записи ученика в тетради и дать соответствующие рекомендации. При этом он должен контролировать временные затраты, так как урок рассчитан на 40 минут по таймеру. Подробнее представлено автором в статье [1].

Третьим авторским продуктом является цифровой симулятор по работе в виртуальном классе с обучающимся, имеющим ограниченные возможности здоровья. В соответствии с ФГОС ВО в основу модели симулятора заложены компетенции: способность организовывать совместную и индивидуальную учебную и воспитательную деятельность обучающихся, в том числе с особыми образовательными потребностями; способность использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями. В данном цифровом продукте особое внимание авторы уделили методическим приемам работы с детьми с ОВЗ, имеющими речевые нарушения. С технологией проектирования и результатами апробации данных цифровых ресурсов можно ознакомиться на курсах повышения квалификации tatngpi.ru.

Выделим общие подходы проектирования моделей перечисленных симуляторов. В данных моделях четко обозначена роль цифрового тьютора. Заложен общий шаблон приветствия и инструктажа. После краткого знакомства с особенностями программы и постановки задачи студент может повторно выслушать более подробную инструкцию или перейти к выполнению задания. На подготовительном этапе студент осуществляет выбор планируемого результата и дидактических средств из предложенного набора или может ознакомиться с литературой. На каждом этапе предлагается список типовых действий учителя, которые были выделены в процессе апробации разработанного сценария в реальных классах. Выбор определенного действия приводит к новому набору последующих действий учителя, порядок которых генерируется, что позволяет увеличить вариативность виртуального урока. Студент должен выбирать одно из предложенных действий, исходя из запланированных им результатов и реакции виртуальных учеников.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

В цифровые симуляторы заложены модели типовых действий учителя в реальном классе с учетом идеализированного варианта, всех заложенных компетенций в стандарте и типовых ошибок студентов, выявленных в ходе педагогических практик в школе. В ходе апробации сценария данного урока в реальных классах выделены типовые ответы и действия реальных учеников. На основе анализа выделенных типов созданы 10 цифровых двойников школьников, включены в симулятор аудиозаписи ответов обучающихся и видеофрагменты по выполнению заданий. Чтобы приблизить цифровой симулятор к событиям, происходящим в реальной школе, при доработке моделей планируется ввести в сюжет когнитивные особенности восприятия материала школьниками и поведенческие реакции.

Для усиления обучающей функции симулятора в модель заложены варианты различных комментариев результатов цифровым тьютором. Тьютор не только прокомментирует оценку методических умений, таких как: умение соотнести возраст учащихся с наглядными средствами; умение правильно выбрать форму работы в классе; умение определить планируемые результаты; умение организовать поиск решения задачи; умение учитывать особые образовательные потребности ребенка, а также проанализирует логичность и последовательность действий на этапе постановки учебной задачи. Основной обучающей задачей введения в сюжет симулятора цифрового тьютора является предоставление методических рекомендаций к определенным этапам урока.

Как показал анализ результатов применения перечисленных симуляторов наиболее эффективным является следующая модель внедрения в подготовку учителя. Первый этап – в ходе методической подготовки. Второй этап – самостоятельное прохождение до выхода на активную практику в школу. Третий этап – консультация на установочной конференции перед выходом на практику в школу по ходу работы на симуляторе со специалистами-психологами, методистами, руководителями педагогических и других видов практик, школьными учителями. Четвертый этап (диагностический) – после завершения практики.

Результаты работы с симулятором полезны как и самому студенту, так и методисту, который сможет дать необходимые рекомендации студенту. Симулятор дает возможность не только оценить стратегию проведения урока будущим учителем, но и направить его действия на реализацию требований профессионального стандарта и самообразование.

Список литературы

1. Галямова Э.Х. Использование цифрового симулятора в обучении поиску решения задач // Вестник МПГУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2021. № 2 (56). С. 60–65.
2. Дудырев Ф.Ф., Максименкова О.В. Симуляторы и тренажеры в профессиональном образовании: педагогические и технологические аспекты // Вопросы образования / Educational Studies Moscow. 2020. № 3. С. 255–276.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

3. Жигалова О.П. Учебные симуляторы в системе профессионального образования: педагогический аспект // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2021. Т. 10. № 1 (34). С. 109–112.

4. Захарова И.М., Грахова С.И. Применение цифрового симулятора педагогической деятельности как диагностического инструмента в профессиональной подготовке педагогов // Современные проблемы науки и образования. 2023. № 3. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=32700> (дата обращения: 17.06.2024).

5. Шагиахметова М.Н., Масалимова А.Р. Цифровые симуляторы и виртуальные тренажеры как инструмент практической подготовки будущих учителей начальных классов // Казанский педагогический журнал. 2022. № 3 (152). С. 45–52.

РАЗВИТИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Э.Г. Гельфман, д-р пед. наук, профессор

Ю.К. Пенская, канд. пед. наук

А.Г. Подстригич, канд. пед. наук, доцент

И.Г. Просвинова, канд. пед. наук

*Томский государственный педагогический университет
(Россия, Томск)*

e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, penskaya_julia@mail.ru,
anpodstrigich@mail.ru, prosvirova59@mail.ru

Аннотация. Развитие самостоятельности будущего учителя и его инициативы при обучении предмету является одной из актуальных проблем высшего образования. Развитию самостоятельности могут способствовать активные формы обучения, в частности использование ролевых игр и психодидактических заданий, имитирующих деятельность будущих учителей при обучении любой теме школьного курса математики.

Ключевые слова: самостоятельность, ролевая игра, обучение будущих учителей математики

DEVELOPING THE INDEPENDENCE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

E.G. Gelfman, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor;

J.K. Penskaya, Candidate of Pedagogical Sciences;

A.G. Podstrigich, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor;

I.G. Prosvirova, Candidate of Pedagogical Sciences

Tomsk State Pedagogical University (Russia, Tomsk)

Abstract. The development of the independence of the future teacher and his initiative in teaching the subject is one of the pressing problems of higher education. Active forms of learning can contribute to the development of independence. In particular, the use of role-playing games that imitate the activities of future teachers when teaching any topic in a school mathematics course

Keywords: independence, role-playing games, training of future mathematics teachers

В современном мире самостоятельность как качество личности является актуальным для человека любой профессии. Под самостоятельностью понимается особенность личности, отражающая способность к осознанному инициативному действию, не только воспроизводящая известные формы деятельности, но их совершенствующая и создающая новые [1].

Как помочь будущему учителю математики стать самостоятельным? Любые ли способы обучения способствуют развитию этого качества при обучении методическим дисциплинам?

Попробуем ответить на этот вопрос на примере обучения теме «Первые понятия курса школьной алгебры». Выбор этой темы обусловлен тем, что в истории методики обучения математике она считается одной из трудных как для учащихся, так и для учителей. Однако в преподавании этой темы накоплен богатый опыт, и анализ этого опыта может стать основой для развития самостоятельности в обучении будущих учителей [2].

Самостоятельность будущего учителя математики зависит от того, насколько он понимает роль и место данной темы в формировании мировоззрения учащихся, осознает риски, трудности учащихся в её усвоении и понимании, готов ли он разрабатывать свой подход к обучению. Такой подход поможет создать положительное отношение учащихся к систематическому курсу алгебры, позволит установить связь новых понятий с их прошлым опытом (арифметическим, геометрическим, житейским), поможет овладеть методами работы с новыми объектами [3; 4; 5; 6]. В связи с этим был разработан комплекс ролевых игр и психодидактических заданий, имитирующих деятельность учителя и учащихся при изучении этой темы.

Одной из методических проблем при обучении является мотивация учащихся на изучение нового предмета. В поиске мотива изучения систематического курса алгебры для разных учащихся с будущими учителями была проведена ролевая игра «Я в мире алгебры. Ситуации, в которых нужна алгебра». Студентам была предложена роль учащегося.

Игра начинается с задания.

Задание 1. Рассмотрите ситуации:

Ситуация 1. Нужно записать с помощью букв правило: «Чтобы число умножить на сумму двух чисел, достаточно умножить его на каждое из слагаемых и результаты сложить».

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Ситуация 2. Как отгадать задуманное число? Например, задумайте натуральное число. Удвойте его. К полученному произведению прибавьте 5. Полученное число умножьте на 5. К результату прибавьте 10. Полученную сумму умножьте на 10. Если вы назовёте число, которое у вас получилось, то можно назвать число, которое вы задумали.

Ситуация 3. Решите разными способами старинную задачу: «Некто подошёл к клетке, в которой сидели фазаны и кролики. Сначала он сосчитал головы, их оказалось 15. Потом он посчитал лапы, их было 42. Сколько кроликов и сколько фазанов было в клетке?» [7]. Для любого ли количества голов и лап можно решить данную задачу?

Что общего в этих ситуациях? Чем они отличаются? Продолжите фразу: «Алгебра помогает...»

Задание 2. Проанализируйте ситуации 1–3. Какие формы кодирования информации Вам пригодились при работе с каждой ситуацией (словесно-символическая, предметно-практическая, визуальная)? Какими приёмами мотивировалась деятельность учащихся в каждой ситуации? Предположите, какие трудности могут испытывать учащиеся при работе с этими ситуациями. Предложите другие ситуации, в которых помогает алгебра.

Выполняя задание 1, будущие учителя математики отмечали, что общим во всех ситуациях было появление нового способа представления информации, особого математического языка. Это послужило началом деловой игры «Конструирую методические тексты», которая проводилась в рамках лекции с пропусками на тему «Как познакомить учащихся с алгебраическим языком?» Материалы лекции будущие учителя получили заранее для того, чтобы они смогли принять участие в создании пропущенного в ней текста в ходе коллективного обсуждения. Пропущенные фрагменты текста связаны с пониманием роли основных знаков алгебраического языка. Например, «разработайте задания, которые помогли бы понимать роль скобок в числовом выражении».

Следующие лекционно-семинарские занятия были посвящены понятиям «степень», «одночлен», «многочлен», «алгебраическая дробь». Первая лекция с пропусками была выбрана в качестве фокус-примера самостоятельной деятельности учителя при изучении понятия «одночлены». Студентам предлагалось следующее задание.

Задание 3. С точки зрения задач интеллектуального развития учащихся на уроках математики, изучая понятия «одночлены», «многочлены», «алгебраические дроби», учащиеся должны принять участие в конструировании этих понятий. Учебная деятельность должна быть организована так, чтобы они заняли исследовательскую позицию. Какой план изучения этих понятий Вы бы предложили, чтобы, используя алгебры и учитывая закономерности образования математических понятий, учащиеся могли конструировать новые алгебраические выражения? Составьте презентацию на тему «Я – организатор учебной деятельности».

Среди представленных вариантов выполнения задания встречались развёрнутые планы, планы-таблицы, интеллект-карты. Такого рода деятельность способствует пониманию ключевой идеи темы, отражает цепочку смысловых звеньев, которая показывает, как исследование правил работы с алфавитом может помочь с получением новых алгебраических выражений. Приведем фрагмент одной из таких работ (рис. 1).

В качестве фокус-примера подхода к формированию нового алгебраического понятия была выбрана тема «Одночлены». Будущим учителям снова было предложено примерить роль учащихся, используя тексты учебной книги [7] и лекцию с пропусками.

План обучения первым понятиям алгебры (7 класс)		
Операция	Название объекта	Характеристики объекта
1. Умножение		
$a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$ n раз	Степень	- основание степени, - показатель степени.
a^2b^7 ; $3a^2b \cdot \frac{2}{3}b^6$.	Одночлены	- коэффициент, - буквенная часть, - степень одночлена, - одночлен стандартного вида, - одночлен нестандартного вида.
2. Алгебраическое сложение		
$7a^2b + 0,5a^2b$; $7a^2b + 0,5b$; $(7a^2b + 0,5b) - (3a^2b - 2b)$.	Многочлены	- коэффициенты многочлена, - степень многочлена, - многочлен стандартного вида, - свободный член многочлена.
3. Деление		
$\frac{2a}{3bc}$; $\frac{7a^2b + 0,5b}{3a^2b - 2b}$.	Алгебраическая дробь	- допустимые значения переменных, - числитель и знаменатель.

Рис. 1. Фрагмент работы

Работа осуществлялась по следующему плану: ситуации, в которых возникают одночлены, признаки полученных выражений, определение, характеристики одночленов, выполнение заданий по теме.

Следующая ролевая игра «Аналитик учебного действия» реализовывалась через выполнение задания.

Задание 4. Какие этапы формирования понятий должны быть реализованы в ходе изучения одночленов? Определите назначение заданий с точки зрения создания условий для обогащения разных форм умственного опыта учащихся [8]. Сравните материалы, которые у вас получились и учебный текст по данной теме [9]. Какими заданиями Вы бы дополнили этот текст? Создайте рекламу заданиям, способствующим формированию понятия «одночлен».

Психодидактические умения, полученные при изучении понятия «одночлены», студенты смогли продемонстрировать и перенести на семинарском занятии дискуссионного характера «Создаём контент для изучения многочленов и

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ алгебраических дробей. Учимся друг у друга». Выполнение задания проходило в группе, по итогам каждая из двух групп провела по одной из тем интерактивное занятие. В ходе дискуссии проведенное занятие получило рецензию и рекомендации. Таким образом, условием для развития самостоятельности будущих учителей являлось создание конструктивистски ориентированной образовательной среды, которая создавала условия для методической инициативы студентов.

Список литературы

1. Новые требования к человеческому потенциалу: развитие самостоятельности : докл. к XXIII Ясинской (Апрельской) междунар. науч. конф. по проблемам развития экономики и общества, Москва, 2022 год / П.С. Сорокин, И.Д. Фрумин, Е.А. Терентьев, Ю.Н. Корешникова. М.: Изд. дом ВШЭ, 2022. 51 с.
2. Бронштейн С.С. Методика алгебры: для высших педагогических учебных заведений и преподавателей средней школы. М.: Учпедгиз, 1935. 329 с.
3. Гельфман Э.Г., Подстригич А.Г., Андаев Д.О. Особенности конструирования образовательного пространства учебной темы (на примере математики) // Научно-педагогическое обозрение (Pedagogical Review). 2023. Вып. 6 (52). С. 7–20.
4. Сорокопуд Ю.В. Педагогика высшей школы. Ростов н/Д: Феникс, 2011. 541 с.
5. Иванова Т.А., Перевощикова Е.Н., Кузнецова Л.И., Григорьева Т.П. Теория и технология обучения математике в средней школе : учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов / под ред. Т. А. Ивановой. Н. Новгород, 2009. 354 с.
6. Малова И.Е., Горохова С.К., Малинникова Н.А., Яцковская Г.А. Теория и методика обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов высших учебных заведений. М.: ВЛАДОС, 2009. 448 с.
7. Алгебра: учебник для 7 класса. / Э.Г. Гельфман и др. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 264 с.
8. Гельфман Э.Г., Холодная М.А. Психодидактика школьного учебника: учебное пособие для вузов. М.: Юрайт, 2024. 328 с.
9. Математика. Алгебра: 7 класс: базовый уровень : учебник. / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. М.: Просвещение, 2023. 255 с.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
**О МЕСТЕ РЕКУРРЕНТНЫХ СООТНОШЕНИЙ В ПРЕДМЕТНОЙ
ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

Е.И. Деза, д-р пед. наук, профессор

О.И. Стешева, доцент

*Московский педагогический государственный университет
(Россия, Москва)*

e-mail: Elena.Deza@gmail.com; steseva_oi@rambler.ru

Аннотация. В статье рассмотрены дидактические возможности использования интегративного подхода к предметной подготовке учителя математики на примере раздела «Рекуррентные соотношения».

Ключевые слова: рекуррентные соотношения, предметная подготовка учителя математики, интегративный подход

**ON THE PLACE OF RECURRENT RELATIONS IN THE SUBJECT
TRAINING OF A TEACHER OF MATHEMATICS**

E.I. Deza, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

O.I. Steseva, Associate Professor

Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

Abstract. The article considers the didactic possibilities of using an integrative approach to the subject training of mathematics' teachers on an example of the recurrent relations.

Keywords: recurrent relation, subject training of mathematics' teacher, integrative approach.

Сегодня состояние математического образования в Российской Федерации характеризуется активным поиском новых подходов к постановке и практической реализации обучения школьников и студентов основам классических и современных разделов математической науки. Вечные дидактические вопросы «зачем, чему и как учить» сегодня не менее актуальны, чем вчера или несколько веков назад. Реалии современного цифрового общества ведут к перестройке всех компонентов дидактической системы, о какой бы учебной дисциплине ни шла речь. Если же мы говорим о математике, то в расчет следует брать ещё и следующий очевидный, но важный фактор: именно математика является теоретической основой цифровых технологий, и, обучая молодежь математике в условиях повсеместного использования цифровых ресурсов, мы не должны забывать об этом. Добавим ещё один важный момент. Отечественное математическое образование всегда носило фундаментальный характер. В последние десятилетия отношение к этому факту менялось. Обучающиеся зачастую стали воспринимать математику как нечто второстепенное,

перегруженное ненужными и непонятными теоретическими выкладками. К сожалению, предложения перейти от преподавания математики как фундаментальной дисциплины к преподаванию «практико-ориентированному» неоднократно появляются и в методических исследованиях. Мы считаем, что это неверно. Безусловно, преподавать математику так, как это было сто или даже всего сорок лет назад, нельзя. Реалии цифрового мира игнорировать не удастся. Но сохранить фундаментальный характер обучения основам математической науки, используя при этом весь арсенал классических и современных средств, можно и нужно. Один из возможных подходов к решению проблемы – интегративный (если хотите, энциклопедический), основанный на выделении в теоретическом и прикладном математическом знании основополагающих, базовых понятий и их «сквозном» изучении. Выделяя данные понятия и связанные с ними утверждения и факты в различных дисциплинах, мы акцентируем внимание обучающихся на том, что во всех рассматриваемых, зачастую очень отличающихся друг от друга вопросах речь идет об одной и той же математической конструкции [1].

Ранее мы рассматривали с этой точки зрения понятия «число», «расстояние», «алгоритм». Сегодня мы хотим остановиться на понятии «рекуррентность» и связанном с ним рекуррентном методе, крайне востребованном не только в математике, но и в информатике.

Суть рекуррентного метода заключается в построении каждого следующего объекта с использованием информации об одном или нескольких предыдущих объектах. Таким образом, задав ряд начальных условий, мы получаем возможность вычислять элементы интересующей нас последовательности (таблицы, многомерного массива), на каждом шаге возвращаясь к построенным ранее элементам. Известным примером рекуррентно построенного множества является последовательность Фибоначчи. Базовый «двумерный» пример – треугольник Паскаля [2].

Анализ программ учебных курсов (мы говорим об обучении математике на уровне высшего педагогического образования) позволяет утверждать, что формально раздел «Рекуррентные соотношения» впервые явно появился в программе дисциплины «Дискретная математика» в 90-х годах прошлого века. Безусловно, это не значит, что рекуррентные методы не рассматривались до этого. Просто на них не делали специального акцента. Да и вопросов, решаемых с помощью рекуррентного подхода, было представлено не очень много. Впрочем, уже в школьной математике есть объект рекуррентной природы, который знают (должны знать) все без исключения. Это арифметическая и геометрическая прогрессии. Однако, как правило, при изучении прогрессий об их рекуррентной природе просто не упоминают.

Между тем рекуррентный метод является одним из основополагающих в математической науке. Так, *метод математической индукции* основан на проверке некоторых начальных условий и рассмотрении требований к «следующему» объекту при изучении объекта предыдущего. Чисто рекуррентный

подход. Добавим в рассмотрение *алгоритм Евклида*. Каждый следующий шаг алгоритма основан на информации, полученной на предыдущем шаге. Это пример использования рекуррентного подхода в арифметике и теории чисел. Про *прогрессии* и *треугольник Паскаля* мы уже упоминали. Эти объекты являются основополагающими в математическом анализе и дискретной математике соответственно. Наконец, рекуррентный подход лежит в основе итерационных методов *численного анализа*. Так, теорема о сжимающем отображении утверждает, что единственное решение уравнения $x=A(x)$ в полном метрическом пространстве можно найти, построив последовательность элементов x_n , $n=0, 1, 2, \dots$, где $x_{n+1} = A(x_n)$. Впрочем, рекуррентный принцип можно выделить в организации работы любого цикла, а также при изучении рекурсивных функций в программировании. Таким образом, мы встречаемся с рекуррентным подходом во многих разделах теоретической математики, в прикладных задачах и даже в других областях знания.

Добавим в рассмотрение ещё один раздел, возможно, менее «знаменитый», но уж точно не менее интересный. Это теория специальных чисел [3]. Мы уже рассматривали рекуррентное построение чисел *Фибоначчи*, пожалуй, самый известный пример такого рода. Однако рекуррентную природу имеют многие другие классы специальных чисел, например числа *фигурные*. *Треугольное* (квадратное, ... , *k-угольное*) число определяется как количество точек, при помощи которых можно построить на плоскости фигуру, изображающую правильный треугольник (квадрат, ..., *k-угольник*). Другими словами, *n-е k-угольное* число представляет собой сумму *n* первых элементов арифметической прогрессии с разностью *k-2*, начинающейся с 1. Крайне просто. Но какие возможности для вариативного изучения темы «Прогрессии»!

Более того, систематическое изложение теории многоугольных чисел, например, на спецкурсе в педагогическом вузе позволит продемонстрировать весь арсенал рекуррентного подхода. Рекуррентное определение, получение явной формулы, построение производящей функции, доказательство свойств соответствующей последовательности – стандартная схема, естественным образом реализуемая в данном случае.

При желании можно углубиться в тему, построив соответствующую теорию для *пирамидальных чисел* (трехмерных аналогов многоугольных чисел), кубических чисел и, в целом, для целого спектра различных классов числовых конструкций, имеющих право называться фигурными.

Примерами числовых множеств, которые можно построить с помощью двумерных рекуррентностей, являются уже упомянутые выше элементы треугольника Паскаля, числа Стирлинга, числа Эйлера и др. Аналогичные трехмерные рекуррентности определяют числа Деллануа.

Совсем другой тип рекуррентных соотношений, мультипликативные рекуррентности, используется для построения чисел Каталана (а также родственных им чисел Моцкина и Шредера). Соответствующая мини-теория

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

(рекуррентность – явная формула – производящая функция – свойства) в данном случае тоже может быть построена, но методы рассуждений будут совсем другие.

Интересные рекуррентные подходы существуют в теории пифагоровых троек, а также в теории дружественных пар и троек социальных чисел. В этом случае определение числового множества рекуррентным не является; однако можно предложить рекуррентный метод генерации некоторого подмножества изучаемого класса чисел.

Выделив важные разделы математики, связанные с рекуррентным методом, и рассмотрев возможности рекуррентного метода при изучении теории специальных чисел, можно сделать следующие выводы.

Во-первых, теория рекуррентных соотношений является важной составной частью многих разделов математической науки и ряда учебных математических курсов как на уровне общего образования, так и на уровне высшего педагогического образования, что определяет методическую целесообразность предложенного выше интегративного («сквозного») подхода к изучению элементов данной теории в ходе математической подготовки обучающихся.

Во-вторых, широкий спектр задач, связанных с теорией рекуррентных соотношений, позволяет разработать и внедрить в образовательную практику многоплановую систему курсов по выбору, посвященных теоретическим и прикладным аспектам рассматриваемой тематики, организовать эффективную индивидуальную исследовательскую деятельность обучающихся в рамках выполнения учебных проектов (школьники), курсовых работ, выпускных квалификационных работ бакалавра и магистерских диссертаций (студенты).

Такой подход к изучению темы «Рекуррентные соотношения» позволит решить ряд важных методических задач: расширить, углубить и систематизировать математические знания обучающихся, внести вклад в формирование у обучающихся понимания единства математической науки, ее основополагающей роли в решении множества актуальных практических задач, сформировать положительное отношение обучающихся к математике, повысить их мотивацию к изучению математики как на базовом, так и на углубленном уровне.

Список литературы

1. Деза Е.И. Подготовка учителя математики в условиях вариативного образования. М.: Прометей, 2012. 176 с.
2. Деза Е.И. Модель Д.Л. Основы дискретной математики. М.: URSS, 2010. 224 с.
3. Деза Е.И. Специальные числа натурального ряда. М.: URSS, 2010. 240 с.

МОНОТОННОСТЬ ФУНКЦИИ: ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ

Л.Н. Евелина, канд. пед. наук, доцент

О.М. Кечина, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Самарский государственный социально-педагогический университет
(Россия, Самара)*

e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru; omka-83@mail.ru

Аннотация. Внимание авторов статьи сосредоточено на одном из свойств функции – монотонности. Затрагиваются как теоретические вопросы, так и практическое применение, в том числе при решении уравнений и неравенств.

Ключевые слова: монотонность функции на промежутке, достаточный признак монотонности, решение уравнений и неравенств

MONOTONY OF FUNCTION: FROM THEORY TO PRACTICE

L.N. Evelina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

O.M. Kechina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Samara State University of Social Sciences and Education (Russia, Samara)

Abstract. The attention of the authors of the article is focused on one of the properties of the function – monotony. Both theoretical issues and practical applications are touched upon, including in solving equations and inequalities.

Keywords: monotony of the function in the interval, a sufficient sign of monotony, solving equations and inequalities

Функциональная линия является одной из основных в школьном курсе математики. Знакомство с основными фактами происходит постепенно, начиная с предварительных сведений о функциональной зависимости между переменными без использования функциональной терминологии в начальной школе и в 5–6-х классах, к введению соответствующего формального аппарата в 7-м классе, с последующим расширением и углублением базы знаний о функциях вплоть до окончания школы. Какова же логика формального изучения функций на протяжении всего периода обучения школьников и каковы возникающие при этом трудности в усвоении теории и ее применении на разных этапах обучения?

Говоря о числовой функции, мы всегда начинаем с установления зависимости между переменными, заданными на числовых множествах. И тут же возникает первая трудность: школьники легко оперируют термином «область определения функции», но при этом не могут объяснить, что под этим понимают. На вопрос, что они понимают под областью определения функции, они отвечают, что это множество всех значений, которые принимает независимая переменная или множество тех значений аргумента, при которых функция определена, при этом не могут внятно объяснить, какие же она принимает значения (ответ: те,

которые входят в область определения функции). Сказанное означает, что любой вводимый термин должен быть усвоен учениками так, чтобы они могли не только выделить все существенные свойства понятия, но и привести собственные примеры, подтверждающие осознанность его принятия.

Практика работы со студентами – будущими учителями математики убеждает нас в том, что проблемы в грамотном усвоении теории начинаются в школе и, что самое печальное, не всегда осознаются в процессе изучения методических и предметных дисциплин в педагогическом вузе. Именно поэтому так важны логико-математический и методический анализ изучаемых дидактических единиц в рамках всех предметных курсов.

Монотонность функции – одно из самых распространённых проблемных мест в усвоении свойств функций. Заметим, что это понятие вводится в курсе математики основной школы и затем к нему постоянно возвращаются для характеристики свойств каждой новой функции: сначала формируются наглядные представления о возрастании (убывании) функции на промежутке, а затем вводится строгое определение и появляются разные способы исследования функции на монотонность на указанных промежутках или на области определения. Структура определения понятия «возрастающая (убывающая) на промежутке функция» включает в себя выполнение двух существенных свойств: 1) двум произвольным различным значениям аргумента из данного промежутка обязательно должны соответствовать также два различных значения функции; 2) при этом большему значению аргумента из данного промежутка должно соответствовать большее (в случае возрастающей функции) и меньшее (в случае убывающей функции) значение функции [2; 4]. Какие из существенных свойств этого понятия остаются вне поля зрения студентов?

Во-первых, значения аргументов должны быть произвольными (нередко студенты пытаются выполнить сравнение значений функций для двух конкретных значений аргумента из указанного промежутка).

Во-вторых, если функция возрастает (убывает) на нескольких промежутках области определения, то студенты объединяют все промежутки возрастания (убывания) в один, используя для этого соответствующий символ, что приводит к грубым ошибкам [4]. Снова мы делаем вывод об отсутствии грамотной методики введения и отработки понятия. Так, выполняя задание на установление по графику промежутков убывания функции (рис. 1), студент даёт ответ: «функция убывает на множестве $[-2; 0] \cup [1; 2] \cup [3; 4]$ », что является грубой ошибкой.

В случае с графиком функции на рис. 2 ответ следующий: «функция убывает на множестве $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, то есть в своей области определения», что тоже является ошибкой.

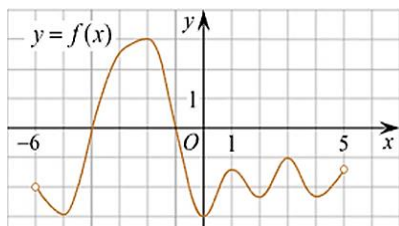


Рис. 1. График функции 1

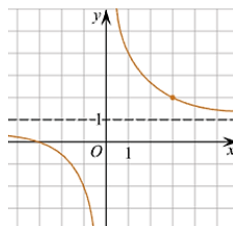


Рис. 2. График функции 2

В-третьих, введение понятия производной в 10-м классе позволяет ученикам устанавливать характер монотонности на заданном промежутке в зависимости от знака производной функции на этом промежутке. И если с аналитическим исследованием знака производной проблем не возникает, то графическое изображение графика производной в таких случаях нередко вызывает трудности из-за того, что происходит путаница в установлении соответствия между поведением функции и ее производной на одном и том же промежутке. Например, требуется установить промежутки убывания функции по рис. 3 и найти длину наибольшего из них. Для установления промежутков убывания (или возрастания) функции школьники (и студенты) нередко не обращают внимания на то, какой график изображён на рисунке – график функции или её производной. В результате получают неверный ответ: 3, 5; в действительности ответ другой: 4. Или, используя тот же рисунок, требуется назвать точки максимума функции. Студенты дают ответ: $x = 4$ и $x = 1$, что также неверно, так как на графике производной функции точки максимума – это точки пересечения графика с осью, причём те, в которых производная меняет знак с плюса на минус, то есть точки максимума данной функции – это точки $x = -9$ и $x = -2$.

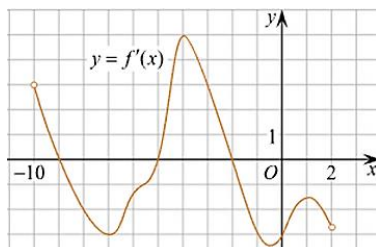


Рис. 3. График функции 3

Следующим важным вопросом, связанным с понятием монотонности функции, является вопрос о применении этого свойства к решению нестандартных уравнений и неравенств [1–3]. В школьном курсе математики решение уравнений с использованием свойств монотонности входящих в уравнение функций не входит в обязательную часть программы, но в классах с углублённым изучением

математики такие задания становятся уместными как для расширения теоретической базы, так и для развития мыслительных действий учащихся. Речь идёт об уравнениях и неравенствах, одна часть которых содержит монотонную на заданном множестве функцию, а правая часть является константой, или левая и правая части уравнения или неравенства представлены функциями с различным характером монотонности. Если такое уравнение имеет решение, то оно единственное. Для решения неравенства достаточно найти общее решение уравнения, заменив знак неравенства на знак равенства, а затем исходя из характера монотонности каждой из функций установить, какая из них принимает значения, большие (или меньшие) указанных в условии задачи.

Рассмотрим примеры таких заданий.

Пример 1. Решите уравнения:

а) $\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x+7} = 3$; б) $\sqrt{x-1} + x = \frac{3}{x-1}$.

В первом случае левая часть уравнения является возрастающей функцией как сумма двух возрастающих функций на области допустимых значений переменной x , где $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$, правая часть – константа. Значит, если уравнение имеет корень, то он единственный. Убеждаемся в том, что $x = 1$ является корнем данного уравнения, других корней нет.

Во втором уравнении левая часть представляет собой возрастающую на интервале $(1; +\infty)$ – области допустимых значений переменной x – функцию – сумму двух возрастающих на данном промежутке функций, а правая часть является убывающей на этом промежутке функцией. Значит, уравнение может иметь не более одного корня, где $x = 2$ и есть этот корень.

Пример 2. Решите неравенство: $\log_{0,5}(17 + 9x) > 5x + 2$.

Неравенство определено для всех $x \in \left[-\frac{17}{9}; +\infty\right)$, левая часть представляет собой убывающую на данном промежутке функцию, функция в правой части возрастает на указанном множестве. Функции принимают одинаковые значения при $x = -1$. Рассмотрим поведение функций для $x < -1$. В силу убывания функции $f(x) = \log_{0,5}(17 + 9x)$ получим: $f(x) > f(-1)$. Для второй функции $g(x) = 5x + 2$ в силу её возрастания получим $g(x) < g(-1)$. В соответствии с условием неравенства получим, что для всех $x < -1$ $f(x) > g(x)$, что и является решением неравенства.

Описанные примеры позволяют наглядно понять все трудности студентов в усвоении теории, касающейся монотонной функции, и её применении в различных ситуациях, и предупредить возможные проблемы у школьников в процессе изучения темы на уроках математики.

Список литературы

1. Алимова Н.М. Применение свойств монотонных функций к решению неравенств // Вестник Псковского государственного университета. Серия: Естественные и физико-математические науки. 2008. № 6. С. 96–101.

2. Егоров С.Г., Раббот Ж. Монотонные функции в конкурсных задачах. // Квант. 2002. № 6. С. 34–40.

3. Манвелов С.Г., Манвелов Н.С. Эффективное применение монотонности функций, изучаемых в основной и средней школах : учеб.-метод. пособие. М.; Берлин: Директ-Медиа, 2017. 89 с.

4. Новиков А.Д. О методике исследования функций в школе и вузе в контексте фундаментализации математического образования // Вестник ЛГУ им. А.С. Пушкина. 2010. № 2. С. 34–44.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

М.Е. Иванюк, канд. пед. наук, доцент

*Самарский государственный социально-педагогический университет
(Россия, Самара)*

e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается возможность использования специальных программных средств в подготовке учителей математики при изучении математических и методических дисциплин.

Ключевые слова: методика преподавания, программные средства, подготовка учителя математики

USE OF SOFTWARE IN THE TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS

M.E. Ivanyuk, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Samara State University of Social Sciences and Education (Russia, Samara)

Abstract. The article discusses the possibility of using special software in the training of mathematics teachers in the study of mathematical and methodological disciplines.

Keywords: teaching methods, software, mathematics teacher training

Использование специальных математических программных средств в подготовке будущих учителей математики существенным образом расширяет возможности автоматизации этапов математического моделирования, поскольку представляют собой инструмент, который позволяет усилить наглядность решения не только численных, но и символьных задач.

Системы компьютерной математики (СКМ) позволяют решать исследовательские задачи, работать с большим числом данных, выполнять проверку существования решения, оптимизацию метода или способа решения, оформление результатов решения.

Будущие учителя математики будут осуществлять свою профессиональную деятельность в условиях широкого применения средств ИКТ. При этом важно, для

будущих учителей необходимо не только усвоить конкретные программные инструменты, но и глубоко понимать их суть, уметь успешно применять их в образовательном процессе и обосновывать важность их использования.

В качестве основных инструментов решения задач при подготовке будущих учителей математики и физики могут быть выбраны система компьютерной математики *Maxima* и динамическая математическая программа *Geogebra*.

Система компьютерной математики *Maxima* позволяет решить большой круг задач различных разделов математики. Она охватывает все разделы математики, которые изучаются будущими учителями математики и физики. Программа проста для освоения, не уступает таким коммерческим программам, как *Maple* или *Matematica*. Она легко устанавливается, есть русифицированный интерфейс и возможность работать на разных операционных системах (Linux, Windows, Android) [2; 3].

Например, по дисциплине «Алгебра» может быть предложен лабораторный практикум из трех лабораторных работ (по одной в каждом семестре).

Каждая лабораторная работа должна содержать:

- теоретический материал по дисциплине;
- теоретический материал по работе с программой [1];
- примеры с решениями задач темы в системе компьютерной математики *Maxima*;

- задания лабораторной работы.

Рассмотрим фрагмент одной из лабораторных работ. На рис. 1 представлен фрагмент лабораторной работы.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Вычислить

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 5 \\ -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 & 1 & 3 \\ 9 & 7 & -5 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Лабораторная работа №1 Матрицы. Определители.



1. Запустите *Maxima*.
2. После запуска *Maxima* первая строка оказывается командной. Переведите ее в текстовую. Наберите в этой строке: «Лабораторная работа №1» и название темы. Перейдите на следующую строку, нажав Enter.
3. В новой строке наберите «Выполнил » и свою фамилию. Нажмите Enter.

4. На следующей строке наберите «Задание №1».

5. Задайте матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix} \text{ и } B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Найти определитель матрицы *A* и матрицу $X = A^{-1} \cdot B$

6. Сохраните свой файл. Для этого в меню **Файл** выберите пункт **Сохранить** и наберите имя вашего файла в виде: Фамилия_1, где указывается ваша фамилия и 1 – номер практической работы.
7. Перейдите в текстовый режим и наберите «Задание №2». После не забудьте перейти в режим командной строки с помощью меню **Cell** пункт **Evaluate Cell(s)**.

Рис. 1. Фрагмент лабораторной работы

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{5}{2} & \frac{2}{5} & \frac{3}{2} \\ 3 & -12 & \frac{21}{5} & 15 \\ \frac{2}{3} & -\frac{9}{2} & \frac{4}{5} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{vmatrix}.$$

3. Найти какие-либо решения уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

4. Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}$.

Лабораторный практикум студенты выполняют как один из заключительных типов работ после того, как изучены методы и способы решения задач на практических занятиях без применения специальных программных средств. На лабораторный практикум можно и не выделять отдельное занятие, возможно ограничиться самостоятельной работой по дисциплине, тем более программа имеет мобильную версию.

Динамическую математическую программу Geogebra целесообразно использовать не только на занятиях изучения разделов высшей математики, но и при изучении элементарной математики, например для нахождения способов решения параметрических уравнений, неравенств или их систем. Кроме того, эта программа эффективно может быть использована при изучении дисциплин методического цикла, таких как «Организация исследовательской деятельности по математике».

С помощью программы Geogebra будущие учителя имеют возможность построить модель исследовательской деятельности школьника. Geogebra позволяет создавать виртуальные модели и проводить компьютерные эксперименты, что делает процесс изучения математики более интерактивным и увлекательным.

Применение специальных программных средств при подготовке будущих учителей математики и физики как на математических, так и на методических дисциплинах позволит подготовить учителя математики к работе в условиях цифровизации образования.

Список литературы

1. Иванюк М.Е. Использование системы Maxima при решении задач школьной математики : учеб.-методическое пособие. Самара: СИПКРО, 2010. 100 с.
2. Стахин Н.А. Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений Maxima (ПО для решения задач аналитических (символьных) вычислений) : учеб. пособие. М., 2008. 86 с.
3. Чичкарёв Е.А. Компьютерная математика с Maxima : руководство для школьников и студентов. М.: ALT Linux, 2009. 233 с.

**О МЕТОДИКЕ ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА
И АКСИОМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА БАКАЛАВРАМИ
И МАГИСТРАМИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

В.И. Игошин, д-р пед. наук, канд. физ.-мат. наук, профессор
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
(Россия, Саратов)
e-mail: igoshinvi@mail.ru

Аннотация. Цель статьи – показать, как, используя предмет и методы курса математической логики, формировать у будущих учителей математики понятия строгого математического доказательства, аксиоматического метода и аксиоматической теории. Прекрасной методической моделью для этого служит формализованное исчисление высказываний. На примере этой формальной аксиоматической теории будущему учителю математики подробно и со всеми доказательствами могут быть продемонстрированы как процесс построения такой теории, так и процесс исследования ее свойств (метатеория такой теории). В работе рассматривается один аспект такого исследования, связанный с построением аксиоматической теории на базе двух различных систем аксиом – трехаксиомной системы Мендельсона и тринадцатиаксиомной системы Генцена – Клини. Устанавливается эквивалентность этих двух систем аксиом. В заключение рекомендуется рассмотренную методику применять, используя другие системы аксиом.

Ключевые слова: учитель математики, доказательство, аксиоматический метод, аксиоматическая теория, формализованное исчисление высказываний

**ON THE METHODOLOGY OF STUDYING THE CONCEPT OF PROOF
AND THE AXIOMATIC METHOD BY BACHELORS AND MASTERS
OF PEDAGOGICAL EDUCATION**

V.I. Igoshin, Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate
of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Saratov State University named after N.G. Chernyshevsky (Saratov, Russia)

Abstract. The purpose of the article is to show how, using the subject and methods of the mathematical logic course, to form the concepts of rigorous mathematical proof, axiomatic method and axiomatic theory among future mathematics teachers. The formalized calculus of statements serves as an excellent methodological model for this. Using the example of this formal axiomatic theory, the future mathematics teacher can be shown in detail and with all the proofs both the process of constructing such a theory and the process of researching its properties (the metatheory of such a theory). Neither the geometry course nor even the numerical systems course has such methodological capabilities. The paper considers one aspect of such a study related to the construction of an axiomatic theory based on two different axiom systems – the Mendelssohn three-axiom system and the Genzen-Klini thirteen-axiom system. The equivalence of these two systems of axioms is established by means of formal proofs. In conclusion, it is recommended that the considered methodology among future mathematics teachers be applied using other axiom systems.

Keywords: mathematics teacher, proof, axiomatic method, axiomatic theory, formalized propositional calculus

В современной средней школе понятия доказательства, аксиоматического метода, аксиоматической теории, свойственные, прежде всего, школьному курсу геометрии, практически исчезли. В результате такого реформирования геометрия, наиболее логичная из школьных учебных дисциплин, оказалась отделена от логики и перестала учить логике доказательств и рассуждений [1].

И сами учителя, выпускаемые по 4-хлетней программе бакалавриата направления «Педагогическое образование» из современных классических университетов, не владеют логическими понятиями доказательства, аксиоматического метода и аксиоматической теории. Курсы геометрии и математической логики сокращены в этих университетах до катастрофических объемов, а в некоторых университетах курс математической логики для будущих учителей математики исключен вовсе.

Для спасения ситуации в магистратуре, куда следует включить формальные разделы курса математической логики, должна быть глубоко продумана взаимосвязь бакалавриата и магистратуры [2].

Курс математической логики делится на две основные части – содержательную математическую логику и формальную (или формализованную) математическую логику. Содержательная логика, берущая свое начало от Аристотеля и преобразованная в математическую логику трудами Дж. Буля и его последователей, развилась из решения практических задач анализа правильности рассуждений. Формальная (или формализованная) математическая логика – плод логико-математического осмысления результатов, полученных содержательной логикой на протяжении многовекового ее развития.

В каждой из этих частей имеются разделы: логика высказываний, логика предикатов, аксиоматические теории. Первые два посвящены, образно выражаясь, чистой логике (изучаемой, впрочем, математическими методами), то есть

математической логики. Третий раздел посвящен взаимосвязи логики и математики – анализу математико-логическими методами математических теорий. Основным инструментом анализа математических теорий является аксиоматический метод. В содержательной части курса аксиоматические теории рассматриваются с содержательной точки зрения, в формальной – аксиоматические теории носят формализованный характер. При этом для формализованных аксиоматических математических теорий доказываются теоремы (метатеоремы) большой математической и философской глубины.

О значении этих результатов в области математической логики для будущего учителя математики прекрасно сказал английский математик Р.Л. Гудстейн во введении к книге [3, с. 11–12].

В настоящей работе рассматривается небольшой фрагмент курса математической логики, связанный с формальным аксиоматическим построением теории высказываний. Именно здесь происходит формирование у будущего учителя математики логических понятий строгого математического доказательства, аксиоматического метода и аксиоматической теории. Эти понятия должны затем служить для него ориентиром при изучении и изложении различных разделов математики и, прежде всего, геометрии, которые он будет преподавать своим ученикам.

Формализованное исчисление высказываний представляет собой уникальный пример формальной аксиоматической теории, на котором будущему учителю математики могут быть подробно и со всеми доказательствами продемонстрированы как процесс построения такой теории, так и процесс исследования ее свойств (метатеория такой теории). Подобными методическими возможностями не обладает ни курс геометрии, ни даже курс числовых систем [4].

Мы остановимся здесь лишь на одном аспекте такого исследования, связанного с построением аксиоматической теории на базе двух различных систем аксиом. Но и здесь будут ярко представлены компоненты логических принципов в обучении математике – понятия доказательства, аксиоматического метода и аксиоматической теории.

Рассмотрим для формализованного исчисления высказываний две системы аксиом. Первая система Σ_1 [5] базируется на двух логических связках $\neg$, $\rightarrow$ и состоит из трех (схем) аксиом:

$$(A1) \quad F \rightarrow (G \rightarrow F),$$

$$(A2) \quad (F \rightarrow (G \rightarrow H)) \rightarrow ((F \rightarrow G) \rightarrow (F \rightarrow H)),$$

$$(A3) \quad (\neg G \rightarrow \neg F) \rightarrow ((\neg G \rightarrow F) \rightarrow G).$$

Вторая система Σ_2 [6] базируется на пяти логических связках $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ и состоит из тринадцати (схем) аксиом:

$$(GK1) \quad F \rightarrow (G \rightarrow F),$$

$$(GK2) \quad (F \rightarrow G) \rightarrow ((F \rightarrow (G \rightarrow H)) \rightarrow (F \rightarrow H)),$$

$$(GK3) \quad F \rightarrow (G \rightarrow (F \wedge G)),$$

$$(GK4) \quad (F \rightarrow G) \rightarrow F,$$

- (GK5) $(F \rightarrow G) \rightarrow G$,
 (GK6) $F \rightarrow (F \vee G)$,
 (GK7) $G \rightarrow (F \vee G)$,
 (GK8) $(F \rightarrow H) \rightarrow ((G \rightarrow H) \rightarrow ((F \vee G) \rightarrow H))$,
 (GK9) $(F \rightarrow G) \rightarrow ((F \rightarrow \neg G) \rightarrow \neg F)$,
 (GK10) $\neg \neg F \rightarrow F$,
 (GK11) $(F \rightarrow G) \rightarrow ((G \rightarrow F) \rightarrow (F \leftrightarrow G))$,
 (GK12) $(F \leftrightarrow G) \rightarrow (F \rightarrow G)$,
 (GK13) $(F \leftrightarrow G) \rightarrow (G \rightarrow F)$.

Каждая из приведенных (схем) аксиом представляет собой формулу алгебры высказываний в соответствующей сигнатуре. Из каждой из этих систем аксиом Σ_1 и Σ_2 выводятся (доказываются) новые формулы, которые называются теоремами. (Как это делается, описано в учебниках [7, с. 97–108], [8, с. 122–133], [9, с. 111–124], [10, с. 187–201]). Совокупность всех теорем, выводимых из системы аксиом Σ_1 , обозначается $\mathbf{Th}(\Sigma_1)$, а выводимых из Σ_2 – $\mathbf{Th}(\Sigma_2)$. Эти совокупности называются аксиоматическими теориями, построенными на базе систем аксиом Σ_1 и Σ_2 соответственно. Задача состоит в том, чтобы доказать, что эти аксиоматические теории совпадают, т. е. $\mathbf{Th}(\Sigma_1) = \mathbf{Th}(\Sigma_2)$. Это означает, что системы аксиом Σ_1 и Σ_2 логически эквивалентны.

(Отметим, что в учебниках [7, с. 97–121], [8, с. 122–145], [9, с. 111–139], [10, с. 187–214] и сборниках задач [11, с. 85–95], [12, с. 143–161] построение формализованного исчисления высказываний основывается на системе аксиом Σ_1 , а в сборнике задач [13, с. 263–283] – на системе аксиом Σ_2 .)

Чтобы доказать равенство $\mathbf{Th}(\Sigma_1) = \mathbf{Th}(\Sigma_2)$, нужно доказать два включения: $\mathbf{Th}(\Sigma_1) \subseteq \mathbf{Th}(\Sigma_2)$ и $\mathbf{Th}(\Sigma_2) \subseteq \mathbf{Th}(\Sigma_1)$.

Л е м м а 1. $\mathbf{Th}(\Sigma_1) \subseteq \mathbf{Th}(\Sigma_2)$.

Доказательство. Другими словами, требуется доказать, что всякая теорема теории $\mathbf{Th}(\Sigma_1)$ (выводимая из Σ_1) будет также и теоремой теории $\mathbf{Th}(\Sigma_2)$ (выводима из Σ_2). Ясно, что для этого достаточно доказать, что всякая формула из Σ_1 является теоремой теории $\mathbf{Th}(\Sigma_2)$, т. е. выводима из Σ_2 , или символически $\Sigma_2 \vdash \Sigma_1$. В самом деле, если при этом $F \in \mathbf{Th}(\Sigma_1)$, т. е. $\Sigma_1 \vdash F$, то $\Sigma_2 \vdash \Sigma_1 \vdash F$ и, следовательно, $\Sigma_2 \vdash F$, т. е. $F \in \mathbf{Th}(\Sigma_2)$.

Л е м м а 2. $\mathbf{Th}(\Sigma_2) \subseteq \mathbf{Th}(\Sigma_1)$.

В статье [18] автором даны подробные доказательства приведенных лемм.

Из лемм 1 и 2 вытекает следующая

Т е о р е м а. $\mathbf{Th}(\Sigma_1) \subseteq \mathbf{Th}(\Sigma_2)$.

Таким образом, системы аксиом Σ_1 и Σ_2 эквивалентны, т. е. порождают одну и ту же аксиоматическую теорию. Как уже отмечалось, в учебниках [7, с. 97–121], [8, с. 122–145], [9, с. 111–139], [10, с. 187–214] и сборниках задач [11, с. 85–95], [12, с. 143–161] подробно строится и изучается аксиоматическая теория $\mathbf{Th}(\Sigma_1)$. В частности, устанавливается важнейшее свойство этой теории – ее полнота, утверждающее, что теоремами этой теории являются тождественно

истинные формулы (тавтологии) соответствующей содержательной алгебры (логики) высказываний и только они. Отсюда вытекают и другие важные свойства аксиоматической теории $\mathbf{Th}(\Sigma_1)$ – непротиворечивость и разрешимость.

Доказанная теорема позволяет сделать вывод о том, что и аксиоматическая теория $\mathbf{Th}(\Sigma_2)$, построенная на базе системы аксиом Σ_2 , также обладает этими свойствами – полна, непротиворечива и разрешима. Остаются вопросы, связанные с независимостью систем аксиом Σ_1 и Σ_2 , но они уже требуют отдельного решения.

Отметим, что в монографиях [14, с. 316–334], [15, с. 470–491] приведен ряд других систем аксиом, на базе которых может быть построено формализованное исчисление высказываний. В работе [16] доказана эквивалентность двух из них. Еще две такие системы аксиом приведены в статье [17], где также доказана их эквивалентность.

Список литературы

1. Igoshin V.I. Mathematics and Logic: Their Relationship in the Teaching of Mathematics // Teaching and Learning Discrete Mathematics Worldwide: Curriculum and Research, ICME-13 Monographs. E.W. Hart and J.Sandefur (eds.). Springer International Publishing AG 2018. 276 p. Pp. 253–271. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-70308-4_16].

2. Игошин В.И. О подготовке бакалавров и магистров педагогического образования по профилю «Педагогическое образование» // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Философия. Психология. Педагогика. 2014. Т. 14. Вып. 3. С. 103–106.

3. Гудстейн Р. Л. Математическая логика : пер. с англ. М.: ИЛ, 1961. 162 с.

4. Игошин В.И. Курс числовых систем в формате двухуровневой подготовки учителей математики // Образование и наука. 2017. Т. 19. № 1. С. 82–104. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-1-81-102.

5. Мендельсон Э. Введение в математическую логику : пер. с англ. М.: Мир, 1976. 320 с.

6. Клини С. Введение в метаматематику : пер. с англ. М.: ИЛ, 1957. 524 с.

7. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. Саратов: Изд-во СГУ, 1991. 256 с.

8. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М.: Изд. центр «Академия», 2004, 2008, 2008, 2010. 448 с.

9. Игошин В.И. Математическая логика : учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2012, 2014. 399 с. + CD-R. (Высшее образование).

10. Игошин В.И. Элементы математической логики : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. М.: Изд. центр «Академия», 2016, 2017, 2018, 2021. 320 с.

11. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. М.: Просвещение, 1986. 160 с.

12. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. М.: Изд. центр «Академия», 2005, 2006 (2-е изд.), 2007 (3-е изд.), 2008 (4-е изд.). 304 с.

13. Игошин В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов : учеб. пособие. М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. 392 с. (Бакалавриат).

14. Игошин В.И. Математическая логика как педагогика математики. (Научная монография). Саратов: Издательский центр «Наука», 2009. 360 с.

15. Игошин В.И. Математическая логика в обучении математике. Логико-дидактическая подготовка учителя математики (Научная монография). Saarbrücken, Deutschland / Германия: Palmarium Academic Publishing, 2012. 517 с.

16. Igoshin Vladimir. On the Equivalence of Two Systems of Axioms for Propositional Calculus // Modern Problems of Mathematics and Mechanics. Proceedings of the International Conference Devoted to the 80-th Anniversary of Academician Akif Gadjeiev / Chairmen prof. Mardanov M.C. Baki, Azerbaijan, 6–8 dekabr 2017. 268 p. Pp. 95–97.

17. Milici C., Rachin N. The equivalence of two axiomatic systems of propositional calculus // Seminarul de Matematică și Fizică al Institutului Polytechnic «Traian Vuia», Timișoara, 1985. Mai. Pp. 18–20.

18. Igoshin V.I., Fedchenko E.A., Denisova O.P., Plaskova N.S., Prokofeva E.V. To the question of the method of studying the concept of proof and the axiomatic method by bachelors and masters of pedagogical education // International Journal of Advanced Science and Technology. Vol. 29. No 06 (2020). Pp. 1964–1972. ISSN: 2005 – 4238 IJAST Copyright@2020 SERSC

ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕЛОСТНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О КЛАССЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ

Т.Н. Карпова, канд. пед. наук, доцент

Г.Ю. Буракова, канд. пед. наук, доцент

Ярославский государственный педагогический университет

им. К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)

e-mail: karpovafmf@mail.ru; burakova.galina@inbox.ru

Аннотация. Одной из целей предметной и методической подготовки будущих учителей математики является формирование целостного представления о классе элементарных функций. Изучение свойств функций осуществляется через решение разработанной системы теоретических и практических заданий. Студенты включаются в активный поиск различных способов решения задач, в том числе с нестандартной формулировкой.

Ключевые слова: класс элементарных функций, свойства функций, предметная подготовка студентов педвузов

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

FORMATION OF AN INTEGRAL VIEW OF THE CLASS OF ELEMENTARY FUNCTIONS FOR FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS WHEN STUDYING THE PROPERTIES OF FUNCTIONS

T.N. Karpova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
G.Y. Burakova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Yaroslavl State Pedagogical University named after Ushinsky K.D. (Russia, Yaroslavl)

Abstract. One of the goals of the subject and methodological training of future mathematics teachers is to form an integral view of the class of elementary functions. The study of the properties of functions is carried out through the solution of the developed system of theoretical and practical tasks. Students are actively involved in the search for various ways to solve problems, including those with non-standard statement.

Keywords: class of elementary functions, properties of functions, subject training of pedagogical university students

Качественная подготовка будущих учителей математики должна быть направлена на формирование целостной системы предметных и методических компетенций, которая обеспечивает возможность успешно решать разнообразные задачи дальнейшей профессиональной деятельности.

Из множества изучаемых студентами математических и методических курсов можно выделить сквозные темы, глубоко связывающие, объединяющие учебный материал, способствующие развитию общей культуры будущего учителя математики, в частности тему «Элементарные функции» [1]. Класс элементарных функций изучается в вузе в разных дисциплинах: математический анализ, элементарная математика, качество образования: математика в школе; методика обучения и воспитания в области математики, дополнительные разделы школьного курса математики.

Знания и умения применять свойства элементарных функций при решении задач служат важной составляющей математической культуры, средством целостного представления и единства системы математических знаний будущего учителя, основой его профессионально-педагогической деятельности.

Функциональная зависимость является одним из значимых математических понятий, так как она отражает самые различные явления окружающего мира в их динамичности. Это понятие, согласно А.Я. Хинчину, воплощает в себе основные черты математического мышления, учит видеть величины в их изменчивости, показывая взаимосвязи и обусловленности явлений [4].

При формировании целостного представления о классе элементарных функций у студентов педвузов следует учитывать различные составляющие профессиональной подготовки. Одним из факторов организации процесса обучения будущих учителей математики может служить разработанная Е.И. Смирновым концепция фундирования. «Фундирование – это процесс становления педагога в опоре на поэтапное расширение и углубление опыта и

качеств личности, необходимых и достаточных для теоретического обобщения содержания школьного образования, в направлении развития мышления, личностных и профессиональных качеств будущего педагога» [3, С. 257].

При реализации принципа фундирования строится спиралевидная схема моделирования математических знаний, умений и навыков будущих учителей математики, основой которой являются школьные знания. Далее осуществляется теоретическое обобщение, и при изучении дисциплин методического цикла знания входят в структуру профессиональной деятельности, являясь средством решения учебно-воспитательных задач педагога.

Изучение класса элементарных функций способствует повышению предметной и методической составляющей подготовки студентов педвузов. Н.Л. Стефанова отмечает, что предметная часть профессиональной готовности определяет степень свободного владения математическим содержанием, которое рассматривается как цель обучения учащихся и как средство развития и личностного становления каждого ученика. Методическая часть позволяет организовывать процесс обучения, направленный на достижение образовательных результатов, заявленных в государственном образовательном стандарте [2].

Целостное представление о классе элементарных функций у студентов формируется при изучении теоретических положений, связанных с согласованием операций на множестве функций со свойствами функций. Доказанные теоретические факты, являясь основой функционально-графического метода, используются в задачах разного уровня сложности, в частности на применение различных свойств функций при решении уравнений, неравенств, в том числе и функциональных.

В разработанном авторами учебно-методическом пособии «Элементарная математика. Свойства функций в задачах» представлены основные теоретические положения, методические рекомендации и упражнения, направленные на формирование приемов решения различных типов задач, связанных со свойствами функций [5].

Будущие учителя математики по виду уравнения или неравенства должны научиться определять, использование каких свойств входящих в него функций приведет к решению. Так при решении неравенства

$$\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x \leq 2 \cos^2 \sqrt{\frac{\pi^2}{16} - x^2}$$

используется свойство ограниченности, при решении системы уравнений

$$\begin{cases} \log_2 y - x = \log_2 x - y \\ x^2 + xy + y^2 = 12 \end{cases} \quad \text{— свойство монотонности.}$$

Часто студенты испытывают затруднения при решении задач с нестандартной формулировкой, с использованием функционально-графического метода.

Пример 1. Нечетная функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой. При всех неположительных значениях x значение этой функции совпадают со

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

значениями функции $g(x) = x \cdot (x + 4)$, которая также определена на всей числовой прямой. Найдите сумму корней уравнения $f(x) + g(x) = 10$.

Пример 2. Функция $f(x)$ имеет период $T = 2$ и на промежутке $[7; 9)$ определяется формулой:

$$1) f(x) = 8 - x; \quad 2) f(x) = |x - 8| - x; \quad 3) f(x) = (x - 8)^2; \\ 4) f(x) = (x - 7)^2.$$

Найти для каждой из функций: а) значение $f(33) \cdot f(2) - f(1)$;

б) область значений $E(f)$; в) решение уравнения $f(x) = 0$.

Пример 3. Определите, чем отличаются решения данных неравенств:

$$1) \frac{\sqrt{\log_5(x-1)} + 3^{\log_5(x+1)} - \sqrt{\log_5 \frac{2}{x}} - 3^{\log_5(\frac{2}{x})}}{\sqrt[3]{7x^2+12} - \sqrt[3]{x^2+17x}} \geq 0;$$

$$2) \frac{\sqrt{\log_5(x-1)} + 3^{\log_5(x-1)} - \sqrt{\log_5 \frac{2}{x}} - 3^{\log_5(\frac{2}{x})}}{\sqrt[3]{7x^2+12} - \sqrt[3]{x^2+17x}} \geq 0.$$

Перечислите, какие теоретические факты были использованы при их решении.

В итоге, будущие учителя математики должны приобрести опыт решения подобных задач с использованием различных приемов.

Например, уравнение $\sqrt{5 + \sqrt{5 + x}} = x$ может быть решено различными способами:

- с помощью перехода к равносильной системе;
- с введением параметра ($a = 5$) и рассмотрением его как равносильной переменной;
- представлением уравнения в виде $f(f(x)) = x$ и переходом к равносильному уравнению.

Работа по формированию у студентов целостного представления о классе элементарных функций способствует развитию функционального мышления. Приобретенный опыт решения задач с использованием свойств функций может быть использован будущими учителями математики при подготовке к занятиям по методическим дисциплинам, при работе с учащимися старших классов средних школ, при проведении уроков и различных видов внеурочных занятий.

Список литературы

1. Буракова Г.Ю., Карпова Т.Н. Формирование функциональной грамотности студентов педвузов при изучении дисциплины «Элементарная математика» // Математика и информатика, астрономия и физика и совершенствование их преподавания : материалы Международной конференции «Чтения Ушинского» [5–6 марта] / науч. ред. Н.И. Заводчиковой. Ярославль: РИО ЯГПУ, 2020. С. 24–31.
2. Стефанова Н.Л. Предметно-методическая составляющая готовности бакалавров к профессиональной деятельности учителя математики // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. 2019. № 191. С. 80–90.

3. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога : монография. Ярославль, 2012. 646 с.

4. Хинчин А. Я. Основные понятия математики и математические определения в средней школе. 3-е изд. Серия: Психология, педагогика, технология обучения. М.: Ленанд, 2014. 56 с.

5. Элементарная математика. Свойства функций в задачах : учеб.-метод. пособие / сост.: Т.Н. Карпова, Г.Ю. Буракова, Н. Ю. Толстова. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2021. 72 с.

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ НА ДЕЛИМОСТЬ В СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ, ОТЛИЧНЫХ ОТ ДЕСЯТИЧНОЙ

В.А. Попов, канд. физ.-мат. наук, доцент
(Россия, Сыктывкар)
e-mail: kgpi-pva@yandex.ru

Аннотация. В работе показана идея привлечения студентов и школьников к учебно-исследовательской деятельности на основе тематики задач на делимость натуральных чисел.

Ключевые слова: признаки делимости, системы счисления

RESEARCH PROBLEMS ON DIVISIBILITY IN NUMBER SYSTEMS OTHER THAN DECIMAL

V.A. Popov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
(Russia, Syktyvkar)

Abstract. The paper shows the idea of attracting students and schoolchildren to educational and research activities based on the topics of problems on the divisibility of natural numbers.

Keywords: signs of divisibility, number systems

О том, что учебно-исследовательская и научно-исследовательская деятельности студентов и школьников играют огромную роль в образовательном процессе написано во многих публикациях. В этой статье показана идея организации такой работы преподавателем математики на основе тематики задач на делимость натуральных чисел.

В указанном случае для проведения таких исследований надо будет знать признаки делимости натуральных чисел (рассматриваемых в привычной десятичной системе счисления) на 2, 3, 4, ..., 11. Поскольку целью исследования будет выявление и обоснование подобных признаков в системах счисления, отличных от десятичной, участникам исследований понадобятся и знания об этих системах, а

также хорошее владение основными свойствами делимости и методами доказательств названных признаков в десятичной системе (в частности, методом математической индукции). Помимо повторения материалов по этим темам из изучаемых на занятиях пособий им можно рекомендовать источники [1, 2].

В §§1–2 изложены возможные результаты обозначенных исследований для систем с основаниями 2 и 3. На первом этапе исследовательской работы их можно предлагать обучаемым как задания для обоснований.

§1. О признаках делимости в двоичной системе

Заданное натуральное число n (десятичной системы) можно однозначно представить как

$$a_0^{(n)} + a_1^{(n)} \cdot 2^1 + a_2^{(n)} \cdot 2^2 + \dots + a_{k^{(n)}}^{(n)} \cdot 2^{k^{(n)}},$$

где $a_m^{(n)} \in \{0; 1\}$, $k^{(n)}, m \in N_0 = \{0\} \cup N$, $a_{k^{(n)}}^{(n)} \neq 0$.

В этом случае величины $a_{k^{(n)}}^{(n)}, \dots, a_2^{(n)}, a_1^{(n)}, a_0^{(n)}$ будут цифрами записи этого числа n в двоичной системе:

$$n = \left(a_{k^{(n)}}^{(n)} \dots a_2^{(n)} a_1^{(n)} a_0^{(n)} \right)_2.$$

Для упрощения записей верхние индексы (n) в обозначении двоичных цифр числа n далее писать не будем. Таким образом, пусть

$$n = a_0 + a_1 \cdot 2^1 + a_2 \cdot 2^2 + \dots + a_k \cdot 2^k, a_m \in \{0; 1\}, k, m \in N_0. \quad (1.1)$$

Сформулируем признаки делимости на 2-11 для этого n в двоичной системе, используя обозначение из (1.1). Все они доказываются с помощью простейших свойств делимости и соответствующих фактов делимости (в десятичной системе) типа:

$$(4^m - 1) : 3, (2 \cdot 4^m + 1) : 3, (2^{2m} - (-1)^m) : 5,$$

$(2^{3m} - 1) : 7, (2^{3m} - (-1)^m) : 9$ (для каждого $m \in N_0$) и т. д., которые легко можно обосновать с помощью принципа математической индукции.

В формулировках этих признаков попутно будут определяться критериальные величины $\Delta_2(n), \Delta_3(n), \Delta_4(n)$ и т. п.

Признак 1. Число n делится в двоичной системе на 10_2 (т. е. на 2 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_2(n) \stackrel{\text{def}}{=} a_0 = 0$.

Признак 2. Число n делится в двоичной системе на 11_2 (т. е. на 3 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_3(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^k (-1)^m \cdot a_m$ делится на 3 в десятичной.

Признак 3. Число n делится в двоичной системе на 100_2 (т. е. на 4 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_4(n) \stackrel{\text{def}}{=} a_0 + a_1 = 0$, т. е. $a_0 = a_1 = 0$.

Для рассмотрения делимости на 5 образуем, начиная с нулевого разряда, двоичные числа $\overline{a_{2m+1}a_{2m}}$ (т. е. десятичные числа $a_{2m} + 2a_{2m+1}$) из двух соседних двоичных цифр числа n (если, при этом $k = 2m$, то считаем, что $a_{k+1} = 0$).

Определим для числа n характеристику

$$\Delta_5(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{2m \leq k} (-1)^m \cdot \overline{a_{2m+1}a_{2m}}. \quad (1.2)$$

Например, если $n = 1011101_2$, то $\Delta_5(n) = \overline{01} - \overline{11} + \overline{01} - \overline{01} = -\overline{10} = -2$.

Признак 4. Число $n : 101_2 \Leftrightarrow \Delta_5(n) : 5$.

Признак 5. Число n делится в двоичной системе на 110_2 (т. е. на 6 в десятичной) $\Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 0, \\ \Delta_3(n) : 3. \end{cases}$

Чтобы сформулировать признак делимости на 7, нам понадобится новая числовая характеристика $\Delta_7(n)$. Она определяется по аналогии с $\Delta_5(n)$. Образум, начиная с нулевого разряда, двоичные числа

$$\overline{a_{3m+2}a_{3m+1}a_{3m}} = a_{3m} + a_{3m+1} \cdot 3 + a_{3m+2} \cdot 3^2$$

из трех соседних двоичных цифр числа n (если при этом $k = 3m$, то считаем, что $a_{k+1} = 0$ и $a_{k+2} = 0$; если же $k = 3m + 1$, то $a_{k+1} = 0$). Пусть

$$\Delta_7(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{3m \leq k} \overline{a_{3m+2}a_{3m+1}a_{3m}}. \quad (1.3)$$

Признак 6. Число n делится в двоичной системе на 111_2 (т. е. на 7 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_7(n) : 7$.

Признак 7. Число n делится в двоичной системе на 1000_2 (т. е. на 8 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_8(n) \stackrel{\text{def}}{=} a_0 + a_1 + a_2 = 0$, т. е. $a_0 = a_1 = a_2 = 0$.

Используя идеи создания характеристик (1.2) и (1.3), определим

$$\Delta_9(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{3m \leq k} (-1)^m \cdot \overline{a_{3m+2}a_{3m+1}a_{3m}}. \quad (1.4)$$

Признак 8. Число n делится в двоичной системе на 1001_2 (т. е. на 9 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_9(n) : 9$.

Признак 9. Число n делится в двоичной системе на 1010_2 (т. е. на 10 в десятичной) $\Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 0, \\ \Delta_5(n) : 5. \end{cases}$

Признак 10. Пусть для числа n из (1.1) по аналогии с $\Delta_7(n)$ введена характеристика

$$\Delta_{11}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{5m \leq k} (-1)^m \cdot \overline{a_{5m+4}a_{5m+3}a_{5m+2}a_{5m+1}a_{5m}}. \quad (1.5)$$

Число n делится в двоичной системе на 1011_2 (т. е. на 11 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_{11}(n) : 11$.

§2. О признаках делимости в троичной системе

Пусть натуральное число n в десятичной системе представлено как

$$a_0 + a_1 \cdot 3^1 + a_2 \cdot 3^2 + \dots + a_k \cdot 3^k, a_k \neq 0, a_m \in \{0; 1; 2\}, k, m \in \mathbb{N}_0. \quad (2.1)$$

Тогда $n = (a_k \dots a_2 a_1 a_0)_3$ – запись этого числа в троичной системе.

Сформулируем признаки делимости в троичной системе на 2–11 для этого n , используя обозначение из (2.1).

Признак 1. Число n делится в троичной системе на 2_3 (т. е. на 2 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_2^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^k a_m$ делится на 2 в десятичной.

Отметим, что $\sum_{m=0}^k a_m : 2 \Leftrightarrow \sum_{m=0}^k (-1)^m \cdot a_m : 2$.

Признак 2. Число n делится в троичной системе на 10_3 (т. е. на 3 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_3^{(3)}(n) = a_0 = 0$.

Признак 3. Число $n : 11_3 \Leftrightarrow \Delta_4^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^k (-1)^m \cdot a_m$ делится на 4 в десятичной.

Признак 4. Пусть $\overline{a_{2m+1}a_{2m}} = a_{2m} + 3a_{2m+1}$ – троичные числа, образованные из двух соседних троичных цифр числа n (если при этом $k = 2m$, то считаем, что $a_{k+1} = 0$). Число $n : 12_3$ (т. е. на 5 в десятичной)

$$\Leftrightarrow \Delta_5^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{2m \leq k} (-1)^m \cdot \overline{a_{2m+1}a_{2m}} : 5. \quad (2.2)$$

Признак 5. Число n делится в троичной системе на 20_3 (т. е. на 6 в десятичной) $\Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 0, \\ \Delta_2^{(3)}(n) : 3. \end{cases}$

Признак 6. Пусть $\overline{a_{3m+2}a_{3m+1}a_{3m}} = a_{3m} + a_{3m+1} \cdot 3 + a_{3m+2} \cdot 3^2$ – троичные числа, образованные из трех соседних троичных цифр числа n (если при этом $k = 3m$, то считаем, что $a_{k+1} = 0$ и $a_{k+2} = 0$; если же $k = 3m + 1$, то $a_{k+1} = 0$). Число $n : 21_3$ (т. е. на 7 в десятичной)

$$\Leftrightarrow \Delta_7^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{3m \leq k} (-1)^m \cdot \overline{a_{3m+2}a_{3m+1}a_{3m}} : 7. \quad (2.3)$$

Признак 7. Число n делится в троичной системе на 22_3 (т. е. на 8 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_8^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{2m \leq k} \overline{a_{2m+1}a_{2m}}$ делится на 8 в десятичной.

Признак 8. Число n делится в троичной системе на 100_3 (т. е. на 9 в десятичной) $\Leftrightarrow \Delta_9^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} a_0 + a_1 = 0$, т. е. $a_0 = a_1 = 0$.

Признак 9. Число n делится в троичной системе на 101_3 (т. е. на 10 в десятичной) $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_2^{(3)}(n) : 2, \\ \Delta_5^{(3)}(n) : 5. \end{cases}$

Признак 10. Пусть для числа n из (2.1) определены троичные числа

$$\overline{a_{5m+4}a_{5m+3}a_{5m+2}a_{5m+1}a_{5m}} = a_{5m} + 3a_{5m+1} + 9a_{5m+2} + 27a_{5m+3} + 81a_{5m+4}$$

и введена характеристика

$$\Delta_{11}^{(3)}(n) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{m=0}^{5m \leq k} \overline{a_{5m+4}a_{5m+3}a_{5m+2}a_{5m+1}a_{5m}}. \quad (2.4)$$

Число $n : 102_3$ в троичной $\Leftrightarrow \Delta_{11}^{(3)}(n)$ делится на 11 в десятичной.

В заключении отметим, что поиск и обоснование подобных признаков делимости в системах счисления с основаниями 4, 5 и т. д., а также обобщающих формулировок для произвольного основания p (см., для примера, [2, с. 21]) –

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
прекрасное и благодатное направление исследований для студентов и
увлекающихся математикой школьников.

Список литературы

1. Воробьев Н.Н. Признаки делимости М.: Наука, Глав. ред. физ.-матем. литературы, 1974. 80 с., с ил. (Серия: «Популярные лекции по математике», вып. 39).
2. Фомин С.В. Системы счисления М.: Наука, Глав. ред. физ.-матем. литературы, 1975. 48 с., с ил. (Серия: «Популярные лекции по математике», вып. 40).

ДИАГНОСТИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА УЧАЩИХСЯ К МАТЕМАТИКЕ И ЭМОЦИОНАЛЬНОГО ИНТЕЛЛЕКТА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Н.И. Попов, д-р пед. наук, профессор

Е.А. Канева, преподаватель

*Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина
(Россия, Сыктывкар)*

e-mail: popovnikolay65@mail.ru; kaneva.zhenya@mail.ru

Аннотация. В статье приводится анализ результатов диагностики формирования познавательного интереса школьников к математике и эмоционального интеллекта студентов – будущих учителей математики и информатики в рамках непрерывного образования «школа-вуз».

Ключевые слова: эмоциональный интеллект, познавательный интерес, педагогическое исследование

DIAGNOSTICS OF FORMATION OF STUDENTS' COGNITIVE INTEREST IN MATHEMATICS AND EMOTIONAL INTELLIGENCE OF FUTURE MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE TEACHERS

N.I. Popov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

E.A. Kaneva, Teacher

Pitirim Sorokin Syktyvkar State University (Russia, Syktyvkar)

Abstract. The article provides an analysis of the diagnostic results of the formation of schoolchildren's cognitive interest in mathematics and the emotional intelligence of students-future teachers of mathematics and computer science within the framework of continuing education «school-university».

Keywords: emotional intelligence, cognitive interest, pedagogical research

Проблема формирования познавательного интереса школьников к учебной деятельности исследована в трудах многих ученых, в частности Г.И. Щукиной [9],

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Н.Г. Морозовой [4]. В связи с тем, что современное поколение учащихся живет в мире цифровых технологий и яркого увлекательного контента в сети Интернет, обучение в школе часто уходит на второй план. Поэтому проблема формирования познавательного интереса школьников к учебным предметам является актуальной и в настоящее время [6].

Для проведения педагогического исследования, направленного на выявление уровня развития познавательного интереса учащихся 10–11-х классов – слушателей Подготовительного отделения Сыктывкарского государственного университета им. Питирима Сорокина (СГУ) к математике, были выбраны диагностика мотивации учения и эмоционального отношения к учению Спилбергера – Андреевой [8] и анкета «Познавательный интерес» Т.Г. Ивановой [2]. Выявлено, что:

– наибольшее количество респондентов характеризуются позитивным отношением к учебной деятельности (уровень II, 46.66 % учащихся) (рис. 1);

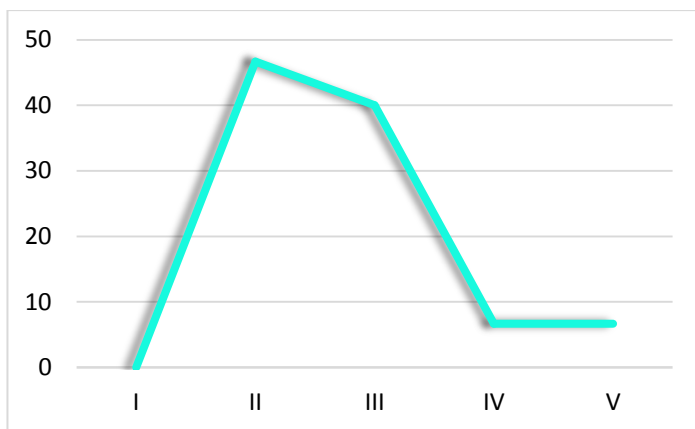


Рис. 1. Иллюстрация результатов диагностики мотивации и эмоционального отношения к учению Спилбергера-Андреевой

– у 82 % школьников развитие познавательного интереса к математике достигает среднего уровня (рис. 2).

Отметим, что формирование познавательного интереса учащихся непосредственно связано с педагогической работой учителей. В связи с этим необходима специальная подготовка студентов направления подготовки «Педагогическое образование», начиная с первого года обучения в вузе, включающая, в частности, исследование их специальных и интеллектуальных способностей, эмоциональной сферы [1; 5; 7].

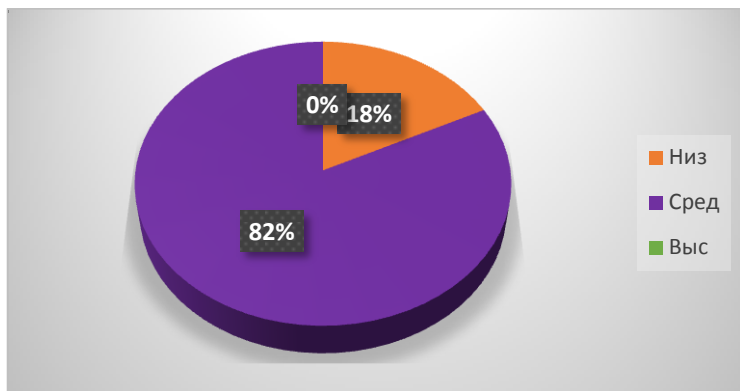


Рис. 2. Иллюстрация результатов анкетирования школьников

В академической группе студентов 1-го курса СГУ – будущих учителей математики и информатики было проведено тестирование с целью диагностики эмоционального интеллекта Д.В. Люсина [3]. Выявлено, что результаты по шкалам «Управление чужими эмоциями», «Контроль экспрессии», «Межличностный эмоциональный интеллект» достигают среднего уровня, а по остальным шкалам, представленным в таблице – низкого уровня.

Таблица

Иллюстрация результатов выполнения студентами теста эмоционального интеллекта Д.В. Люсина

<i>Понимание чужих эмоций</i>		<i>Управление чужими эмоциями</i>		<i>Понимание своих эмоций</i>	
Низкий	66,67%	Низкий	33,33%	Низкий	50%
Средний	25%	Средний	58,33%	Средний	41,67%
Высокий	8,33%	Высокий	8,34%	Высокий	8,33%
<i>Управление своими эмоциями</i>		<i>Контроль экспрессии</i>		<i>Межличностный эмоциональный интеллект</i>	
Низкий	58,33%	Низкий	41,66%	Низкий	41,67%
Средний	33,33%	Средний	50%	Средний	58,33%
Высокий	8,34%	Высокий	8,34%	Высокий	0%
<i>Внутриличностный эмоциональный интеллект</i>		<i>Понимание эмоций</i>		<i>Управление эмоциями</i>	
Низкий	75%	Низкий	66,67%	Низкий	50%
Средний	25%	Средний	25%	Средний	41,66%
Высокий	0%	Высокий	8,33%	Высокий	8,34%

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

В заключении отметим, что предложенные методы диагностики можно использовать при проектировании образовательного процесса будущих учителей в вузе. В проведенном исследовании выявлен низкий уровень развития эмоционального интеллекта студентов рассматриваемой группы, в связи с этим необходимо обратить внимание на данный фактор при дальнейшей профессиональной подготовке будущих педагогов.

Список литературы

1. Гукаленко О.В. Развитие эмоционального интеллекта будущих учителей как инструмент повышения качества высшего педагогического образования // Отечественная и зарубежная педагогика. 2022. Т. 1. № 6 (88). С. 33–42.
2. Иванова Т.Г. Педагогические условия формирования познавательного интереса у учащихся 5–9 классов при обучении математике : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. Чебоксары, 2009. 215 с.
3. Люсин Д.В. Социальный и эмоциональный интеллект: от процессов к измерениям / под ред. Д.В. Люсина, Д.В. Ушакова. М.: Институт психологии РАН, 2009. 351 с.
4. Морозова Н.Г. Учителю о познавательном интересе. М.: Знание, 1979. 48 с.
5. Попов Н.И., Калимова А.В. Выявление специальных способностей будущих учителей математики, физики и информатики // Изв. Саратов. ун-та. Новая серия. Серия: Акмеология образования. Психология развития. 2019. Т. 8. Вып. 1 (29). С. 12–18.
6. Попов Н.И., Канева Е.А. Формирование познавательного интереса школьников к математике с использованием компьютерных обучающих игр // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2022. № 2 (43). С. 55–66.
7. Попов Н.И., Канева Е.А., Болотин Э.С. Исследование специальных способностей студентов вуза при обучении математике // Мир науки, культуры, образования. 2022. № 1 (92). С. 110–113.
8. Прихожан А.М. Диагностика личностного развития детей подросткового возраста. М.: АНО ПЭБ, 2007. 56 с.
9. Щукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике. М.: Педагогика, 1971. 352 с.

ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ СТУДЕНТОВ: ПРИМЕНЕНИЕ УПРАЖНЕНИЙ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

О.В. Самуйленкова, аспирант

Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)

e-mail: olga.samuylenkova.97@mail.ru

***Аннотация.** В статье рассматривается уровень сформированности логического мышления студентов. Затрагиваются проблемы целенаправленного*

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
развития компонентов логического мышления у студентов как условия их профессионального становления, рассмотрено задание на выявление истинности логических высказываний.

Ключевые слова: логическое мышление, умозаключение, логические процессы

STUDENTS' LOGICAL THINKING: THE USE OF EXERCISES FOR THE DEVELOPMENT OF LOGIC

O.V. Samuylenkova, Graduate Student
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses the development of logical thinking in students. It addresses the issues of development logical thinking and examines a task for determining the truth of logical statements.

Keywords: logical thinking, conclusion, logical processes

Успешность студентов физико-математического факультета Смоленского государственного университета в большой степени зависит от развития у них логического мышления. Оно позволяет им мыслить более абстрактно, тратить меньше времени на решение задач, находить нестандартные решения, а также более выгодные и рациональные способы вычисления.

Способность к логическому мышлению, как уже обсуждалось во многих научных исследованиях [3], является одной из наиболее важных когнитивных способностей студентов, влияющих на успешность учащихся.

Целенаправленное логическое развитие в процессе обучения студентов в вузе наиболее эффективно при осознанном формировании у них компонентов логического мышления [1]. В ходе разбора задач на анализ, синтез, умозаключение повышается уровень развития аналитических способностей, обобщения, абстрагирования, умения отыскивать взаимосвязи и закономерности [2]. В свою очередь такое осознанное обучение позволит будущим учителям математики эффективно развивать логическое мышление школьников.

В ходе образовательного процесса и дальнейшей профессиональной деятельности современным студентам необходимо работать с информацией, исследовать тексты, статьи, научные издания и другую литературу на истинность, верные умозаключения. Поэтому студентам было предложено ответить на вопросы и выяснить, являются ли высказывания логически верными [4].

Среди студентов Смоленского государственного университета был проведен опрос, который включал в себя два этапа [5].

Первый этап – входной. Студентам было предложено пройти тест «Логичность умозаключений». Оно проводилось до разбора тематики занятия и основных определений, понятий. Были подобраны задания определенного вида.

1. Все металлы проводят электричество. Ртуть – металл. Следовательно, ртуть проводит электричество.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

2. Все арабы смуглы. Ахмед смугл. Следовательно, Ахмед – араб.
 3. Некоторые капиталистические страны – члены НАТО. Япония – капиталистическая страна. Следовательно, Япония – член НАТО.
 4. Все Герои Советского Союза награждались орденом Ленина. Иванов награжден орденом Ленина. Следовательно, Иванов – Герой Советского Союза.
 5. Лица, занимающиеся мошенничеством, привлекаются к уголовной ответственности. Петров мошенничеством не занимался. Следовательно, Петров не привлекался к уголовной ответственности.
 6. Все студенты высшей школы изучают логику. Смирнов изучает логику. Следовательно, Смирнов – студент высшей школы.
 7. Некоторые работники 2-го управления – юристы. Фомин – юрист. Следовательно, Фомин – работник 2-го управления.
 8. Все граждане России имеют право на труд. Иванов – гражданин России. Следовательно, Иванов имеет право на труд.
 9. Все металлы куются. Золото – металл. Следовательно, золото куется.
 10. Когда идет дождь – крыши домов мокрые. Крыши домов мокрые. Следовательно, идет дождь.
 11. Все коммунисты выступают против капитализации. Джонс выступает против капитализации. Следовательно, Джонс – коммунист.
 13. Все студенты 3-го курса выполнили нормы ГТО второй ступени. Володя выполнил норму ГТО второй ступени. Следовательно, Володя – студент 3-го курса.
 14. Некоторые капиталистические страны входят в состав Общего рынка. Австрия – капиталистическая страна. Следовательно, Австрия входит в состав Общего рынка.
- Верные умозаключения – № 1, 8, 9, остальные являются ошибочными. Если испытуемый оценил их иначе, это считается ошибкой.

Таблица

Обработка данных

<i>Количество ошибок</i>	<i>Баллы</i>	<i>Уровень логичности</i>
0	5	Очень высокий уровень логичности в рассуждениях, быстро «улавливает» ошибки в чужих рассуждениях
1	4	Хороший уровень логичности
2–3	3	Средняя норма логичности, иногда допускается нелогичность в собственных рассуждениях, не «улавливаются» логические ошибки в чужих сложных рассуждениях
4–7	2	Низкая логичность, частые логические ошибки

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

После тестирования оказалось, что одинаковое количество студентов имеют хороший и высокий уровень (37–38 %), а также хороший и низкий (12–13%).

Данные показатели являются недостаточно высокими, так как имеются студенты с низкими результатами. Высок процент средних показателей, при этом немного хороших результатов (учитывая, что это студенты-математики).

Входное тестирование

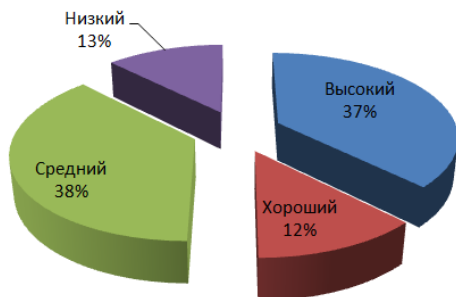


Рис. 1. Иллюстрация результатов тестирования

Далее со студентами было проведено занятие, в ходе которого было совместно сформулировано определение, выявлены существенные признаки (видовые отличия), такие как последовательность, обоснованность, связность и др. Также были выдвинуты предположения: почему у учащихся школ слабо развито логическое мышление, как его можно сформировать, в какой форме и какими методами это можно сделать.

В конце обучения были подобраны типовые задания и проведен повторный опрос. Результаты по типовому тесту были улучшены. Показатели с низким уровнем логического умозаключения теперь отсутствуют. На высоком уровне тест выполнили 50 % испытуемых, а показатели среднего уровня поднялись до хорошего.

Повторное тестирование

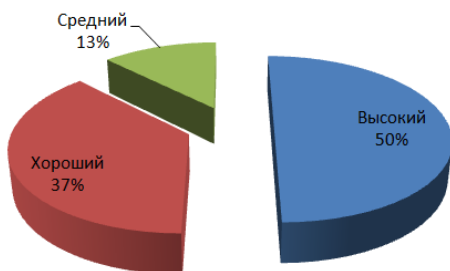


Рис. 2. Иллюстрация итоговых результатов тестирования

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Таким образом, результаты исследования показали, что требуется совершенствовать навыки формирования логических заключений в ходе профессиональной подготовки будущих учителей математики. Развитие логического мышления у студентов ФМФ Смоленского государственного университета способствует успешному решению различного уровня задач, повышению уровня их профессиональной подготовки. Для этого необходимо проводить специальные тестирования и тренировки, развивать абстрактное мышление обучаемых, учить студентов находить логические связи между фактами, систематизировать информацию, проводить анализ и синтез.

Список литературы

1. Sezen N., Bülbül A. Шкала способностей к логическому мышлению // Методика. Поведение. Наука. 2011. URL: <https://core.ac.uk/download/pdf/82321323.pdf> (дата обращения: 13.04.2024).
2. Куанова С.Б., Еркебаева С.К., Акышова Н.М. О некоторых аспектах формирования логического мышления студентов при изучении математических дисциплин // Молодой ученый. 2013. № 11.1 (58.1). С. 31–34. URL: <https://moluch.ru/archive/58/8271/> (дата обращения: 21.04.2024).
3. Морозова Е.В. Формирование готовности школьников к развитию логического мышления и рефлексии : дис. ... канд. пед. наук. Смоленск, 2002. 181 с.
4. Рестолл Г. Три культуры или: какое место занимает логика в гуманитарных науках? 2015. URL: <https://consequently.org/papers/three-cultures.pdf> (дата обращения: 11.04.2024).
5. Тест «Логичность умозаключений» URL: <https://psylist.net/praktikum/loum.htm?ysclid=lwux5dn7fj168302799> (дата обращения: 14.04.2024).

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ ИНОСТРАННЫХ СТУДЕНТОВ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

М. Е. Сангалова, канд. пед. наук, доцент

С. В. Федорова канд. пед. наук, доцент

Э. В. Фролова канд. пед. наук, доцент

Арзамасский филиал Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, (Россия, Арзамас)

e-mail: smolyanka77@mail.ru; sveta_fedorov@mail.ru; mak_ela@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема организации обучения математике иностранных студентов педагогического вуза. Выделены и охарактеризованы приоритетные направления работы преподавателя по решению задач повышения уровня математической подготовки и интереса к освоению математических знаний данной категории студентов.

Ключевые слова: *высшее образование, обучение математике, иностранные студенты, педагогический вуз*

TEACHING MATHEMATICS TO INTERNATIONAL STUDENTS AT A PEDAGOGICAL UNIVERSITY

M. E. Sangalova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

S. V. Fedorova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

E. V. Frolova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

*Arzamas branch of the National Research Lobachevsky State University
of Nizhni Novgorod, (Russia, Arzamas)*

Abstract. The article deals with the problem of the organization of teaching mathematics to foreign students of a pedagogical university. The priority directions of the teacher's work on solving problems of increasing the level of mathematical training and interest in mastering mathematical knowledge of this category of students are highlighted and characterized.

Keywords: *higher education, mathematics education, international students, pedagogical university*

Современный этап развития высшего педагогического образования характеризуется тем, что значительную часть контингента обучаемых составляют иностранные студенты. Самыми популярными среди них специальностями являются «клиническая медицина, экономика и менеджмент, педагогические науки» [3]. По данным Министерства просвещения с 2019 по 2021 год количество иностранных студентов, поступающих на направление обучения «Педагогическое образование» возросло в полтора раза [4]. В указе Президента РФ «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2036 года» [1] предписывается дальнейшее увеличение числа иностранных студентов. Отметим, что на профилях «Математика» и «Физика» доля иностранных студентов меньше, но все же является значительной. Немаловажным является то, что большинство иностранных студентов обучается на платной основе, а, следовательно, вносит вклад в бюджет вуза. Соответственно для преподавателей педагогических вузов возрастает актуальность задач: 1) адаптация содержания математических дисциплин к уровню математической подготовки таких студентов, а также к уровню их владения русским языком; 2) разработка соответствующей методики обучения.

Прежде всего следует определить «стартовые» уровни студентов по математике и русскому языку. Отметим, что при хорошем и отличном знании математики слабое владение русским языком не является препятствием к освоению математических методов и доказательств, поскольку язык математической символики является универсальным. Это может считаться преимуществом математических дисциплин [2].

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Математическую подготовку иностранных студентов (на примере студентов 1-го курса Арзамасского филиала ННГУ им. Н. И. Лобачевского направления подготовки «Педагогическое образование», профили «Математика и физика») вполне характеризуют следующие наблюдения:

- затрудняются решать квадратные уравнения, нуждаются в подсказке;
- не умеют совершать действия с обыкновенными дробями с разными знаменателями;
- не знакомы с тригонометрическими, логарифмическими, показательными и обратными тригонометрическими функциями;
- испытывают затруднения при решении линейных алгебраических уравнений с одним неизвестным.

Все студенты перед поступлением в вуз в течение года изучали русский язык как иностранный на подготовительном факультете, однако фактическое владение языком определяет следующее наблюдение. Из девяти студентов двое понимают русский язык достаточно хорошо, чтобы объяснить требования преподавателя всем остальным студентам.

Организационно обучение иностранных студентов может осуществляться как совместно с русскоговорящими, так и в отдельных группах. Преимущество здесь следует отдать второму подходу, так как он позволяет работать с иностранными студентами более адресно, учитывая их специфику. Однако, как правило, это определяется учебно-методическим отделом университета, а не преподавателями.

Ниже опишем приоритетные направления работы преподавателя по решению выявленных актуальных задач. Основная идея будет заключаться в повышении уровня математической подготовки студентов и усилении их интереса к освоению математических знаний.

1. Учитывая слабый уровень математической подготовки иностранных абитуриентов и студентов, планируется организовать адаптационный курс математики. Целью такого курса является выявление текущего уровня математической подготовки каждого студента по основным разделам математики и последующее продвижение от этого «стартового» уровня до уровня «удовлетворительно» в освоении школьной программы по математике. Такой уровень определяется знанием и пониманием основных определений, формул и теорем, умением применять базовые методы алгебры, геометрии и математического анализа. Занятия адаптационного курса предназначены в обязательном порядке для всех первокурсников, а также для студентов более старших курсов, нуждающихся в коррекции уровня школьной подготовки.

2. Следующим направлением работы является написание учебных пособий по преподаваемым дисциплинам для иностранных студентов. Особенности таких пособий должны быть:

- увеличение числа иллюстративных материалов, в том числе анимационных, а также с применением дополненной реальности;

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

- увеличение количества примеров (желательно каждое теоретическое положение подтверждать примером) и типовых заданий;
- включение практико-ориентированных заданий, демонстрирующих возможности применения изучаемого материала в реальной жизни;
- повышение степени структурированности материалов (составление кластеров, схем, таблиц, карт математических понятий и др.);
- наличие глоссария как основных математических терминов, так и слов, употребляемых в доказательствах, составленного на русском и иностранном языках;
- наличие списка обозначений (детальное пояснение всех математических символов и обозначений на русском и иностранном языке);
- нарастание числа русских слов по мере продвижения по пособию (от минимально возможного до количества слов, используемого при неадаптированном изложении дисциплины).

Планируется привлечение в качестве консультантов преподавателей вузов из страны пребывания студентов для сотрудничества по составлению глоссария и списка обозначений.

3. Особенности организации и проведения занятий по математическим дисциплинам с иностранными студентами:

а) совместная подготовка студентов к практическим занятиям и коллоквиумам;

б) объяснение одним иностранным студентом уже понятого математического метода другим студентам на конкретном примере;

в) использование практики наставничества: закрепление русских студентов в качестве наставников за иностранными студентами-одногруппниками (оказание помощи в освоении математического материала, организации рабочего времени, разъяснение требований преподавателя и др.);

г) активное применение диалоговых форм обучения (необходимо систематически вызывать каждого студента к доске, беседовать индивидуально с каждым студентом на коллоквиуме и т.п.);

д) проведение самостоятельной работы на 15 минут с последующей самопроверкой и работой над ошибками по каждой ключевой теме;

е) предложение студентам нестандартных задач через телеграмм-чат один раз в неделю для развития интереса к математике.

Имеющийся опыт обучения иностранных студентов позволяет сделать следующие выводы. Положительного эффекта в обучении математике можно достичь за счет систематической обратной связи со студентами, активного применения визуальных средств обучения, использования практики наставничества (метод «равный обучает равного»), которая не только способствует усвоению математического материала иностранными студентами, но и очень полезна для студентов-наставников как будущих педагогов. Облегчить процесс восприятия и запоминания информации иностранными студентами, а также разнообразить образовательную деятельность позволяют авторские электронные

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
управляемые курсы, разработанные в системе электронного обучения вуза и
специально адаптированные к возможностям иностранных студентов.

Список литературы

1. О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2036 года : указ Президента РФ от 07.05.2024 № 309. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202405070015> (дата обращения: 25.05.2024).

2. Кочеткова И.В., Мумряева С.М., Егорченко И.В. Особенности организации самостоятельной работы при обучении математике иностранных студентов в вузе // Педагогическое образование в России. 2018. № 8. С. 189–196.

3. Обучение в России для иностранцев: все. Что нужно знать// RG.RU: сайт. 2024. 12 марта. URL: <https://rg.ru/2024/03/12/obuchenie-v-rossii-dlia-inostrancev-vse-chto-nuzhno-znat.html> (дата обращения: 25.05.2024)

4. Популярность образовательных программ российских педвузов среди иностранных студентов выросла в полтора раза за последние три года // Минпросвещения России: сайт. 2021. 27 мая. URL: <https://edu.gov.ru/press/3770/populyarnost-obrazovatelnyh-programm-rossiyskih-pedvuzov-sredi-inostrannyh-studentov-vyroslo-v-poltora-raza-za-poslednie-tri-goda/> (дата обращения: 25.05.2024).

ОБ ОПЫТЕ ПРОВЕДЕНИЯ КУРСА ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОГО СОДЕРЖАНИЯ В МАГИСТРАТУРЕ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ «ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»

И.Л. Тимофеева, д-р пед. наук, профессор

Московский педагогический государственный университет

(Россия, Москва)

e-mail: iltimofeeva@mail.ru

Аннотация. В статье кратко изложен опыт подготовки преподавателя математики при изучении курса по выбору в магистратуре «Кардинальные и ординальные числа», посвященного важным вопросам теории множеств. Раскрыто содержание основных разделов. Изложены особенности проведения занятий и контроля. Приведены примеры вопросов по материалу курса, важных для учителя математики.

Ключевые слова: равномощность множеств, счетные множества, множества мощности континуума, кардинальные числа, упорядоченные множества, линейный порядок, полный порядок, ординальные числа

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
**ABOUT THE EXPERIENCE OF CONDUCTING A COURSE BY SET THEORY
IN THE MASTER'S DEGREE IN THE FIELD OF TRAINING
«PEDAGOGICAL EDUCATION»**

I. L. Timofeeva, Doctor of Pedagogical Sciences, Full Professor
Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

Abstract. The article briefly describes the experience of training a mathematics teacher when studying elective course in the master's degree program "Cardinal and Ordinal numbers", devoted to important issues of set theory. The content of the main sections is disclosed. The features of conducting classes and monitoring are described. Examples of questions on the course material that are important for a mathematics teacher are given.

Keywords: equivalence of sets, countable sets, continuum power sets, cardinal numbers, ordered sets, linear order, full order, ordinal numbers

Опыт подготовки будущих учителей математики в МПГУ на протяжении более четырех десятилетий выявил некоторые проблемы подготовки выпускников в области теории множеств, служащей основой математики в целом. В частности, студенты недостаточно разбираются в вопросах количественного сравнения бесконечных множеств. Недостаточно внимания уделяется подготовке студентов в области теории упорядоченных множеств (в то время как конкретные упорядоченные структуры изучаются в разных дисциплинах). В результате снижается уровень развития теоретико-множественного мышления студентов. Чтобы улучшить эту ситуацию, автор статьи разработал дисциплину по выбору теоретико-множественного содержания для студентов магистратуры МПГУ.

Разработка дисциплины. Десять лет назад автором была разработана дисциплина по выбору для студентов магистратуры МПГУ «Кардинальные и ординальные числа», направленная на формирование систематизированных знаний и умений в одной из важных областей теории множеств – теории кардинальных и ординальных чисел. На протяжении последних 10 лет курс «Кардинальные и ординальные числа» шесть раз был прочитан автором для магистрантов МПГУ. За эти годы менялось название направления подготовки и направленности (профиля) образовательных программ, в рамках которого читался курс. Последние годы подготовка велась по направлению «Педагогическое образование» с направленностью (профилем) – «Математическая подготовка преподавателя высшей школы» и «Обучение фундаментальным вопросам математики и информатики в условиях цифровизации образования». Обновлялись учебные планы, варьировалось количество аудиторных часов (от 36 до 40 ак. ч.), менялось соотношение между часами на лекции и на практические занятия (чаще со значительным перевесом часов на практические занятия). Разумеется, эти изменения требовали корректировки рабочей программы дисциплины, варьирования акцентов при изучении материала, форм и методов обучения.

Основные разделы дисциплины. При всех изменениях инвариантными оставались основные разделы дисциплины [5]:

I. *Кардинальные числа.* Равномощность множеств. Счетные множества. Множества мощности континуума. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора – Бернштейна. Теорема Кантора о булеане множества. Континуум-гипотеза. Операции над кардинальными числами.

II. *Упорядоченные множества.* Отношение (частичного) порядка. Строгий и нестрогий порядок. Линейный порядок. Упорядоченные множества. Наименьший и наибольший элементы. Минимальный и максимальный элементы. Упорядочение декартова произведения упорядоченных множеств. Изоморфные упорядоченные множества. Порядковые типы.

III. *Вполне упорядоченные множества.* Эквивалентность трех свойств частично упорядоченных множеств: принцип минимального элемента, обрыв строго убывающих цепей, принцип возвратной индукции. Полный порядок. Вполне упорядоченные множества. Предельные элементы.

IV. *Ординальные числа.* Ординалы как порядковые типы вполне упорядоченных множеств. Сравнение ординалов. Полный порядок на множестве ординалов. Непредельные и предельные ординалы. Сложение ординалов, умножение ординалов. Теорема Цермело. Лемма Цорна, ее применение. Сравнимость по мощности любых двух множеств. Парадокс Бурали-Форти.

Особенности проведения занятий. Для вовлечения в активное изучение материала на занятиях каждый студент должен был с помощью преподавателя (автора статьи) подготовить сообщение и презентацию по выбранной теме. Список тем предлагался студентам на выбор в начале изучения курса, как и список рекомендованной литературы, основными источниками которого являются [1–4]. В содержание сообщения требовалось не только включить теоретический материал, но и подобрать задачи для совместного решения их с остальными студентами. На выступающего возлагалась высокая ответственность при подготовке сообщения, поскольку остальные студенты в значительной степени ориентировались на те знания, которые они получали при обсуждении темы на занятии. Разумеется, при подготовке каждого такого сообщения приходилось неоднократно консультировать студента-докладчика, править и обсуждать презентацию.

Кроме того, на занятии преподаватель ставил многочисленные нетривиальные вопросы, адресуя всем студентам, включая выступающего. Благодаря этому каждое занятие становилось интерактивным, а обсуждение изучаемого материала – проблемным. Студенты, активно участвовавшие в обсуждении, получали баллы за активность на занятиях. Разумеется, согласно рейтинг-плану, докладчик получал баллы за сообщение и презентацию с учетом качества их подготовки. Отметим, что при свободе выбора темы для сообщения студенты получали от преподавателя комментарии о сложности той или иной темы. Тем самым учитывался индивидуальный уровень подготовки студентов.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Перечислим основные темы докладов: Равномощные множества. Конечные и бесконечные множества. Счётные и несчётные множества. Множества мощности континуума. Сравнение множеств по мощности. Операции над кардинальными числами. Отношение порядка. Линейный порядок. Изоморфные упорядоченные множества. Вполне упорядоченные множества. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Ординалы. Операции над ординальными числами.

Контроль учебных достижений студентов. Текущий (тематический) и итоговый контроль проходил в основном в форме онлайн-тестирования. По всем разделам курса автором статьи были разработаны тестовые задания разного типа: вопросы с множественным выбором, с пропусками, на установление соответствия. Практически отсутствовали задания, требующие только запоминания определений и теорем курса. Для успешного прохождения тестирования требовалось глубокое понимание изучаемого материала и способность рассуждать.

Примеры вопросов. Приведем несколько вопросов, обсуждаемых на занятиях и используемых при разработке тестовых заданий:

– Является ли отношение делимости, заданное: а) на $\mathbb{N}$; б) на $\mathbb{Z}$ отношением порядка на $\mathbb{N}$? на $\mathbb{Z}$?

– Сколько наибольших (наименьших) элементов может иметь упорядоченное множество?

– Сколько максимальных (минимальных) элементов может иметь упорядоченное множество?

– Во всяком ли упорядоченном множестве наибольший (наименьший) элемент является максимальным (минимальным)?

– Во всяком ли упорядоченном множестве максимальный (минимальный) элемент является наибольшим (наименьшим)?

– При каком порядке на множестве его элемент является наибольшим (наименьшим) тогда и только тогда, когда он является максимальным (минимальным)?

Эти вопросы традиционно вызывают трудности у студентов, поскольку они практически не имеют опыта работы с нелинейно упорядоченными множествами. Считаем, что обсуждение подобных вопросов, обоснование ответов на них и рассмотрение соответствующих примеров чрезвычайно полезны для учителя математики.

В заключение сделаем некоторые *выводы*. Студенты с интересом изучали материал курса, особенно материал, доступный школьнику. Они понимали, что частично смогут использовать изучаемый материал для разработки математических курсов по выбору (внеурочной деятельности) в школе. Студенты проявляли активность на занятиях благодаря режиму диалога в формате «вопрос – ответ» и созданию проблемных ситуаций.

Отметим, что курс по выбору аналогичного содержания может быть использован и для бакалавриата, и для специалитета.

Список литературы

1. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 1. Начала теории множеств. 5-е изд. М.: МЦНМО, 2017. 112 с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М.: Физматлит, 2012. 573 с. (Классический университетский учебник).
3. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств / пер. с англ. М.И. Кратко; под ред. А.Д. Тайманова. М.: Мир, 1970. 416 с.
4. Френкель А.А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств / под ред. А.С. Есенина-Вольпина; пер. с англ. Ю.А. Гастева. М.: Мир, 1966. 556 с.
5. Тимофеева И.Л. Рабочая программа дисциплины «Кардинальные и ординальные числа». URL: <https://el.mpgu.su/course/view.php?id=4192>. (дата обращения: 11.05.2024)

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

Н.Г. Уляшова, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина
(Россия, Сыктывкар)*

e-mail: ninatorl@yandex.ru

Аннотация. Важнейшая цель обучения геометрии развитие логического мышления учащихся. Одним из средств её достижения являются геометрические построения. В исследовании рассматриваются некоторые вопросы методики обучения геометрии.

Ключевые слова: геометрия, логическое мышление, конструктивная задача по планиметрии

ABOUT SOME ISSUES IN GEOMETRY TEACHING METHODS

N.G. Ulyashova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Syktывkar State University named after Pitirim Sorokin (Russia, Syktyvkar)

Abstract. The most important goal of teaching geometry is to develop students' logical thinking. One of the means to achieve it is geometric constructions. The study examines some issues of geometry teaching methodology.

Keywords: geometry, logical thinking, constructive problem in planimetry

Развитие логического мышления учащихся – это одна из главных задач, стоящих перед каждым учителем математики. Поэтому студентов, получающих педагогическое образование, необходимо настраивать на поиск путей для её

решения. Один из них – обучение школьников различным способам решения задач. Появление нескольких решений одной задачи даёт ученику шанс обнаружить зоркость и находчивость в выборе простейшего способа, развивает у него умение сравнивать методы в отношении простоты и типичности решения. Особенно полезны в этом плане конструктивные задачи по геометрии. Как известно, первым этапом в решении такой задачи является анализ, цель которого – найти способ построения искомой фигуры [1]. Предположив задачу решенной, составляют чертеж и, рассматривая его, выясняют, какие части фигуры даны, какие требуется найти, какая существует зависимость между искомыми и данными на основании известных теорем. Здесь учитель в процессе беседы с учениками помогает им увидеть ту или иную зависимость, провести те или другие дополнительные линии. И тем самым школьники приходят к тому или иному решению, т. е. построению искомой фигуры. Приведём примеры таких решений.

Задача 1. Из точки вне окружности провести секущую так, чтобы она разделилась окружностью пополам.

Решение:

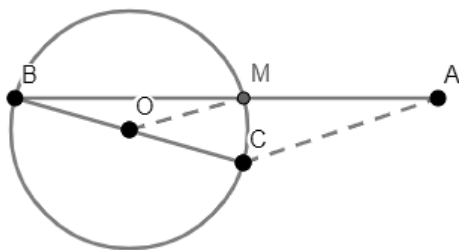


Рис. 1. Чертеж 1 (первый способ решения)

секущей становится ясным. Радиусом, равным $2R$, из точки A отмечаем на данной окружности точку C . Проводим диаметр, соединив точки C и O , и получаем на данной окружности точку B . Секущая AB – искомая.

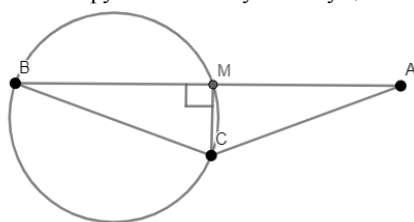


Рис. 2. Чертеж 2 (второй способ решения)

1. Допустим, что AB – искомая секущая, M – её середина (рис. 1). Проведём диаметр BC . Соединим точки A и C , M и O . Так как $BM = MA$ и $BO = OC$, то OM – средняя линия треугольника. Поэтому она параллельна AC и равна её половине. Но $OM = R$, где R – радиус данной окружности. Значит, $AC = 2R$. Теперь построение искомой

2. Можно провести анализ и следующим образом (рис. 2). В середине M искомой секущей восстановим к ней перпендикуляр до пересечения с окружностью в точке C . Точку C соединим с точкой B . Так как угол BMC равен 90° , то $BC = 2R$, поскольку треугольник ABC – равнобедренный, то $AC = 2R$.

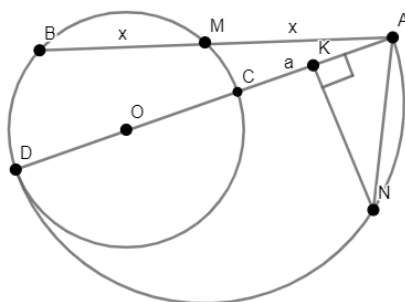


Рис. 3. Чертеж 3 (третий способ решения)

Теперь построение искомой секущей аналогично тому, как это сделано в первом случае.

3. Пусть AB – искомая секущая. Обозначим $AM = BM = x$ (рис. 3). Через центр данной окружности проведём секущую AD . Обозначим $AC = a$. По свойству секущих имеем: $AB \cdot AM = AD \cdot AC$. Используя наши обозначения, получим:

$$2x \cdot x = (a + 2R) \cdot a.$$

$$\text{Отсюда } x = \sqrt{\frac{a}{2} \cdot (a + 2R)}.$$

находится как средний пропорциональный между отрезками $\frac{a}{2}$ и $a + 2R$.

Построить его легко: на $AD = a + 2R$ как на диаметре строим полуокружность; делим отрезок AC точкой K пополам и из точки K восстанавливаем перпендикуляр к AD до пересечения с полуокружностью в точке N . Тогда $AN = x$. Проводя радиусом AN окружность с центром в точке A , получаем точку M . Теперь осталось через точки A и M провести искомую секущую.

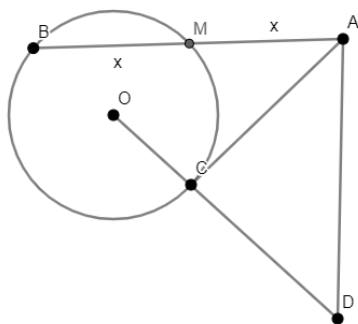


Рис. 4. Чертеж 4 (четвертый способ решения)

4. Проведём касательную AC к данной окружности (рис. 4). Используя теорему о касательной и секущей, получим: $2x \cdot x = AC^2$, т. е. $AC^2 = 2x^2$. Отсюда имеем, что $2AC^2 = (2x)^2$, т. е. искомая секущая $AB = 2x$ может быть получена как гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом AC . Теперь легко выполнить

построение. Проводим касательную AC . На перпендикуляре к AC от точки C откладываем отрезок $CD = AC$. Проводя радиусом AD окружность, находим точку B . Секущая AB – искомая.

Как видно из приведённых способов построения, первое решение оказывается наиболее простым по количеству операций. Третий и четвёртый способы более сложные, требуют знания теоремы о свойствах окружности и секущей к ней, а также алгебраический метод решения конструктивных задач, которому в школьных учебниках по геометрии уделяется весьма незначительное внимание. Эти способы решения могут быть рассмотрены с учащимися на занятиях курса внеурочной деятельности.

Исключительное значение в вопросах развития логического мышления учащихся имеют задачи на построение треугольников по его элементам. Во-первых, фигура треугольник является важнейшей из плоских прямолинейных фигур. Во-вторых, многие задачи, которые, казалось бы, ничего общего с треугольником не имеют, приводятся к построению треугольника. В-третьих, задачи на построение треугольников содержат всё необходимое и достаточное для развития теории геометрических построений в средней школе (с добавлением некоторого числа задач на построение окружностей).

Задачи на построение треугольников можно в процессе обучения школьников систематизировать по тем элементам, которые их задают, и разбить на группы, например, следующим образом.

I группа. Задачи, в которых даны две стороны треугольника.

Третьим элементом может быть высота (или медиана), проведённая к одной из указанных сторон (или к неуказанной стороне), биссектриса некоторого угла треугольника, его периметр, радиус вписанной (или описанной около него) окружности.

II группа. Задачи, в которых даны сторона и противолежащий ей угол.

Третьим элементом здесь может быть ещё один из углов или высота (медиана или биссектриса), проведённые из указанного (или неуказанного) угла, периметр треугольника, радиус вписанной (или описанной около него) окружности.

III группа. Задачи, в которых дана сторона и прилежащий к ней угол.

Третий элемент так же, как и в задачах второй группы, можно варьировать и получать серию задач.

Можно в качестве третьего элемента, задающего задачу, включить в её условие радиус вневписанной к какой-либо из сторон треугольника окружности или площадь треугольника.

Некоторые из этих задач при проведении исследования (четвёртого этапа решения конструктивной задачи [2]), т. е. при установлении количества решений и возможности получить решение, требуют знания многих геометрических фактов, а также тригонометрических формул. Поэтому в плане развития логического мышления у обучающихся они весьма полезны. Такие задачи могут быть успешно применены на занятиях курса внеурочной деятельности. Приведём примеры решения таких задач.

Задача 2. Построить треугольник по двум сторонам a и b , а также

2.1. высоте h_a , проведённой к стороне a ; построив отрезок $BC = a$, из одного его конца, например C , как из

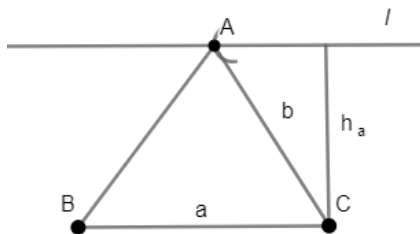


Рис. 5. Чертеж 5 к задаче 2.1.

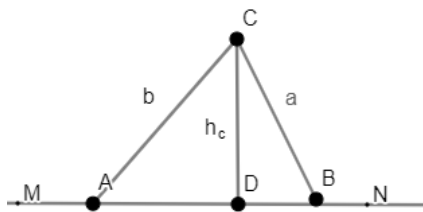


Рис. 6. Чертеж 6 к задаче 2.2.

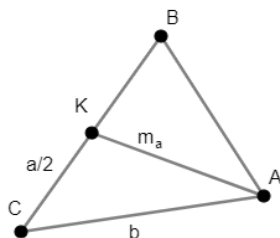


Рис. 7. Чертеж 7 к задаче 2.3.

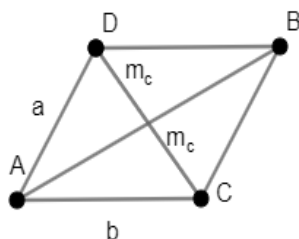


Рис. 8. Чертеж 8 к задаче 2.4.

При решении этих сходных по условиям задач школьники должны вспомнить различные вопросы теории геометрических построений. В первом случае им надо знать геометрическое место точек плоскости, удалённых от данной прямой на данное расстояние, и уметь его построить с помощью циркуля и линейки. Во втором случае с помощью тех же инструментов восстановить перпендикуляр к прямой в некоторой на ней точке. В четвёртом случае надо применить метод построения прямой, проходящей через данную точку параллельно данной прямой.

Устанавливая возможность решения, т. е. проводя исследование [2], ученики должны вспомнить, когда прямая и окружность имеют общие точки.

2.2. центра описываем дугу до пересечения в точке A с прямой l , параллельной BC и отстоящей от BC на расстоянии h_a ; соединяем A с B и C , треугольник ABC – искомый; решение возможно, если $b \geq h_a$;

2.3. высоте h_c , проведённой к третьей стороне c : проводя прямую MN , из произвольной её точки D восстанавливаем к ней перпендикуляр $CD = h_c$; из точки C как из центра радиусами a и b проводим две дуги до пересечения в точках A и B с прямой MN ; соединив точки A и B с точкой C , получаем искомый треугольник ABC ; если a или b равно h_c , то будет прямоугольный треугольник;

2.4. медиане m_a , проведённой к стороне a : строим треугольник ACK по трём сторонам $AC = b$, $AK = m_a$, $CK = \frac{a}{2}$ и продолжаем CK на равное ему расстояние KB ; соединив точку B с точкой A , получаем искомый треугольник ABC ; решение возможно, если $b - \frac{a}{2} < m_a < b + \frac{a}{2}$;

2.5. медиане m_c , проведённой к третьей стороне: строим треугольник ACD по трём сторонам $AC = b$, $AD = a$ и $DC = 2m_c$; проведя $DB \parallel AC$ и $CB \parallel AD$ до их пересечения в точке B и соединив точку B с точкой A , получим искомый треугольник ABC ; решение возможно, если $a - b < 2m_c < a + b$.

Задача 3. Построить треугольник по стороне a , противолежащему углу A и

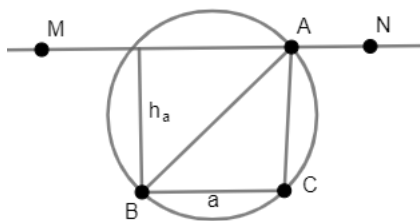


Рис. 9. Чертеж 9 к задаче 3.1.

3.1. высоте h_a , проведенной к стороне a ; строим отрезок $BC = a$ и геометрическое место точек плоскости, из которых отрезок виден под углом, равным углу A (т. е. дугу окружности) и на расстоянии h_a от BC проводим прямую $MN \parallel BC$ до пересечения в точке A с дугой окружности; соединив точку A с точками B и C , получаем искомый треугольник ABC ; решение возможно, если $h_a \leq \frac{a}{2} \leq ctg \frac{\alpha}{2}$, где α – величина угла A ;

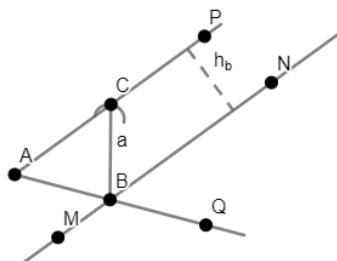


Рис. 10. Чертеж 10 к задаче 3.2.

3.2. высоте h_b , проведенной к неуказанной стороне; строим угол PAQ , равный углу A искомого треугольника ABC ; на расстоянии h_b от прямой AP проводим прямую $MN \parallel AP$ до пересечения в точке B с прямой AQ ; из точки B как из центра описываем дугу радиуса a до пересечения в точке C с прямой AP ; соединив точки B и C , получаем искомый треугольник ABC ; решение возможно, если $a \geq h_b$.

Практика преподавания показывает, что подбор конструктивных задач, предлагаемых для решения на уроках геометрии в средней школе, носит случайный характер. Более того, задачи на построение по причине их относительной трудности зачастую вовсе исключаются из школьной практики. Поэтому и у студентов направления подготовки «Педагогическое образование» порой складывается непонимание истинного значения геометрических построений. Выявлению путей решения этой проблемы необходимо посвящать занятия по методике обучения геометрии.

Список литературы

1. Александров И.И. Сборник геометрических задач на построение. М.: Учпедгиз, 1950. 176 с.
2. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Элементарная геометрия. М.: Просвещение, 1966. 366 с.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ

Г.Г. Хамов, д-р пед. наук, профессор

Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена

(Россия, Санкт-Петербург)

e-mail: gghamov@yandex.ru

Л.Н. Тимофеева, канд. пед. наук

Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского

(Россия, Санкт-Петербург)

e-mail: tln142@mail.ru

Аннотация. В работе рассматриваются примеры задач, математической моделью которых являются диофантовы уравнения. Предложенные задания показывают возможности теоретико-числовых задач для вовлечения обучающихся в исследовательскую деятельность.

Ключевые слова: диофантовы уравнения, теория чисел, деление чисел, составное число, простое число

**THE THEORY OF COMPARISONS IN THE PREPARATION
OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER**

G.G. Khamov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Hertsen University (Russia, St. Petersburg)

L.N. Timofeeva, Candidate of Pedagogical Sciences

Military Mozhaisky Academy (Russia, St. Petersburg)

Abstract. The paper considers examples of problems whose mathematical model is Diophantine equations. The proposed tasks show the possibilities of number-theoretic problems for involving students in research activities.

Keywords: diophantine equations, number theory, division of numbers, composite number, prime number

Методические рекомендации по обучению математике в соответствии с обновленными ФГОС в числе основных понятий включают, в частности, формирование представления о числе как центральном математическом понятии, обеспечивающем преемственность и перспективность математического образования обучающихся. Отмечается, что содержание учебного материала должно развивать интеллектуальные и творческие способности, познавательную активность, исследовательские умения, критичность мышления, интерес к математике, формировать определенный уровень математической грамотности [3]. Пути реализации этой идеи проявляются в увеличении доли заданий исследовательского характера, в усилении работы с теоретическим материалом, упоре на логическую составляющую деятельности, связанной с умением

построить математическую модель задачи, привести примеры и контрпримеры, решать задачи на доказательство. Это проявляется в том числе в заданиях повышенной сложности профильного ЕГЭ по математике. С одной стороны, задания, относящиеся к теории чисел, своей формулировкой привлекают внимание выпускников тем, что материал, используемый для их решения, связан со свойствами целых чисел и относится к школьной математике 5–6-х классов, а по факту построение математической модели задачи, приведение примеров, доказательств вызывает трудности у большинства обучающихся [1]. Поэтому в процессе подготовки современного учителя актуально использование задач, условия которых связаны со свойствами целых и натуральных чисел и решение которых основано на использовании знаний элементарной теории чисел. Решение нестандартных по формулировке заданий, связанных с целыми числами, требует не только некоторой сообразительности, но и знания ряда утверждений и положений элементарной теории чисел. Это способствует также более осознанному пониманию теории. Приведем примеры заданий, способствующих реализации этих идей, в которых требуется сначала построить математическую модель (уравнение, неравенство, систему), а затем для получения ответа провести ее исследование.

1. На какое наименьшее натуральное число надо умножить 7, чтобы произведение оканчивалось числом 123.

Рассмотрим диофантово уравнение $7x - 10^3y = 1$. Если (x_0, y_0) – решение данного уравнения и x_0 – наименьшее натуральное число из возможных решений, то число $123x_0$ будет искомым числом.

Итак, находим решение (x, y) уравнения с наименьшим для натуральных значений для x : $(143, 1)$. Искомое число 17589.

2. Доказать, что можно найти такое целое число x , умножив на которое данное простое число P , взаимно простое с 10, получим произведение, оканчивающееся заданными цифрами $\overline{abc\dots k}$ (всего n цифр).

Рассмотрим диофантово уравнение: $Px - 10^n \cdot y = 1$.

Так как числа P и 10 взаимно простые, то P и 10^n взаимно просты, и поэтому указанное уравнение имеет решения в целых числах. Если (u, v) – решение данного уравнения, т. е. имеет место равенство $Pu - 10^n \cdot v = 1$, то $P(u \cdot \overline{abc\dots k}) - 10^n(v \cdot \overline{abc\dots k}) = \overline{abc\dots k}$ и число $u \cdot \overline{abc\dots k}$ – искомое.

3. Найти четырехзначные числа, каждое из которых делится на 11 и сумма цифр каждого равна 11.

Искомое число $N = 1000x + 100y + 10z + t$.

По признаку делимости на 11 имеем:

$$(y + t - (x + z)) : 11. \quad (1)$$

В силу условия задачи:

$$x + y + z + t = 11. \quad (2)$$

Из (2) $y + t = 11 - (x + z)$.

Тогда в силу (1): $2(x + z)$ делится на 11, т. е.

$$2(x + z) = 11n, \quad (n \in \mathbb{Z}).$$

Таким образом, задача сводится к нахождению целых решений уравнения $2(x + z) = 11n$ ($n \in \mathbb{Z}$), для которых $0 \leq x \leq 9$; $0 \leq z \leq 9$: $\{(2,9); (3,8); (4,7); (5,6); (6,5); (7,4); (8,3); (9,2)\}$.

Для всех этих значений X, Z значения y, t равны нулю.

Искомые числа: 2090; 3080; 4070; 5060; 6050; 7040; 8030; 9020.

4. Найти двузначное число, квадрат которого равен кубу суммы его цифр.

Искомое число $10x + y$ ($1 \leq x \leq 9$; $0 \leq y \leq 9$) и задача сводится к нахождению решений диофантова уравнения

$$(10x + y)^2 = (x + y)^3 \text{ при } 1 \leq x \leq 9; \quad 0 \leq y \leq 9.$$

В силу условия задачи $10 \leq 10x + y \leq 99$ и $1 \leq x + y \leq 18$.

Поэтому $100 \leq (x + y)^3 \leq 5832$.

Обозначим $(x + y)^3 = N$. Число N является одновременно квадратом и кубом некоторых целых чисел: $N = S^2 = t^3$, поэтому число N является шестой степенью некоторого целого числа: $N = k^6$.

Действительно, если простое число P делит N , т. е. $N = P^\alpha \cdot N_1$, P не делит число N_1 , то $\alpha : 2$ и $\alpha : 3$ и, следовательно, $\alpha : 6$.

Итак, находим возможные значения для числа k , что

$$100 \leq k^3 \leq 5832.$$

Отсюда $3 \leq k \leq 4$, т. е. $k = 3$; 4.

Получаем две системы

$$\begin{cases} 10x + y = 27, \\ x + y = 9; \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y = 64, \\ x + y = 16. \end{cases}$$

Первая система имеет одно решение $x = 2, y = 7$, вторая целых решений не имеет.

Искомое число 27.

5. Двузначное число в сумме с числом, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке, дает полный квадрат. Найти все такие числа.

Задача сводится к решению диофантова уравнения

$$(10x + y) + (10y + x) = N^2, \text{ при этом } 1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9.$$

$$(10x + y) + (10y + x) = N^2 \Leftrightarrow 11(x + y) = N^2.$$

Отсюда $N^2 = 11^2 z^2$ и $x + y = 11z^2$.

Но так как $x + y \leq 18$, то $z = 1$ и $x + y = 11$.

Искомые числа 92; 83; 74; 65; 56; 47; 38; 29.

6. Найти целое положительное число, зная, что оно имеет только два простых делителя, число всех делителей равно 6, сумма всех делителей равна 28.

Искомое число $N = p^\alpha g^\beta$, p, g – простые, α, β – натуральные. Число делителей числа N : $(\alpha + 1)(\beta + 1)$ – по условию равно 6, т. е. $(\alpha + 1)(\beta + 1) = 6$. Так как α, β – натуральные, то возможен один случай $\alpha = 1, \beta = 2$: один из простых делителей входит в N в первой степени, другой во второй. Таким образом, $N = pg^2$.

Сумма всех делителей числа N : $(1 + p)(1 + g + g^2)$.

Таким образом, задача сводится к решению в натуральных числах диофантова уравнения $(1 + p)(1 + g + g^2) = 28$. Заметим, что число $1 + g + g^2 = g(1 + g) + 1$ – нечетно, так как $g(1 + g)$ – четно. Нечетные делители числа 28: 1, 7. Поэтому

$1 + g + g^2 = 7$, $1 + p = 4$, откуда $p = 3$, $g = 2$ и $N = 12$.

Обучение математике является одним из самых эффективных средств приобщения обучающихся к методам научного познания, где на примере простых задач можно проследить все этапы исследования. И эта особенность математики должна быть в большей степени, чем сейчас, использована при подготовке будущих учителей. Вовлечение в самостоятельную исследовательскую деятельность не только способствует овладению комплексом математических знаний, умений и навыков, но и направлено на формирование и развитие эвристического и алгоритмического мышления, математического языка; ознакомление с ролью математики в полноценной математической деятельности [2].

Список литературы

1. Киекбаева А.С., Солощенко М.Ю. Методические указания к решению задач по теории чисел (задание 19 из ЕГЭ по математике, профильный уровень) // Modern Science. 2021. № 3–2. С. 364–367.
2. Корнилов В.С. Роль прикладной математической подготовки в гуманитаризации высшего математического образования // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2008. № 16. С. 123–134.
3. Математика. Реализация требований ФГОС основного общего образования : методическое пособие для учителя / Л.О. Рослова, Е.Е. Алексеева, Е.В. Буцко. М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО», 2022. 264 с.
4. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. О совершенствовании профессиональной подготовки будущего учителя математики // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. № 1 (43). <https://research-journal.org/archive/1-43-2016-january/o-sovershenstvovanii-professionalnoj-podgotovki-budushhego-uchitya-matematiki> (дата обращения: 14.06.2024). - doi: 10.18454/IRJ.2016.43.117

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ В ВУЗЕ

Е.В. Яковлева, канд. пед. наук

*Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина
(Россия, Сыктывкар)*

e-mail: akovleva72@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы развития математических компонентов компетенций студентов педагогических направлений подготовки вуза. Затрагиваются проблемы изучения теоретического материала и решения практических задач, учитывающих специфику будущей профессиональной деятельности. Обсуждаются вопросы организации личностно ориентированного обучения студентов с учетом индивидуальных особенностей обучаемых.

Ключевые слова: методика обучения математике, подготовка учителей в вузе

CURRENT ISSUES IN MATHEMATICAL TRAINING OF FUTURE TEACHERS AT UNIVERSITY

E.V. Yakovleva, Candidate of Pedagogical Sciences
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University (Russia, Syktyvkar)

Abstract. The article deals with the development of mathematical components of the students' competencies in pedagogical areas of higher education. The problems of studying theoretical material and solving practical problems that take into account the specifics of future professional activity are touched upon. The issues of the organization of personality-oriented training of students, considering the individual characteristics of the trainees, are discussed.

Keywords: methods of teaching mathematics, training teachers at university

Вопросы математической подготовки будущих учителей остаются актуальными. В условиях перехода к научно-технологическому суверенитету Российской Федерации приоритетом становится научный подход во всех сферах развития общества. Будущий учитель должен овладеть знаниями и умениями «по использованию психолого-педагогических подходов в проектировании образовательного пространства для достижения предметных и личностных результатов обучения и обеспечения высокого качества учебного процесса средствами преподаваемых дисциплин» [1], а также по оценке эффективности применяемых методов обучения и воспитания.

Минобрнауки России и Минпросвещения России в 2023 году направили в вузы обновленные методические рекомендации по подготовке педагогических кадров «Ядро высшего педагогического образования» для использования при разработке образовательных программ высшего образования [2] с целью применения единых подходов к содержанию и результатам подготовки педагогов. В них обозначена необходимость формирования готовности специалиста к решению различных задач обучения, воспитания и развития обучаемых. Предложено построение образовательного процесса на основе анализа опыта и сохранения традиций отечественного педагогического образования, развития лучших практик подготовки учителя. Определена необходимость формирования проектного мышления и компетенций будущего педагога, способствующих подготовке к выполнению профессиональных задач в ситуациях, требующих инновационных подходов,

адаптации к постоянно изменяющимся условиям, развитию знаний и умений для работы с обучаемыми с разными образовательными потребностями. В структуре подготовки педагога выделяются несколько модулей.

Модуль учебно-исследовательской проектной деятельности направлен на формирование умений проведения работ аналитического и прикладного характера при проведении педагогических исследований, разработке проектов, в том числе при написании курсовых и выпускных квалификационных работ. Его базовую часть составляет дисциплина «Методы количественного и качественного анализа данных», которая направлена на формирование компетенций, связанных с развитием системного и критического мышления и применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности. Следует отметить, что эволюция методов, используемых при проведении исследований в области образования, обусловила применение количественного и качественного анализа при обработке результатов педагогических экспериментов.

Качественные и количественные методы имеют разные цели, различаются по своей применимости, отвечают на разные вопросы исследований в области образования. В начале прошлого века исследователи, например, математического и естественно-научного образования использовали преимущественно способы измерений, свойственные указанным наукам. В настоящее время учеными применяются как статистические методы, в которых анализы и выводы строятся на основе цифровых данных, так и качественные; понимание опыта и точки зрения человека на исследуемую проблему, в которых реализуются, как правило, через наблюдение, беседу, интервью. Исследователями часто используется смешанная методология, при которой оба вида методов дополняют друг друга. Применение качественных способов анализа данных позволяет глубже понять, почему происходит определенное явление, количественные исследования могут ответить на вопрос о том, насколько широко оно распространено. Обе стратегии имеют свои преимущества и недостатки, выбор подходящей методологии может существенно повлиять на результат исследовательской работы.

В настоящее время изучение методов анализа данных на образовательных программах высшего педагогического образования осуществляется в рамках изучения дисциплины «Математические методы анализа данных», рекомендованной ранее Минпросвещения России для включения в программы подготовки педагогических кадров. В содержание дисциплины включены методы количественного анализа данных, она направлена на обучение студентов применению рассматриваемых способов для анализа и представления данных проведенного педагогического эксперимента, формирования доказательной базы и выводов об эффективности применяемых подходов в учебном и воспитательном процессе с обучаемыми. Изучаемые методы используются при написании курсовых и выпускных квалификационных работ, отчетов по практике.

Следует отметить, что дисциплина «Математические методы анализа данных» реализуется на образовательных программах всех профилей подготовки педагогов, в том числе тех, которые не содержат других дисциплин с

математическим содержанием. В указанных условиях изучение будущими учителями статистических методов обработки результатов педагогических экспериментов бывает затруднено отсутствием мотивации студентов к изучению математики, а также недостаточным уровнем предшествующей школьной математической подготовки. Представление учебного материала по дисциплине осуществляется с учетом выявленных затруднений, а также индивидуальных особенностей обучаемых, проявляемых ими при выборе стратегий решения задач. Такое исследование проведено в 2023–2024 учебном году в Сыктывкарском государственном университете имени Питирима Сорокина со студентами 2-го курса, осваивавшими образовательные программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)».

Известно, что выбранная человеком стратегия решения задач характеризует его интеллектуальные возможности. Оценить предпочтения личности могут помочь методы, применяемые в практической психодиагностике. Организация диагностического исследования студентов была организована с помощью личностного теста Дж. Баррета [3], позволяющего оценить стратегии, применяемые человеком при осуществлении коммуникации с другими людьми, а также при решении задач. Тест включает 40 вопросов, самостоятельно оцениваемых респондентом по шкале от 1 до 10, позволяющих измерить две группы показателей, относящиеся:

- к факторам, связанным с выбором стратегии решения задач, демонстрирующим ее ориентацию на факты или воображение, осмотрительность в принятии решений или спонтанность;
- к параметрам личности, отражающим способности к коммуникации с другими людьми (уверенность, пассивность, индивидуализм, общительность).

Сочетание указанных восьми показателей индивидуальных особенностей личности позволяет отнести человека к различным личностным типам, для каждого из которых определены наиболее соответствующие профессии. Это позволяет установить соответствие респондента выбранной профессиональной деятельности. В соответствии с указанной методикой преподавателям характерны ориентация на воображение и осмотрительность, уверенность и общительность. Отдельно автором выделены преподаватели, организующие работу с неуспевающими обучающимися, способные построить с ними более доверительные отношения. Указанным педагогам характерны ориентация на воображение и осмотрительность, пассивность и общительность. По результатам диагностики 181-го обучающегося на образовательных программах высшего образования, направленных на подготовку будущих учителей, личностные характеристики значительной части студентов соответствуют выбранной профессии. Особый интерес при организации обучения студентов математическим дисциплинам вызывают данные, связанные с выбором обучающимися стратегии решения задач, демонстрирующей особенности их мыслительной деятельности. Указанные результаты проведенного исследования представлены на рисунке.

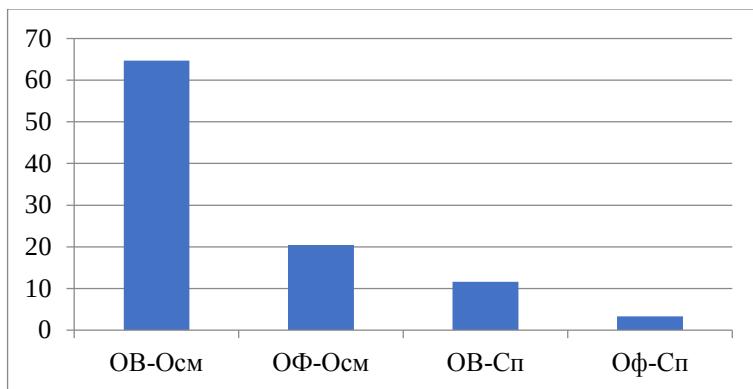


Рис. 1. Результаты выполнения студентами личностного теста.
 Ов – ориентация на воображение; Оф – ориентация на факты;
 Осм – осмоторность; Сп – спонтанность

По данным анализа предпочтений студентов при выборе стратегий решения задач ориентацию на воображение показали 138 респондентов, ориентацию на факты – 43. В исследовании принимали участие обучающиеся различных профилей подготовки. Значительное большинство составили будущие учителя русского и иностранных языков, истории, начальных классов, физической культуры и безопасности жизнедеятельности. Следует отметить, что полученные результаты указывают на необходимость применения преподавателями математических дисциплин дифференцированных подходов при изложении учебного материала с учетом индивидуальных особенностей обучаемых для обеспечения эффективности обучения [4]. При организации образовательного процесса по дисциплине «Математические методы анализа данных» автором статьи использовались следующие средства обучения: учебные материалы по математике в виде презентаций с демонстрацией используемых математических методов и примеров решения задач; специально разработанные лабораторные работы по математической статистике для формирования умений самостоятельной исследовательской деятельности обучаемых; наглядные опоры в виде схем, учитывающие особенности выбора стратегий решения задач студентами, содержащие теоретический материал по дисциплине и алгоритмы решения типовых задач; электронный курс в системе дистанционного обучения Moodle университета, содержащий дополнительно к вышеизложенным тест по дисциплине. При обучении студентов педагогических направлений подготовки вуза рассмотрение количественных методов анализа результатов экспериментальной деятельности сопровождалось примерами из проведенных исследований в сфере образования и контекстными задачами, учитывающими

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ специфику будущей профессиональной деятельности, а также профиль подготовки.

Список литературы

1. Попов Н.И., Генкулова О.В. Методические приемы для проведения практикумов по решению математических задач для будущих педагогов // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. 2018. № 1 (52). С. 78–82.

2. О направлении методических рекомендаций по подготовке педагогических кадров (вместе с «Методическими рекомендациями по подготовке педагогических кадров на основе единых подходов к их структуре и содержанию образовательных программ высшего образования (уровень бакалавриата и (или) базового высшего образования) ("Ядро высшего педагогического образования")») : письмо Минобрнауки России от 15.11.2023 № МН-5/203212

3. Баррет Дж. Проверь себя. Тесты / Дж. Баррет. СПб.: Питер, 2007. 256 с.

4. Яковлева Е.В. Личностные особенности обучаемых как основа использования когнитивно-визуального подхода при обучении математике в вузе // Инновационные процессы развития образования: опыт и перспективы: Всероссийская научно-практическая конференция (г. Сыктывкар, 24 ноября 2022 г.) : сборник статей. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2022. С. 128–131.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

СПЕЦИФИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

К.Г. Аркина, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена
(Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: kseniarkina@yandex.ru*

Аннотация. В данной статье обсуждаются плюсы и минусы публикации материала лекций в системе Moodle при сопровождении дисциплины «Математический анализ» для студентов бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Ключевые слова: математика, методика преподавания математики в университете, дистанционное обучение, система Moodle

THE SPECIFICS OF TEACHING HIGHER MATHEMATICS IN MODERN CONDITIONS

K.G. Arkina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
*A.I. Herzen Russian State Pedagogical University
(Russia, Saint Petersburg)*

Abstract. This article discusses the pros and cons of publishing lecture material in the Moodle system accompanied by the discipline "Mathematical Analysis" for undergraduate students in the direction of 01.03.02 Applied Mathematics and Computer Science.

Keywords: mathematics, methods of teaching mathematics at the university, distance learning, Moodle system.

С переходом на дистанционное обучение [1] в 2020 году образовательные учреждения столкнулись с тем, что надо менять методы преподавания и приспосабливаться к изменившейся ситуации. В РГПУ им. А.И. Герцена на тот момент уже работала система Moodle, которая позволяла предлагать студентам материалы для дистанционного обучения. Весной 2020 года, в условиях пандемии COVID-19, РГПУ им. А.И. Герцена перешел на дистанционное обучение. В это время автор преподавала дисциплину «Математический анализ» для группы первого курса бакалавров по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика. На этом направлении подготовки по программе за второй семестр

по дисциплине «Математический анализ» у студентов 66 часов лекций и 76 часов практики. С практическими занятиями мы разобрались довольно быстро, наладив общение в видеоконференции с помощью графического планшета. Другие сложности дистанционного обучения, в частности, отсутствие обратной связи во время лекции, привели к разработке нового подхода к обучению. Я предложила студентам оформлять лекционные материалы в формате Word с использованием редактора MathType, назначая «дежурного» студента для каждого параграфа. Забегая вперед, скажу, что это оказалось отличной идеей, так как дисциплинировало, обучало владению редактором формул и знакомило с тем, как правильно оформлять математические тексты уже на первом курсе. Прикладным математикам по специальности весьма полезным является навык владения инструментом для набора формул на профессиональном уровне.

После того как параграф лекции был готов, готовый текст отправлялся мне на проверку. По полученному тексту сразу было понятно, кто из студентов понимает то, что он печатает, а кто – нет. Я вносила свои правки и отправляла на доработку. Обычно после первой доработки получался готовый параграф, который вывешивался в созданном с группой чате. За время нашего дистанционного обучения «дежурным» побывал каждый обучающийся по 3 раза. С каждым разом работа шла все лучше и править мне надо было все меньше. Таким же образом с этой группой мы продолжили работать и на втором курсе, уже выйдя из дистанционного обучения. Итогом работы явился лекционный курс, состоящий из 96 параграфов.

В РГПУ им. А.И. Герцена в центре дистанционной поддержки moodle@herzen.spb.ru каждый преподаватель имеет разработанные курсы. В моем курсе «Математический анализ», созданном в Moodle, прикреплены индивидуальные домашние работы, в том числе разработанные много лет назад и содержащиеся в [2]. В период дистанционного обучения этот способ контроля знаний стал еще актуальнее. С 2020 года в курс «Математический анализ» в Moodle погружен целиком созданный лекционный курс. Студенты, которые помогали мне создавать его, выпустились в июне 2023 года. По логике изложения далее, после дисциплины «Математический анализ», следуют дисциплины «Дифференциальные уравнения» [3], «Теория функций комплексного переменного», «Теория функций и функциональный анализ». По словам студентов, им было очень полезно, что в любой момент они могли обратиться к курсу и в привычном изложении вспомнить интересующие понятия. При подготовке к государственной итоговой аттестации можно было лишь пробежаться по этим материалам. Поэтому со студентами бакалавриата по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика 2019–2023 годов могу отметить, что создание лекционного курса по дисциплине «Математический анализ» принесло только плюсы.

Непонятно было, как поступать дальше. Я решила добавить в уже имеющийся курс в Moodle новых студентов. Каковы были опасения?

Наверное, первое опасение – студенты перестанут посещать очные лекции, потому что у них есть готовый материал. Этого не случилось. Возможно потому, что курс математического анализа в РГПУ им. А.И. Герцена начинается во втором семестре. Уже состоялась первая сессия и сделаны некоторые выводы.

Второе опасение – слушатели не будут читать никакую литературу по предмету. Однако процент студентов, которые обращаются к литературе по дисциплине не изменился, несмотря на наличие или отсутствие готовых лекций.

Какие положительные моменты от созданного лекционного курса можно отметить?

Предоставленный преподавателем полный конспект лекций по высшей математике может значительно облегчить процесс обучения студентов и способствовать более глубокому усвоению материала.

Рассмотрим несколько ключевых аспектов, которые подчеркивают пользу таких конспектов:

1. *Упрощение усвоения материала.* Полный конспект лекций служит структурированным и систематизированным источником информации. Студенты могут легко следовать логике изложения тем, что способствует лучшему пониманию концепций высшей математики. Четкая организация материала значительно снижает когнитивную нагрузку на студентов, позволяя им сосредоточиться на важных аспектах изучаемого предмета.

2. *Возможность самоконтроля.* Студенты могут использовать конспекты для самостоятельной проверки своих знаний. Понимание основного материала, изложенного в конспекте, помогает выявить пробелы в знаниях, которые необходимо заполнить. Возможность сравнения собственных заметок с полными конспектами способствует более эффективному самопроверке и подготовке к экзаменам.

3. *Поддержка в подготовке к экзаменам.* Конспекты лекций выступают важным ресурсом в рамках подготовки к контрольным и экзаменационным работам. Наличие упорядоченного материала позволяет студентам планировать свою учебную активность и выстраивать график подготовки. Такие конспекты увеличивают уверенность в себе в процессе подготовки.

4. *Дополнение к устному объяснению.* Устные лекции могут быть трудными для восприятия, особенно когда речь идет о сложных математических концепциях. Полный конспект лекций служит опорой для студентов, обеспечивая возможность вернуться к материалу и глубже его изучить. Наличие письменных примеров и решений задач помогает закрепить новые знания.

5. *Улучшение навыков письменного оформления.* Студенты, изучая структурированные конспекты, видят пример правильного оформления математических записей, что положительно сказывается на их собственных навыках. Это особенно важно в высшей математике, где точность формулировок и записей играет ключевую роль.

6. *Сплочение группы для работы над проектами и заданиями.* При работе в группах конспекты становятся ценным ресурсом для обсуждений и совместной

подготовки. Они обеспечивают единую базу знаний, позволяя студентам легко находить нужные формулы и теоремы, что особенно полезно в рамках группового обучения.

Создание и публикация лекционного курса по дисциплине «Математический анализ» для бакалавров по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика в системе Moodle показали свои плюсы. Важно отметить, что несмотря на наличие материалов, студенты не теряют интерес к личному взаимодействию и чтению дополнительной литературы. Планирую продолжить использование подобной методики и в будущем, комбинируя традиционные и современные подходы к обучению.

Внедрение цифровых инструментов в процесс преподавания высшей математики, таких как система Moodle, приносит новые возможности для студентов и преподавателей [4]. Опыт работы с лекционным курсом по математическому анализу на базе этого инструмента подтверждает эффективность нового подхода, открывающего широкий спектр возможностей для мощного и продуктивного обучения.

Список литературы

1. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю., Моисеева М.В. Теория и практика дистанционного обучения : учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / под ред. Е.С. Полат. М.: Академия, 2004. 416 с.
2. Звягинцева Т.Е., Корсакова О.С., Мазнина К.Г. Математический анализ: Методические рекомендации и варианты контрольных заданий. СПб., 2011. 283 с.
3. Звягинцева Т.Е., Корсакова О.С., Межевич К.Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Методические рекомендации и варианты контрольных заданий. СПб., 2005.
4. Зверева Л.Г., Крикун Д.А. Особенности компьютерных (цифровых) технологий в современной методике преподавания математике // Инновационные векторы цифровизации экономики и образования в регионах России : сборник научных статей по материалам Всероссийской научно-практической конференции. Ставрополь, 2021. С. 253–256.

ИЗ ОПЫТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

И.И. Баженов, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина
(Россия, Сыктывкар)*

e-mail: iibazhenov@gmail.com

Аннотация. В работе обобщается опыт и приводятся рекомендации по организации, созданию и использованию современных цифровых средств обучения математике в общей и высшей школе.

Ключевые слова: цифровая образовательная среда, медиаобразование, интернет-технологии

FROM THE EXPERIENCE OF USING DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT IN MATHEMATICS TEACHING

I. I. Bazhenov, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University (Russia, Syktyvkar)

Abstract. Generalization of experience and development of recommendations for the organization, creation and use of modern digital means of teaching mathematics in general and higher schools.

Keywords: digital educational environment, media education, internet technologies

Цель проводимого исследования: обобщение опыта и разработка рекомендаций по организации, созданию и использованию современных цифровых средств обучения математике в общей и высшей школе.

Более 15 лет автор активно занимается пропагандой использования цифровых технологий в образовательной сфере, является разработчиком ряда дистанционных курсов, реализуемых на различных образовательных площадках, включая собственный сайт дистанционного обучения. Важное место в перечне реализуемых активностей занимают мероприятия, поддерживающие математическую подготовку студентов, преподавателей и учителей:

- всероссийский дистанционный семинар учителей и преподавателей по использованию интернет-технологий в образовании «30 x 90» (работал 2010–2012 гг., 90 минут по тридцатым числам каждого месяца).
- курсы для студентов-математиков, включенные в учебный план: «ИКТ в науке и образовании», «ИКТ в проектной деятельности» (реализуются в форме тренинга в течение 6 последних лет).
- серия сезонных дистанционных тренингов на образовательном портале «Галактика Интел», в том числе для учителей математики (портал прекратил работу в 2018 году).
- «Задачи для школьных математических кружков» (курс на портале центра дистанционного обучения Владимирской области предназначен для учителей и обучающихся, 54 часа, выполнен по заказу ГАУО ВО ВИРО) [1].
- республиканский методический семинар учителей математики (дистанционный режим, работал 2021–2022 гг.) [2].
- «Тригонометрия за чаем (10 вечеров с тригонометрией)», образовательный проект, реализуемый ежегодно с 2020 года для старшеклассников и студентов младших курсов (завершается проект командной онлайн-викториной по тригонометрии) [3].

- очно-дистанционный курс «Тренинг Математикарь» (цифровая среда для преподавания и изучения математики). Тренинг реализуется с 2015 года в разных вариантах [4].

- региональная научно-практическая конференция it-активных учителей и преподавателей «Летний Самосбор в Сыктывкаре» (проводится ежегодно с 2009 года в формате баркемпа) [5].

В докладе изложен опыт работы автора по использованию различных приемов и инструментов в преподавании цикла математических дисциплин, а также представлены авторские курсы для преподавателей, учителей математики и студентов, направленные на знакомство с современным математическим инструментарием в сети «Интернет», его освоением и дальнейшим использованием в повседневной практике.

Использование интернет-технологий в образовании можно рассмотреть как часть медиаобразования. Интернет-технологии представляют собой совокупность приемов и методов организации процесса обучения с широким применением современных средств коммуникации, сетевых образовательных ресурсов с возможностью создания самостоятельного образовательного пространства. Интернет здесь рассматривается как средство и среда, помогающая студенту в освоении знаний, а педагогу – как наставнику и куратору знаний.

Деятельность преподавателя (учителя) в процессе всей жизни заключается не только в обучении других, но и в самообразовании и саморазвитии. Педагог никогда не может считать свое образование законченным, а свою профессиональную концепцию окончательно сформированной. Использование цифровых технологий сегодня – это не просто веление времени, а необходимость для плодотворной работы любого учителя. С материалами по формированию ИКТ-компетентности учителя в рамках повышения квалификации можно ознакомиться в учебном пособии [6].

Студенты во время занятий по математике имеют постоянный доступ к различным образовательным ресурсам и могут использовать их в том числе и при выполнении самостоятельных и контрольных работ. Это один из ключевых принципов, положенный в основу учебного процесса. Студент должен знать и уметь использовать основные ресурсы, которые облегчают решение многих трудоемких вычислений, позволяют быстро найти решение стандартных задач, возникающих на практике. А преподаватель должен играть роль куратора и рекомендовать наиболее эффективные инструменты и ресурсы. Таким образом, в поле внимания преподавателя математики должны находиться следующие источники:

- сайты, содержащие теоретическую информацию, а также примеры, задачи и их решения;
- образовательные порталы, поддерживающие самостоятельную работу обучающихся, центры дистанционного обучения;
- интернет-ресурсы, поддерживающие различные вычислительные процедуры в онлайн-режиме (сайты-калькуляторы).

Среди ресурсов, поддерживающих вычислительные процедуры, выделяется пакетное решение в виде динамической среды GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>). Этот ресурс является популярным сегодня, в нем поддерживается русскоязычный интерфейс, имеется хорошая справочная и информационная поддержка. Есть возможность установить пакет на компьютер и использовать его в режиме офлайн. Большая коллекция инструментов и возможностей делают этот инструмент привлекательным для решения широкого спектра учебных задач.

Еще один очень важный и полезный ресурс – Wolfram Alpha (<http://www.wolframalpha.com>). Он умеет отвечать на вопросы из многих областей знаний, выдает как теоретические материалы, историю вопроса, так и пошаговое решение конкретных математических задач. Можно сказать, что Wolfram Alpha является сегодня облачной энциклопедией по математике и использующим ее наукам и областям техники, искусства и общественной жизни. В отличие от «Википедии», продукты Wolfram Research отличаются высоким математическим уровнем проработки и готовятся не анонимными «специалистами», а коллективом профессионалов – математиков и программистов.

Перечисленные выше ресурсы не исчерпывают всего многообразия математических инструментов, представленных сегодня в сети, но они, по мнению автора, составляют базовый набор и подлежат обязательному включению в программу математической подготовки студентов.

В 2015 году был разработан дистанционный тренинг для учителей и преподавателей математики, получивший название «Математикарь». Основное содержание курса – коллективное исследование математических онлайн-инструментов. В программу были включены 3 сервиса: Приложения Google, Wolfram Alpha и GeoGebra. В названии тренинга используется слово «математикарь», которого нет в словарях. Оно созвучно словам «аптекарь», «библиотекарь», и под ним подразумевается помощник в решении математических задач. Материалы тренинга разбиты на 10 частей, называемых треками. В каждом треке содержится пояснительный материал, постановка задачи и небольшой практикум. Трек завершается практическими заданиями, которые участники выполняют самостоятельно и готовят отчетные материалы. Содержание тренинга ежегодно обновляется. Материалы тренинга прошли экспертизу, и в декабре 2021 года тренинг «Математикарь» был включен в единый федеральный реестр дополнительных профессиональных программ педагогического образования субъектов РФ.

Современное образование получило сегодня новое специфическое направление – использование искусственного интеллекта (ИИ). В связи с этим в ближайшие годы следует ожидать существенную трансформацию в сфере интеллектуальной деятельности, и в частности в образовании. Область применения ИИ в образовании уже сейчас весьма разнообразна. Искусственный интеллект можно использовать для анализа поведения учеников, студентов и преподавателей, персонализации процесса обучения, проверки уровня знаний и

навыков обучающихся, подготовки методических и дидактических материалов, решения многих рутинных и бюрократических задач в работе учителя. Возможности использования ИИ в математике сегодня активно исследуются экспертами и пользователями. Многие нейронные сети уже используют аппарат «умных» математических сервисов, таких как Wolfram Alpha. В свою очередь, Wolfram Alpha начинает использовать ресурсы GPT как встроенное дополнение к имеющемуся аппарату. Взаимное влияние ИИ на образование должно качественно повлиять на организацию и результаты образовательного процесса. Некоторые примеры использования нейронных сетей в своей профессиональной практике автором будут также приведены в докладе.

Список литературы

1. Задачи для школьных математических кружков: дистанционный курс математики [Электронный ресурс] URL: <https://эдо.образование33.рф/course/view.php?id=327&sesskey=tSGP7f1g1a> (дата обращения: 29.05.2024).
2. Республиканский методический семинар учителей математики [Электронный ресурс]. URL: <https://edu.rkomi.ru/course/view.php?id=393> (дата обращения: 29.05.2024).
3. 10 вечеров с тригонометрией : образовательный проект [Электронный ресурс]. URL: <https://vk.com/event219579005> (дата обращения: 29.05.2024).
4. Математикарь (Цифровая среда для преподавания и изучения математики): Тренинг [Электронный ресурс]. URL: <https://dppo.apkpro.ru/bank/detail/5686> (дата обращения: 29.05.2024).
5. Летний самосбор в Сыктывкаре : научно-практическая конференция [Электронный ресурс]. URL: <https://sykt2024.blogspot.com/> (дата обращения: 11.06.2024)
6. Баженов И.И., Горюнова М.А. Информационно-образовательная среда как условие и средство успешного внедрения ФГОС: учеб.-метод. пособие. СПб.: ЛОИРО, 2013. 72 с.

ПРОБЛЕМА РАЗРЕШЕНИЯ ПРОТИВОРЕЧИЯ МЕЖДУ РЕАЛЬНЫМ УРОВНЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ ШКОЛ И ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Д.Б. Берг, д-р физ.-мат. наук, профессор

В.И. Белоусова, канд. физ.-мат. наук, доцент

Ж.Р. Нигаматуллина, аспирант

Уральский федеральный университет (Россия, Екатеринбург)

e-mail: d.b.berg@urfu.ru; v.i.belousova@urfu.ru; zh.r.sadrislamova@urfu.ru

Аннотация. В статье предлагаются конкретные шаги решения проблемы противоречия, выраженной в заглавии, на примере преподавания математических дисциплин студентам бакалавриата по укрупненной группе направлений 09.00.00 «Информатика и вычислительная техника в институте радиоэлектроники» и «Информационные технологии – РТФ» города Екатеринбурга

Ключевые слова: обучение математике, среднее образование, подготовка специалистов в университете, образовательные стандарты.

THE PROBLEM OF RESOLVING THE CONTRADICTION BETWEEN THE REAL LEVEL OF MATHEMATICAL TRAINING OF SCHOOL GRADUATES AND THE REQUIREMENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES

D.B. Berg, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

V.I. Belousova, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor

J.R. Nigmatullina, Graduate Student

Ural Federal University (Russia, Ekaterinburg)

Abstract. The article proposes specific steps to solve this problem using the example of teaching mathematical disciplines to undergraduate students in the enlarged group of directions 09.00.00 Informatics and Computer Science at the Institute of Radio Electronics and Information Technologies – RTF of the city of Yekaterinburg.

Keywords: teaching mathematics, secondary education, training of specialists at the university, educational standards

Успешная подготовка будущих инженеров в техническом университете требует усиления математической составляющей формируемых профессиональных компетенций. Готовность к освоению таких компетенций начинается задолго до поступления в вуз и требует от преподавателей математики в школе и вузе внимания ко всем аспектам проблемы, а именно: начальная математическая подготовка является основным фундаментом становления программиста, уровень школьного математического образования должен соответствовать запросам профессии. При условии сформированности необходимого уровня базовой математической подготовки можно быть уверенным в качестве овладения профессиональными компетенциями сначала в процессе обучения по соответствующему профилю в университете, а затем и непосредственно при выполнении трудовых обязанностей. Внимание авторов статьи сосредоточено на совместных действиях преподавателей школы и вуза в указанном направлении. Кроме того, преподавание математики в университете также нуждается в явном выделении существующих связей в математическом содержании и методах овладения им через осознанное применение различных методических приемов; необходима профессиональная направленность математической подготовки программистов в процессе изучения всех разделов математики в университете.

Проблема противоречия между реальным уровнем математической подготовки выпускников школ и предъявляемыми требованиями технических вузов – это актуальное и сложное явление, которое негативно сказывается как на уровне образования, так и на эффективности подготовки будущих специалистов в области техники и технологий.

С одной стороны, современные школьные программы по математике часто не обладают достаточной глубиной и широтой знаний, чтобы учащиеся могли успешно справляться с более сложными математическими задачами, с которыми они столкнутся в своем будущем образовании и карьере. Это может быть связано с различными факторами, включая недостаточное количество часов, отсутствие опытных преподавателей или недостаточную мотивацию учащихся.

С другой стороны, требования, предъявляемые техническими вузами к уровню математической подготовки абитуриентов, рассчитаны на студентов с высоким потенциалом и способностями, которые способны успешно учиться в сложных областях и делать научные открытия. Однако, если у выпускников школ не хватает базовых знаний и навыков в математике, они могут испытывать затруднения при поступлении в вуз и в ходе обучения.

Для решения данной проблемы необходимо предпринять комплексный подход. Необходимо совершенствовать школьные программы по математике, обеспечивая более глубокое и систематическое изучение основных математических дисциплин. Кроме того, важно улучшить качество подготовки учителей математики, а также содействовать развитию дополнительных образовательных программ и проектов, направленных на повышение математической грамотности учащихся. Важно также активизировать сотрудничество между школами и вузами, чтобы учащиеся имели возможность получать дополнительные знания и навыки в математике еще в старших классах школы. Это позволит им успешнее справляться с высокими требованиями технических вузов и повышать общий уровень математической подготовки выпускников.

Фактический уровень математической подготовки большинства абитуриентов, который часто не соответствует требованиям вузов, может быть обусловлен рядом причин.

1. Неэффективная школьная программа: в школах часто недостаточно времени отводится на изучение математики, или содержание учебных программ недостаточно глубокое и систематическое. Это может привести к тому, что ученики не достаточно основательно усваивают математические знания, что отражается на их уровне подготовки.

2. Недостаточное качество преподавания: качество преподавания математики в школах может сильно варьироваться. Некоторые учителя не имеют достаточной подготовки, опыта или эффективных методов обучения, что может негативно сказываться на понимании материала учениками.

3. Отсутствие мотивации учащихся: некоторые ученики могут не видеть смысла в изучении математики или не понимать, как это связано с их будущими

планами. Отсутствие мотивации может привести к поверхностному изучению материала и недостаточной его усвоенности.

4. Отсутствие дополнительной поддержки: математика требует систематической практики и понимания основ. В случае отсутствия дополнительных занятий, кружков или ресурсов для углубленного изучения ученики могут испытывать затруднения в усвоении сложных математических концепций.

5. Индивидуальные особенности: уровень математической способности может сильно различаться у разных людей. Некоторым может быть сложнее учиться математике, что также может повлиять на их уровень подготовки.

Для решения данной проблемы важно проводить изменения как на уровне школьного образования (улучшение программ, качества преподавания и мотивации учащихся), так и на уровне вузов (адаптация требований к реальному уровню подготовки). Необходимо также создание дополнительных образовательных программ, кружков и мероприятий, направленных на повышение математической грамотности учащихся и абитуриентов. Все вышеперечисленные меры направлены на улучшение ситуации и на то, чтобы выпускники школ были лучше подготовлены к поступлению в вуз и успешной учебе в нем. Решение проблемы в разрешении противоречия между реальным уровнем математической подготовки и требованиями технических вузов – это долгосрочный и многомерный процесс, требующий усилий со стороны образовательных учреждений, учителей, родителей и государства.

Список литературы

1. Гребенев И.В., Ермолаева Е.И., Круглова С.С. Математическая подготовка абитуриентов – основа получения профессионального образования в университете // Наука и школа. 2012. № 6. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematiceskaya-podgotovka-abiturientov-osnova-polucheniya-professionalnogo-obrazovaniya-v-universitete> (дата обращения: 24.05.2024).
2. Евелина Л.Н., Балабаева Н.П., Энбом Е.А. Условия успешного формирования математической составляющей профессиональной компетентности студентов технических направлений подготовки // СНВ. 2022. №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/usloviya-uspeshnogo-formirovaniya-matematiceskoy-sostavlyayuschey-professionalnoy-kompetentnosti-studentov-tehnicheskikh> (дата обращения: 24.05.2024).
3. Рапоцевич Е.А., Колыман Е.Н. Об уровне качества математических знаний современных абитуриентов // Образование и наука. 2014. № 9 (118). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-urovne-kachestva-matematiceskikh-znaniy-sovremennyh-abiturientov> (дата обращения: 24.05.2024).

РОЛЬ И МЕСТО ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В СОВРЕМЕННОЙ ВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКЕ

М.В. Воронов, д-р тех. наук, профессор

*Московский государственный психолого-педагогический университет
(Россия, Москва)*

e-mail: mivoronov@yandex.ru

Аннотация. В статье обсуждаются проблемы формирования целостной системы знаний у выпускников вуза. Затрагиваются вопросы повышения у студентов мотивации овладевать базовыми знаниями в интересах освоения своей будущей профессии.

Ключевые слова: образование, образовательная среда, математическая подготовка, мотивация.

THE ROLE AND PLACE OF PROFESSIONALLY ORIENTED TECHNOLOGIES IN MODERN UNIVERSITY TRAINING

M.V. Voronov, Doctor of Technical Sciences, Professor

*Moscow State Psychological and Pedagogical University
(Moscow, Russia)*

Abstract. The article discusses the problems of forming an integrated knowledge system among university graduates. The issues of increasing students' motivation to master basic knowledge in the interests of mastering their future profession are discussed.

Keywords: education, educational environment, mathematical training, motivation.

По мере развития цивилизации, несмотря в целом на консервативную природу образовательного процесса, происходит и бурное развитие образовательных технологий. Некоторые авторы утверждают, что таковых насчитывается свыше двух тысяч [1]. Не является исключением и сфера математической подготовки. Вместе с тем проявляются все новые и новые факторы, которые обуславливают потребность адаптации процессов математической подготовки, в большей мере отвечающей складывающейся ситуации и ближайшей перспективе ее трансформации.

В настоящее время в области математической подготовки нематематиков складывается ряд противоречий. Так, с одной стороны, выпускники вузов в целом демонстрируют все более низкий уровень общематематической подготовки и способности применять ее при решении профессиональных вопросов. Причин тому несколько: неуклонное снижение уровня школьной подготовки, сокращение отводимого учебным планом времени на математические дисциплины, расширение списка коротких курсов по отводимому времени на изучение математических дисциплин (формируется мозаика, состоящая из коротких, часто

воспринимаемых как обособленные фрагменты знаний учебных курсов) и другие [2]. С другой стороны, при постоянном повышении математикоемкости актуальных для практики задач требуется обеспечивать все более высокий уровень умения и навыков выпускников решать профессиональные задачи, активно используя свои математические знания. Становится все более актуальной задача снижения уровня этого противоречия.

Осознавая наличие такой ситуации, многие преподаватели математических дисциплин прилагают усилия в этом направлении, и в первую очередь за счет активизации применения профессионально ориентированных образовательных технологий. Эта идея сформулирована давно, вошла в многочисленные документы и научно-педагогические труды. На повестке дня – необходимость повышения эффективности ее практической реализации.

Многие преподаватели математических дисциплин практикуют решение задач, включая в их формулировку текст, в некоторой степени связанный с некой прикладной ситуацией. Такой методический прием, несомненно, целесообразен, но является лишь необходимым шагом на пути разрешения рассматриваемой проблемы. Следует заметить, что тем самым формируется и ряд отрицательных последствий. Во-первых, при этом охватывается материал, по объему меньший, чем при традиционном способе преподнесения материала. Дело в том, что использование задания, представленного в текстовой форме, имеет определенную содержательную направленность, что отвлекает студента от математической сути задания (способность абстрагироваться от предметной сущности – не самое развитое умение студентов), и требуются значительные усилия и время для растолковывания постановки задачи. Как следствие, преподаватель вынужден жертвовать некоторыми темами, нарушая тем самым целостность изучаемого курса [3]. Во-вторых, преподаватели формулируют в основном так называемые одноходовые задания, т. е. такие, для выполнения которых следует применить определенный подход (метод или формулу). Поскольку соответствующее практическое занятие обычно следует сразу же после изучения теоретической части конкретной темы, студент, не особо задумываясь, попросту использует только что изложенный теоретический материал. Даже освоив выполнение некоторой совокупности «одноходовых» заданий, большинство обучаемых оказывается все же не готово к активному применению полученных ранее обособленных фрагментов математических знаний при решении задач в рамках профессиональных дисциплин. Называть такой подход проблемно ориентированным не совсем справедливо.

Решаемые в рамках математической подготовки задачи в своей массе все же должны содержать профессиональный контекст. Большинство преподавателей в рамках требований профессиональной направленности учебного процесса, исходя из только что прочитанного раздела, формулируют «профессионально окрашенные» постановки задач. Иначе говоря, используют лишь имеющую отношение к будущей специальности лексику.

В реальных ситуациях специалисту придется идти от содержания поставленной задачи к ее решению. Поняв суть поставленной задачи, ему предстоит построить (или подобрать) адекватную постановке модель, а затем перейти собственно к решению задачи, используя при этом весь арсенал имеющихся у него математических знаний [4]. При таком подходе специалисту приходится с профессиональной точки зрения осмысливать ситуацию, формировать логическую цепочку вопросов и находить ответы, решая соответствующие частные задачи, для каждой из которых могут потребоваться знания не только из различных областей математики, но иных общенаучных и профессиональных дисциплин.

Здесь следует сделать следующее замечание. Большинство проблем, встающих на пути подготовки выпускников требуемого качества, происходит из-за крайне низкого уровня мотивации учиться должным образом.

Сегодня можно часто услышать, что важнейшим позитивным моментом при проблемном обучении является развитие творческого потенциала обучаемых [5]. Еще Б.В. Зейгарник отмечал, что традиционный подход, базируясь на закономерностях репродуктивного мышления, а не творческой деятельности, не в полной мере обеспечивает эффективность образовательного процесса [6]. Несомненно, это так. Однако в чем первопричина? Представляется, первопричиной неудовлетворительного уровня математической подготовки выпускников и является весьма низкий уровень соответствующей мотивации.

Этот тезис подкрепляет ряд проведенных исследований. Так, С.Д. Николайчук, исследуя механизмы формирования низкого уровня мотивации изучать математику должным образом студентами-нематематиками, установил, что свыше 92 % причин тому имеют внешний характер, а у 65 % студентов математика – нелюбимый предмет, и основная причина этого – специфические особенности этой науки: использование непонятных символов, определений, теорем, формул [7].

Содержание учебной деятельности в вузе отбирается из двух основных источников – наук и будущей профессиональной деятельности. Ситуация требует, чтобы кроме пожеланий уделять внимание прикладным задачам, обеспечить развитие способностей выпускников выполнять задания в сфере своей будущей профессии, используя весь арсенал полученных знаний, и в первую очередь способность построения логики их выполнения и формирования обоснованных решений. Главным же результатом учебной деятельности в плане математической подготовки должно быть формирование у студентов способности к логическому мышлению.

В этой связи представляется целесообразным создавать условия, при которых студент, погруженный в атмосферу, близкую к реальной, с одной стороны, увидит всю «кухню» своей будущей деятельности, а с другой – получит навыки поиска ответов на возникающие вопросы, используя свои знания. В результате повысится вероятность того, что он поймет роль и место, которое занимают в его последующей деятельности полученные в вузе знания, которые с необходимостью

должны образовывать определенную целостность. Для большинства студентов это может стать необходимым звеном в осознании, активном освоении вузовской программы.

Практика подготовки математиков-программистов свидетельствует о возможности реализации этого предложения на пути формирования среды, в которой студенты в рамках времени, отводимого на самостоятельную работу, участвуют в работе студенческого учебного конструкторского бюро по разработке программных систем для различных предприятий и организаций. Наличие такого рода среды и активного погружения в нее студентов обеспечивает протекание учебного процесса, по форме и содержанию близкого к тем, которые ждут выпускника в их будущей профессиональной деятельности [8]. Оказывается, что при этом востребована способность применять весь арсенал полученных математических знаний.

Познакомившись с внутренней «кухней» своей будущей работы и «поварившись» в ней, попробовав себя в различных ролях, а также получив опыт работы в коллективе, студент научится преодолевать и ряд психологических барьеров, обусловленных в том числе страхом при встрече с незнакомой обстановкой, неуверенностью в достаточности уровня своей подготовки, боязнью негативных последствий после выполненной не должным образом работы или даже вследствие своего неудачного поведения. Сотрудничая с членами рабочей группы, исполняющей конкретный проект, студент получает практику работы в коллективе, близкую к реальной. Кроме того, благодаря исполнению различных функций выпускник в большей мере будет готов к адаптации при возможной смене своего места работы.

Тем самым в целом удастся приблизиться к преследуемой цели – достичь приемлемого уровня способности выпускника решать профессиональные задачи в широком спектре условий, в достаточной мере адекватных реальной действительности.

Список литературы

1. Ваганова О.Н., Абрамова Н.С., Максимова К.А. Профессионально ориентированные образовательные технологии // Балтийский гуманитарный журнал. 2019. Т. 8. № 4(29). С. 38–41.
2. Харламова И.Ю. Профессиональная направленность курса математики в вузе // Базис : научно-практический журнал. 2021. № 1(9). С. 47–48.
3. Батяева Е.Х. и др. Проблемно ориентированное обучение: сущность, недостатки, преимущества // Медицина и экология. 2016. № 1. С. 115–12.
4. Архипова Н.А., Евдокимова Н.Н., Рудина Т.В. Профессионально направленные задачи в курсе математики для студентов железнодорожного университета // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Социальные, гуманитарные, медико-биологические науки, 2020. Т. 22. № 71. С. 15–20.

5. Лекерова Г. Дж. Активные методы обучения как психологическая основа развития мотивации в процессе обучения // Психология обучения. 2009. № 6. С. 17–27.

6. Зейгарник Б.В. Патопсихология. М.: Изд-во Московского университета, 1986. 288 с.

7. Николайчук С.Д. Формирование мотивации учения математике у студентов технических специальностей вузов // Наука и современность. 2010. № 7 1. С. 182–187.

8. Воронов М.В. Среда для системного освоения будущей профессии // Научные исследования в современном мире: проблемы, тренды, перспективы: сборник статей по итогам Научного профессорского форума 7 февраля 2023 г. М.: Российское профессорское собрание, 2023. С. 113–119.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «АНАЛИЗ ДАННЫХ» ДЛЯ ГУМАНИТАРНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ ПСКОВГУ

Т.А. Гаваза, канд. пед. наук, доцент

Ю.А. Удалова, ассистент

Псковский государственный университет (Россия, Псков)

e-mail: gavaza@pskgu.ru; y.udalova@pskgu.ru

Аннотация. В статье обосновывается необходимость развития аналитико-цифровой компетенции студентов вузов. Представлена структура аналитико-цифрового модуля, который реализуется в Псковском государственном университете. Описаны структура и содержание дисциплины «Анализ данных». Обосновывается необходимость использования практико-ориентированных заданий на практических занятиях.

Ключевые слова: аналитико-цифровая компетенция, структура, содержание дисциплины, практико-ориентированные задания, кейс.

STRUCTURE AND CONTENT OF THE DISCIPLINE «DATA ANALYSIS» FOR HUMANITIES OF TRAINING AT PSKOVU

T.A. Gavaza, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Yu.A. Udalova, Assistant

Pskov State University (Russia, Pskov)

Abstract. The article substantiates the need to develop the analytical and digital competence of university students. The structure of the analytical and digital module, which is being implemented at Pskov State University, is presented. The structure and content of the discipline «Data Analysis» are described. The necessity of using practice-oriented tasks in practical classes is substantiated.

Keywords: analytical and digital competence, structure, content of the discipline, practice-oriented tasks, case.

Введение. В XXI веке всё больше набирает обороты цифровизация различных сфер жизни общества, и сфера образования здесь не исключение. В настоящее время достаточно сложно представить процесс обучения без компьютерного сопровождения, использования различных цифровых ресурсов. Современному студенту, независимо от направления подготовки, для успешного обучения необходимы навыки работы с цифровыми ресурсами, поиска информации, работы с данными, умение правильно интерпретировать полученные результаты. Все вышеперечисленное является залогом успешного выполнения исследовательских, проектных работ, освоения профессиональной деятельности. Обращаясь к ФГОС ВО, можно найти подтверждение необходимости развития вышеупомянутых навыков у студентов, например, первая универсальная компетенция (УК-1), которая включает в себя способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации или УК-2, в которой говорится о способности студента на пути к поставленной цели определять задачи и решать их, опираясь на действующие правовые нормы и имеющиеся ресурсы. Данные компетенции содержат в себе компоненты аналитико-цифровой компетенции. В связи с этим вопрос: как развивать аналитико-цифровую компетенцию у студентов вузов, в том числе гуманитарных направлений подготовки, – актуален.

Ответом на этот вопрос в Псковском государственном университете стало введение аналитико-цифрового модуля (АЦМ) для студентов-первокурсников всех направлений подготовки. Модуль состоит из трех дисциплин: «Основы информационной культуры и безопасности», «Цифровые технологии», «Анализ данных»; объём каждой дисциплины – 2 з.е. Основная цель реализации модуля – формирование аналитико-цифровой компетенции на начальном уровне: умение осуществлять описательный анализ данных с использованием программного обеспечения для работы с электронными таблицами. Образовательные результаты, формируемые в рамках АЦМ на начальном уровне: владение понятийным и терминологическим аппаратом в области математической статистики, анализа данных, информационной культуры и безопасности, цифровых технологий; умение собирать данные для обработки с использованием интернет-ресурсов (базы данных, статистические справочники и др.); умение проводить группировку полученных данных, работать с электронными таблицами, выполнять визуализацию сгруппированных данных [1]. Двухлетний опыт реализации модуля показал, что для достижения образовательных результатов необходимо разработать методику преподавания входящих в него дисциплин, особое внимание обратив на математическую дисциплину «Анализ данных». Основные вопросы, возникающие при разработке методики, связаны с логикой прохождения дисциплины, ее содержанием, заданиями для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

Методы исследования. Компоненты аналитико-цифровой компетенции начинают формироваться в процессе изучения школьных предметов, информатики и математики. Школьный курс информатики предполагает приобретение базовых знаний и навыков работы с цифровыми ресурсами. Элементы статистики учащиеся изучают в курсе математики. Так или иначе предполагается, что выпускник школы обладает определёнными знаниями по математической статистике и способен грамотно использовать цифровые ресурсы. Однако, как показали результаты входного тестирования студентов первых курсов гуманитарных направлений перед изучением дисциплины «Анализ данных», школьных теоретических и практических знаний недостаточно для проведения анализа данных. Необходимо знакомство с самим процессом анализа данных, основными понятиями описательной и аналитической статистики, возможностью использования цифровых инструментов, что определяет содержание лекционного и практического курсов дисциплины. Изучение дисциплины «Анализ данных» начинается с блока теоретических занятий (8 часов). Основная цель курса лекций – уточнение понятий «данные» и «информация», первичное знакомство с математическим аппаратом, который используется для обработки данных. После блока лекционных занятий следует блок практических занятий (6 часов), на которых особое внимание уделяется формированию умения обрабатывать данные, используя понятия и методы математической статистики. На примере конкретных данных некоего исследования студенты учатся производить первичную обработку данных, строить таблицы и графики, рассчитывать такие показатели, как мода, медиана, среднее значение признака, показатели вариации, взаимосвязи, динамики. Выполнение каждого практического задания заканчивается выводами – мало правильно выполнить расчёт статистических показателей, необходимо ещё верно их интерпретировать и сделать соответствующие выводы о данных исследования. Для гуманитарных направлений оперирование математическими формулами может вызывать затруднения, поэтому со студентами подробно разбирается пример выполнения анализа данных. Все расчёты осуществляются при помощи калькулятора. Если на первом занятии преимущество отдаётся фронтальной работе с перерывами на самостоятельную, то на дальнейших практических занятиях имеет место работа в группах, в которых студенты могут сверять результаты расчета показателей, обсуждать выводы и помогать друг другу. Блок практических занятий сопровождается блоком лабораторных работ (10 часов), где студенты выполняют анализ данных при помощи цифрового инструмента – электронных таблиц. На этих занятиях студенты имеют возможность поработать с базами данных; использовать функционал электронных таблиц для проведения статистической обработки данных, построения графиков и диаграмм; проверить свои расчеты. Лабораторные работы – это площадка по применению знаний и умений, приобретенных в процессе изучения дисциплин «Основы информационной культуры и безопасности», «Цифровые технологии» аналитико-цифрового модуля.

При разработке содержания курса «Анализ данных» особое внимание уделяется заданиям для практических и лабораторных работ. Первичная апробация курса показала, что предпочтение необходимо отдавать практико-ориентированным заданиям, по возможности связав их с профилем подготовки студентов.

В связи с этим на заключительной лабораторной работе в 2023–2024 учебном году студентам направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое направление» (с двумя профилями подготовки) был предложен кейс по исследованию частоты гласных букв в тексте на русском языке и в тексте на иностранном языке. Студенты направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое направление» (с двумя профилями подготовки) «Русский язык и литература» выполняли исследование о частоте встречаемости гласных букв в текстах разных стилей. Опрос студентов после выполнения данных заданий показал, что именно они вызвали интерес и показали значимость курса для возможной профессиональной деятельности.

Результаты. Сравнивая результаты входного тестирования на уровень сформированности компонентов аналитико-цифровой компетенции студентов гуманитарных направлений перед изучением дисциплины (рис. 1) и после её окончания (рис. 2), можно отметить, что большинство студентов успешно усвоило основные понятия математической статистики, продемонстрировало необходимые знания и умения в применении цифрового инструмента (электронных таблиц) для обработки данных.

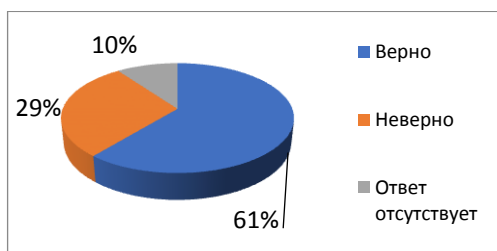


Рис. 1. Иллюстрация результатов входного тестирования

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

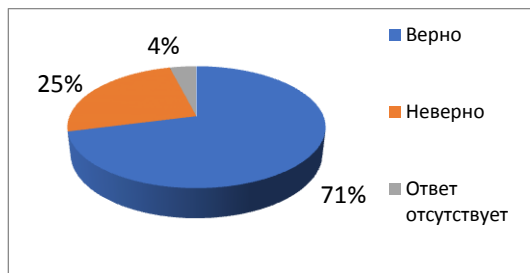


Рис. 2. Иллюстрация результатов заключительного тестирования

Закключение. По окончании дисциплины был проведён опрос, где большинство студентов положительно высказались о логике выстраивания структуры дисциплины, многие отметили, что получили новую информацию, новые знания и умения в обработке данных. Респонденты сочли дисциплину полезной не только для будущей профессиональной деятельности, но и для жизни в целом.

На основе результатов проведенного тестирования, в котором приняло участие 111 студентов первого курса гуманитарных направлений подготовки Псковского государственного университета, можно высказать предположение о развитии аналитико-цифровой компетенции у студентов в ходе изучения дисциплины «Анализ данных» и аналитико-цифрового модуля в целом при описанной выше структуре дисциплины, ее содержании. Однако дальнейшего рассмотрения требует вопрос разработки кейсов профильной направленности, работа с которыми может быть основой развития аналитико-цифровой компетенции, методики преподавания дисциплины.

Список литературы

1. Гаваза Т.А., Медведева И.Н., Мельник В.Н., Соловьева И.О., Фахретдинова В.А. О развитии аналитико-цифровых компетенций студентов ПсковГУ // Современные проблемы математики и обучения математике в школе и вузе. Псков, 2022. С. 14–20.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

**АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ
ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ БАКАЛАВРАМ НАПРАВЛЕНИЯ
«ЭКОНОМИКА» В ИНЖЕНЕРНЫХ ВУЗАХ**

П.В. Герасименко, д-р техн. наук, профессор

*Петербургский государственный университет путей сообщения Императора
Александра I (Россия, Санкт-Петербург)*

e-mail: pv39@mail.ru

Аннотация. На основании анализа объема учебных часов, выделяемых в инженерных вузах на изучение высшей математики бакалаврами направления «Экономика», выполнен анализ возможности обеспечить индикаторы компетенций, формирование которых возлагается на базовую математическую дисциплину «Эконометрика». Рассматривается путь совершенствования образовательного процесса изучения математических дисциплин, обеспечивающих качественную подготовку экономистов в инженерных вузах.

Ключевые слова: математические дисциплины, направление подготовки, оценивание, индикаторы, компетенции.

**CURRENT TASKS FOR IMPROVING THE TEACHING
OF MATHEMATICS TO BACHELORS IN THE FIELD OF ECONOMICS
IN ENGINEERING UNIVERSITIES**

P.V. Gerasimenko, Doctor of Technical Sciences, Professor

*Petersburg State University of Railways of Emperor Alexander I
(Russia, Saint-Petersburg)*

Abstract. Based on the analysis of the amount of study hours allocated in engineering universities for the study of higher mathematics by bachelors in the field of Economics, an analysis of the possibility of providing indicators of competencies, the formation of which is assigned to the basic mathematical discipline «Econometrics», is carried out. The article considers the way to improve the educational process of studying mathematical disciplines that ensure the quality of training of economists in engineering universities.

Keywords: mathematical disciplines, field of study, assessment, indicators, competencies.

Изучение математических дисциплин бакалаврами направления «Экономика» в инженерных вузах, к сожалению, реально не достигает требуемого уровня компетенций, формулируемых в учебных программах. Действительно, они должны: уметь применять методы математического анализа и моделирования для сбора и обработки данных при решении поставленных экономических задач; владеть статистическими и математическими методами и моделями для решения

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

поставленных экономических задач; уметь использовать основные принципы и инструментальные средства эконометрики, необходимые при сборе, анализе и обработке данных.

Выпускники экономических факультетов, владея фундаментальными экономическими знаниями и современным цифровым инструментом, должны, используя статистические данные экономических процессов, проводить построение адекватных математических моделей, с помощью которых прогнозировать основные экономические показатели и оценивать риски, принимая решения по реализации этих процессов.

Моделирование экономики особенно важно при описании и прогнозировании сложных конкурирующих систем и объектов, которые используют современный вычислительный аппарат. Именно математика лежит в основе всех базовых количественных методов описания сложнопотекающих экономических процессов, их расчета, анализа и синтеза, а также принятия оптимальных решений. Другими словами, обширный научный инструментарий, наработанный в мире в области экономики, в значительной мере основан на математических методах, знание которого будет возрастать по мере внедрения его в практику деятельности экономиста. Математическая подготовка в вузе должна обеспечивать это внедрение, формируя культуру мышления будущего экономиста, его умение точно формулировать задачу, обоснованно интерпретировать исходные статистические данные и анализировать результаты моделирования.

Достигнуть ранее перечисленных индикаторов компетенций возможно только при условии, что студенты получают специальные экономические знания, которые будут базироваться на твердых знаниях математических дисциплин, изучаемых в вузе. К числу этих дисциплин прежде всего относятся линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика, эконометрика. В настоящее время выпускник экономического факультета за время обучения в инженерном вузе изучает математические дисциплины в объеме часов, представленных в таблице.

Таблица 1

Распределение общего количества часов по дисциплинам и занятиям

<i>Дисциплина</i>	<i>Общее количество часов</i>	<i>Лекции и часы</i>	<i>Практические занятия, часы</i>	<i>Лабораторные и курсовые работы, часы</i>	<i>Форма контроля</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
Линейная алгебра	64	32	32	-	зачет
Математический анализ	48	16	32	-	экзамен
Теория вероятностей	48	24	24	-	зачет

1	2	3	4	5	6
Математическая статистика	16	8	8	-	
Итого по высшей математике	176	80	96	-	1 экзамен и 2 зачета
Эконометрика	48	32	16	-	зачет
Всего	224	112	112	-	1 экзамен и 3 зачета

Из анализа приведенных в таблице объемов планового времени, выделяемого на математические дисциплины для подготовки экономистов, следует, что на высшую математику отводится 176 часов аудиторных занятий, а на ее приложения в виде дисциплины «Эконометрика» – 48 часов. При этом на лекции по математическому анализу выделяется всего 16 часов. Следует заметить, что математический анализ обеспечивает математический язык, прежде всего для такой дисциплины, как «Эконометрика». Именно он позволяет емко и кратко отображать сложные явления и процессы, протекающие в экономических системах. Вместе с тем только для изложения метода наименьших квадратов, с помощью которого решаются простейшие задачи моделирования в дисциплине «Эконометрика», необходимы знания по функциям нескольких переменных, нахождению их экстремальных значений с помощью частных производных и решению систем уравнений. Естественно, что 16 часов лекций математического анализа вряд ли обеспечат достойными знаниями студентов.

Этот частный пример показывает, что перед студентами, изучившими высшую математику в вузе в том объеме, который им предлагается, стоит неразрешимая задача освоить дисциплину «Эконометрика». Поэтому ее преподают в виде схем отдельных вычислительных процедур, базируясь на скудных познаниях студентов школьной математики, которая с большим трудом может обеспечить даже вычислительные процедуры.

Следует заметить, что сегодня школа учит не знаниям теоретического материала по элементарной математике и его приложений путем решения практических задач, а некоторым алгоритмам решения задач ЕГЭ, уровень которых далек от требований высшей школы [1]. Проблема, которая возникала в процессе изучения математического инструментария в вузе из-за слабой школьной математической подготовки в связи с введением ЕГЭ, посвящено огромное число докладов и статей [2]. Сделано много попыток исправить ситуацию доподготовкой в вузе, однако проблема продолжает сохраняться [3]. Поэтому при подготовке современного экономиста возрастает проблема совершенствования математической подготовки, естественно при изучении традиционных ее разделов [4].

Известно, что решение на практике достаточного количества задач, связанных с будущей непосредственной деятельностью студента, способствует познанию теоретических положений и обеспечивает формирование компетенций.

Следовательно, для успешного решения задачи активизации изучения математических дисциплин необходимо, чтобы в них было введено разумное соотношение времени на изучение теоретического аппарата и на его основе решения примеров из специальных экономических дисциплин. Очень важно, чтобы в экономико-математической дисциплине «Эконометрика» была предоставлена возможность для студентов выполнять лабораторные и курсовые работы или проекты. Как известно, в процессе их выполнения формируются такие важнейшие личностные качества будущего экономиста, как творческий, нестандартный подход к решению профессиональных проблем, умение самостоятельно ставить цели, выдвигать идеи, умение планировать свою деятельность и анализировать ее результаты.

Как показала практика, большой интерес у студентов вызывает самостоятельная работа, направленная на решение математических задач, имеющих ярко выраженную экономическую направленность. Именно этот интерес проявляется при выполнении лабораторных и курсовых работ. Поэтому математическая постановка задачи этих работ обязательно должна быть связана с теорией, изучаемой в базовой дисциплине «Эконометрика».

В современных условиях на систему математической подготовки глубокое влияние оказывает бурное развитие инструментария цифровизации и информационных технологий на основе компьютерной базы. В новом столетии разрабатывается широкий спектр прикладных методов для решения сложных задач, важных для экономической области. В ближайшее время экономист, не владеющий этими методами, не может считаться специалистом, которого ожидают как государство, так и предприниматели. Решение этой задачи немыслимо по крайней мере без удовлетворительной математической подготовки студентов.

В докладе обосновываются следующие пути совершенствования преподавания в инженерных вузах математических дисциплин для бакалавров направления подготовки «Экономика»: согласование между математическими дисциплинами объемов, тем и видов занятий; планирование в дисциплине «Эконометрика» лабораторных и курсовых работ; проведение семестровых экзаменов по всем математическим дисциплинам.

Список литературы

1. Благовещенская Е.А., Герасименко П.В., Ходаковский В.А. Математическое моделирование процесса изучения учебных многосеместровых дисциплин в технических вузах // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2017. Вып. 3. С. 513–522.
2. Герасименко П.В., Ходаковский В.А. Результаты ЕГЭ по математике и успеваемость: цели, статистика, анализ, предложения // Проблемы математической и естественно-научной подготовки в инженерном образовании: исторический опыт, современные вызовы : материалы научно-методической конференции / под общ. ред. В.А. Ходаковского. СПб.: ПГУПС, 2011. С. 38–51.

3. Герасименко П.В. О возможности дообучения школьной математике студентов первого курса // Математика в вузе : Труды XXII Международной научно-методической конференции. СПб.: ПГУПС, 2010. С. 38–40.

4. Герасименко П.В., Ходаковский В.А. О негативном влиянии результатов ЕГЭ по математике на подготовку специалистов в вузе и пути их устранения // Проблемы математической и естественно-научной подготовки в инженерном образовании : тезисы докладов 2-й международной научно-методической конференции. СПб.: ПГУПС, 2012. С. 172–173.

**КОМБИНИРОВАНИЕ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО
АНАЛИЗА ОЧНО И С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МИКРОКУРСОВ
СТУДЕНТАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ ПОДГОТОВКИ
ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

М.С. Голышкова, ассистент

Московский городской педагогический университет

(Россия, Москва)

e-mail: ShishkinaMS@mgpu.ru

Аннотация. Курс математического анализа является базовым курсом в университетах. В данной статье исследуется изменение традиционной модели преподавания «Математического анализа». В процесс преподавания внедряются идеи сочетания аудиторного преподавания и изучения дисциплины с использованием микрокурсов, а также предлагается особая система управления обучением, корректирование методов оценки и др. Такое сочетание очного преподавания и обучения с использованием микрокурсов позволяет студентам не только интегрировать полученные знания, но и развивать практические, информационные, аналитические навыки, нивелировать недостатки обучения при изучении математического анализа.

Ключевые слова: математический анализ, модель преподавания, микрокурсы.

**COMBINING TEACHING OF MATHEMATICAL ANALYSIS
IN FACE-TO-FACE FORMAT AND USING MICRO-COURSES
FOR STUDENTS OF MATHEMATICAL EDUCATION
AT A PEDAGOGICAL UNIVERSITY**

M.S. Golyshkova, Assistant

Moscow City Pedagogical University

(Russia, Moscow)

e-mail: ShishkinaMS@mgpu.ru

Abstract. The course of mathematical analysis is a fundamental course offered by mathematics and applied mathematics in universities. This article explores the modification of the traditional teaching model of "Mathematical Analysis". The ideas of combining classroom teaching and studying the discipline using micro-courses are introduced into the teaching process, along with a special system of educational management, adjustment of assessment methods, and more. Such a combination of face-to-face teaching and learning using micro-courses allows students not only to integrate the knowledge they acquire but also to develop practical, informative, and analytical skills, and to address the weaknesses of students in the study of mathematical analysis.

Keywords: mathematical analysis, teaching model, micro-courses.

Микрокурсы были предложены Дэвидом Пенроузом в колледже Сан-Хуан в Нью-Мексико, США. Однако основная концепция, предложенная Хугом, заключается в том, чтобы требовать от преподавателей тесно связывать цели обучения с содержанием занятий, чтобы сделать процесс обучения более персонализированным [4]. Микрокурсы являются эффективной дополнительной формой обучения в дистанционном режиме (в дополнение к очному обучению). Они подходят не только для углубления знаний в эпоху информатизации обучения, но и для учета индивидуальных потребностей обучающихся. За последние два года микрокурсы быстро набрали популярность в области образования как новый способ преподавания, поэтому необходимо исследовать применение микрокурсов в преподавании математического анализа в высших учебных заведениях.

Предлагается использовать следующую структуру микрокурсов: видеолекции, которые дополняют очную лекцию преподавателя; практический блок (упражнения), которые содержат основные типы задач по той или иной теме; задачи для самостоятельного решения для нивелирования проблем в изучении темы; тест, который дает несколько возможностей: студентам – рефлекссию, понимание существующих проблем для их дальнейшего решения, преподавателям – контроль за усвоением темы для дальнейшей корректировки курса (микрокурса). Рациональное использование микрокурсов в преподавании высшей математики также требует эффективного сочетания с содержанием аудиторной работы [3]. Кроме того, планирование учебного процесса играет важную роль: преподаватели должны разрабатывать программы обучения на основе содержания дисциплины и с использованием микрокурсов.

Микрокурсы могут быть использованы в процессе предварительного изучения, введения и заключения курса, а также могут детально объяснить сложности и ключевые моменты темы студентам для достижения желаемых результатов при изучении дисциплины, поскольку не привязаны ко времени аудиторной работы [2]. Особую роль микрокурсы играют в настоящий момент в связи с сокращением лекционных часов, что дает возможность студентам при их использовании более детально изучить тему, вернуться к положениям, вызывающим затруднения, закрепить полученный в аудитории материал.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

С учетом текущей ситуации в образовательных учреждениях высшего образования в Российской Федерации многие университеты создали собственные учебные ресурсы, например в МГПУ есть цифровая платформа «Система управления обучением LMS», на которой размещается серия микрокурсов по тому или иному разделу. Нами предложена следующая структура микрокурса по изучению раздела «Введение в математический анализ» для студентов 1 курса (табл. 1).

Был проведен опрос 34 студентов 2 курса (направление «Педагогическое образование», профиль подготовки «Математика») МГПУ по вопросу эффективности обучения с использованием микрокурсов, результат по одному из вопросов которого иллюстрируется ниже (рис. 1).

Изменилось ли качество подготовки по математическому анализу после прохождения микрокурса?

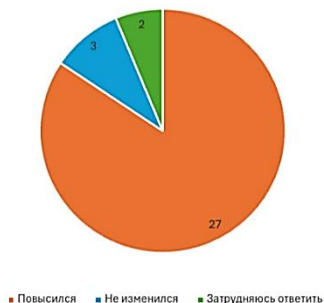


Рис.1. Результаты опроса

Таблица 1

Структура микрокурса по теме «Введение в математический анализ»

<i>Квант</i> <i>Задание</i>	<i>Введение в математический анализ</i>	<i>Числовые последовательности</i>	<i>Функции одной переменной и их свойства</i>	<i>Непрерывность функции</i>
1	2	3	4	5
Индивидуальное задание №1	Задание по теме «Действительные числа: рациональные и иррациональные числа»			

1	2	3	4	5
Практическое задание №1	Отработка решения уравнений с модулем			
Практическое задание №2		Отработка решения задач по теме «Числовые последовательности»		
Домашняя работа №1		Задание по теме «Вычисление предела числовой последовательности»		
Контрольная работа №1		Контроль квантов 1 и 2		
Индивидуальное задание №2			Задание по теме «Функции одной переменной. Свойства функций»	
Практическое задание №3			Отработка решения задач по теме «Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке»	
Практическое задание №4				Отработка навыка построения графиков функций с указанием точек разрыва

1	2	3	4	5
Домашняя работа №2				Задание на исследование функции на непрерывность с установлением характера точек разрыва
Контрольная работа №2				Контроль квантов 3 и 4

Нами предлагаются следующие изменения в традиционной модели преподавания, которые исследуются в настоящий момент: дисциплина разбивается на более мелкие разделы (кванты в табл. 1), в которые включаются все составляющие по соответствующей теме (описаны выше), к которым студенты обращаются после соответствующего занятия в аудитории. Преподаватель контролирует обучение после прохождения раздела и корректирует аудиторную часть и материал, входящий в микрокурс.

Микрокурсы изменяют традиционную модель преподавания и предоставляют студентам больше пространства для обучения; позволяют реализовать персонализированное обучение по математическому анализу [1]. Преподаватели должны осознавать преимущества микрокурсов, сочетать их с реальным уровнем подготовки студентов, активно исследовать и использовать микрокурсы в практике преподавания математического анализа в высших учебных заведениях.

Список литературы

1. Денищева Л.О., Сафуанов И.С., Семеняченко Ю.А. Возможности обеспечения персонализации образования в вузе // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2022. № 2 (60). С. 72–85.
2. Dwight A., Ryan, K. Microteaching. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1969.
3. Gün-Şahin, Z. & Kırmızıgül, G. (2023). Teaching mathematics through micro-learning in the context of conceptual and procedural knowledge. International Journal of Psychology and Educational Studies. 10(1). P. 241–260.
4. Hug, T. (2006). Microlearning: A new pedagogical challenge (Introductory Note). In T. Hug, M. Lindner, & P. A. Bruck, (Eds.), Microlearning: Emerging concepts, practices and technologies after e-learning. Proceedings of Microlearning Conference 2005: Learning and Working in New Media (Pp. 8–11). Innsbruck, Austria: Innsbruck University Press.

**О КОМПЛЕКСНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ПРОЕКТОВ
И ТЕХНОЛОГИИ МОДУЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ
НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ**

С. А. Дейнега, ст. преподаватель

*Ухтинский государственный технический университет
(Россия, Ухта)*

e-mail: deynega07@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается проектно-модульный подход к обучению начертательной геометрии в техническом вузе. Приведена структурно-содержательная модель формирования геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей.

Ключевые слова: проектно-модульный подход, познавательно-созидательная составляющая, геометро-графическая компетенция

**ON THE INTEGRATED USE OF THE PROJECT METHOD
AND MODULAR LEARNING TECHNOLOGY IN THE STUDY
OF DESCRIPTIVE GEOMETRY AT A TECHNICAL UNIVERSITY**

S. A. Deynega, Senior Lecturer

*Ukhta State Technical University
(Russia, Ukhta)*

e-mail: deynega07@mail.ru

Abstract. The article discusses a design-modular approach to teaching descriptive geometry at a technical university. A structural and content model for the formation of geometric and graphic competence with a cognitive and creative component is presented.

Keywords: design-modular approach, cognitive and creative component, geometric and graphic competence

Изменения производственной сферы в нашей стране определены задачами, поставленными в концепции технологического развития России на период до 2030 года. Деятельность инженера в этих условиях связана с поиском новых инженерных решений, постановкой инженерных задач, конструированием решений для созидания, внедрения и совершенствования нового «продукта». В компетенциях инженера необходимо наличие «созидательных составляющих», которые выражены способностью к созданию нового (знания, технологии, варианта решения проблемы и т. д.). В связи с этим при подготовке инженеров в техническом вузе расширяется применение образовательных ресурсов, среди которых наиболее эффективными в развитии «созидательных» качеств личности являются:

– метод проектов для формирования качеств, необходимых в созидательной деятельности (Г.В. Жеребятникова, Е.А. Игумнова, И.Ю. Сорока и др.);

– технология модульного обучения для развития качеств созидательной активности (И.Б. Сенновский, П.И. Третьяков, М.А. Чошанов, Т.И. Шамова и др.).

Таким образом, применение метода проектов и технологии модульного обучения направлены на формирование компетенций с созидательными составляющими.

Система концептуальных положений с общим подбором методов и средств по использованию в комплексе метода проектов и технологии модульного обучения рассматривается как *проектно-модульный подход* к обучению.

Теория геометрического моделирования реальных объектов является одним из основных факторов для продуктивной творческой деятельности инженера в созидании нового. Теоретические основы геометрического моделирования изучаются в разделе начертательной геометрии цикла графических дисциплин, в котором формируется геометро-графическая компетенция (ГГК) и имеются необходимые условия для формирования ее созидательной составляющей. Структура ГГК ранее нами была представлена [5]. Отметим, что в процессе обучения развитие компетенций проходит в познавательной деятельности, поэтому их созидательную составляющую, выраженную способностью к созданию нового, мы называем *познавательно-созидательной составляющей* (ПСС) геометро-графической компетенции.

Анализ научно-педагогической литературы показал, что геометро-графическая подготовка в технических вузах недостаточно обеспечивает формирование геометро-графической компетенции, имеющей в своем составе ПСС. Разработаны концептуальные положения проектно-модульного подхода как системы для решения методической задачи формирования геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей в процессе обучения начертательной геометрии студентов технического вуза. Проектно-модульный подход к обучению начертательной геометрии в техническом вузе понимается как организация учебной деятельности студентов по освоению модульно-структурированного предметного содержания дисциплины с направленностью на системное и последовательное выполнение в каждом модуле учебного проектного задания по установлению связей между системой понятийной модели и системой образов геометрической модели.

Основные положения проектно-модульного подхода лежат в основе построения структурно-содержательной модели формирования геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей, представленной системой взаимосвязанных блоков (целевой, содержательный, процессуальный, результативный) с организацией учебной деятельности в каждом изучаемом модуле и выполнением учебных проектных заданий, направленных на действия практической направленности в решении нестандартных проблемных задач, приближенным к технологии решения инженерной задачи средствами САПР-систем, и на использование методов геометро-графического моделирования при их решении.

Целевой блок определяет цели и задачи представленной модели в соответствии с требованиями ФГОС ВО 3++ по направлениям бакалавриата и специалитета и требованиями работодателей к выпускникам технических вузов. Познавательно-созидательная составляющая в структуре ГГК связана с постановкой задачи и самостоятельными действиями по определению количества возможных способов и ответов, отбора оптимального варианта решения проблемы, что направляет деятельность на познание с целью создания субъективно нового «продукта».

Содержательный блок включает модульное представление учебного материала начертательной геометрии, структурирование которого определено логикой его изучения с учетом основного системообразующего фактора содержания обучения.

Процессуальный блок осуществляет подготовку к учебной деятельности студентов и ее реализацию, обеспечивая формирование геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей студентов в процессе изучения учебных модулей.

Результативный блок модели формирования геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей определяет критерии и уровни сформированности компонентов геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей.

Учебная деятельность студентов в процессуальном блоке организована по этапам.

1 этап. *Мотивация и постановка учебной задачи.* Этап реализуется на лекционных и практических занятиях, где рассматривается основной понятийный аппарат с иллюстративными примерами, источники информации, обобщенные правила реализации алгоритмов и их знаково-символьная запись, комплексные чертежи геометрических моделей, стандарты конструкторской документации, основы геометрического моделирования в системе САПР.

2 этап. *Подготовка к самостоятельному выполнению учебного проектного задания.* На данном этапе осуществляется решение базиса типовых тематических задач по аналогии, проектно-ориентированных и проблемных учебных задач модуля, с созданием условия к самостоятельной реализации задач. Доля самостоятельности решения типовых тематических задач модуля студентами увеличивается поэтапно: аудиторная работа (совместное решение с преподавателем, решение под руководством преподавателя); внеаудиторное частично самостоятельное решение с контролем выполнения проблемно-ориентированных и проблемных задач.

3 этап. *Выполнение учебного проектного задания.* Осуществляется студентом самостоятельно с выполнением действий, приближенных к ситуациям при решении проблемных нестандартных инженерных задач: постановка задачи, выбор средств и методов его выполнения; проработка возможных путей решения; выбор и принятие решений; конструирование и создание; корректировка действий. Проектные задания построены на основе соединения теории геометрических основ и практического компьютерного 3D-моделирования, что позволяет стимулировать мыслительную деятельность студентов к познанию нового предметного материала, развивает практические навыки работы с 3d-моделью, способствует формированию новой системы знаний, дополнительных умений и навыков с опорой на имеющиеся знания. Погружение студента в проектную деятельность осуществляется постепенно с увеличением доли их самостоятельности.

4 этап. *Оформление и презентация результатов.* На данном этапе проектное задание оформляется и представляется студентом, контролируется преподавателем, оценивается.

В организации учебной деятельности студентов геометро-графической подготовки определена системная последовательность выполнения проектных заданий с учетом уровня погружения студентов в проектную деятельность, которые соответствуют уровням выполнения действий по установлению связей между системой понятий и системой образов геометрических моделей с целью формирования у студентов компонентов инженерного мышления.

1 уровень – студенты решают проблемно-ориентированные задачи (задачи с наличием ситуационных проблем, требующих нестандартного подхода, с рекомендациями и с пошаговым алгоритмом решения с выполнением геометро-графических действий по установлению связей между системой понятий начертательной геометрии с системой их графических образов, по распознаванию видов алгоритмических предписаний и их применения при решении тематических задач).

2 уровень – студенты решают проблемные задачи с 3D-моделированием геометрических объектов (проблемная постановка задачи и выбор рационального алгоритма ее решения из рекомендованных), выполняя познавательно-аналитические действия при решении.

3 уровень – выполняются проектные задания по разработке несложной геометрической модели, конструируя решение с 3D-моделированием геометрических объектов по самостоятельно разработанному алгоритму.

Экспериментальная апробация проектно-модульного подхода к обучению начертательной геометрии в техническом вузе и результаты исследования формирования геометро-графической компетенции с познавательно-созидательной составляющей показали эффективность реализации в конструктивном использовании студентами методов геометро-графического моделирования, в приобретении навыков по самостоятельной постановке учебных задач и выполнению организационно-аналитических действий при их решении.

Список литературы

1. Столбова И.Д., Александрова Е.П., Носов К.Г. Метод проектов в организации графической подготовки // Высшее образование в России. 2015. № 8–9. С. 22–31.
2. Александрова Е.П., Носов К.Г., Столбова И.Д. Практическая реализация проектно-ориентированной деятельности студентов в ходе графической подготовки // Открытое образование. 2015. № 5. С. 55–62.
3. Дейнега С.А. Проектно-модульный подход к обучению начертательной геометрии в техническом вузе // Инновационные технологии в математическом образовании: молодежная парадигма: сборник научных статей молодых исследователей. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2024. С. 16–26 с.
4. Дейнега С. А. Компоненты геометро-графической компетенции, формируемые при изучении начертательной геометрии в техническом вузе // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. Вып. 1 (46). 2023. С. 50–63.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

**ИНТЕГРАЦИЯ АУДИТОРНОЙ И ВНЕАУДИТОРНОЙ РАБОТЫ
ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ
ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ К ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

И.В. Дробышева, д-р пед. наук, профессор
Калужский филиал Финансового университета при Правительстве РФ
(Россия, Калуга)
e-mail: drobysheva2010@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются пути интеграции аудиторной и внеаудиторной работы при обучении студентов математике и результаты опыта их реализации.

Ключевые слова: интеграция, учебно-исследовательские проекты, студенческие научные кружки.

**INTEGRATION OF CLASSROOM AND EXTRACURRICULAR WORK
IN MATHEMATICS AS A MEANS OF IMPROVING STUDENTS'
PREPARATION FOR PROFESSIONAL ACTIVITY**

I.V. Drobysheva, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Kaluga Branch of Financial University under the Government
(Russia, Kaluga)

Abstract. The article examines the ways of integrating classroom and extracurricular work in teaching mathematics to students and the results of their implementation experience.

Keywords: integration, educational and research projects, student scientific circles.

Анализ образовательных стандартов высшего образования и образовательных программ, разработанных вузами по различным направлениям подготовки, показывает устойчивую тенденцию сокращения часов в отношении математических дисциплин, в том числе на аудиторную (контактную) работу со студентами. При этом самостоятельная работа в среднем составляет такое же количество часов, как и аудиторная. Следствием этого является необходимость самостоятельного изучения студентами значительного объема содержания.

Кроме того, анализ стандартов и образовательных программ позволяет сделать вывод о смещении приоритетов в целях обучения математике. В условиях обучения в формате ЗУН результатом подготовки была триада: знания, умения, навыки. Теперь перед преподавателем стоит задача формирования компетенций разных групп (универсальных, общепрофессиональных, профессиональных), при обучении математике одна из основных – это способность применять математические знания в будущей профессиональной деятельности. Другими

словами, кроме знаний и умений, связанных с овладением предметным содержанием, это умение строить математические модели ситуаций из будущей профессиональной сферы деятельности, выбирая для этого необходимый математический аппарат.

Таким образом, при снижении часов на изучение математических дисциплин, на аудиторную работу со студентами требования к результатам их подготовки возрастают.

В то же время, при обучении студентов математике усиливаются такие тенденции, как:

- снижение уровня школьной математической подготовки первокурсников;
- рост субъективной сложности в овладении вузовским курсом математики;
- снижение уровня мотивации к познавательной деятельности, и в частности математической;
- отсутствие опыта, умений, и желания самостоятельного поиска информации, анализа и овладения ею.

Синтез обозначенных тенденций объективно ставит преподавателей перед проблемой: как организовать аудиторную и внеаудиторную работу студентов так, чтобы обеспечить овладение курсом математики на уровне применения математического аппарата для решения задач будущей профессиональной деятельности. Эта проблема является еще более актуальной при подготовке учителя математики, в силу того что для осуществления мотивированного обучения математике учащихся, особенно в профильных классах, он должен владеть математическим содержанием на уровне широкого спектра направлений его применения. Это особо важно при преподавании курсов по выбору, элективных курсов.

Один из возможных путей решения обозначенной проблемы связан с осуществлением процесса подготовки студентов на основе разноуровневой междисциплинарной интеграции. Основные положения предлагаемого подхода раскрыты в работе [1]. Интеграцию аудиторной и внеаудиторной работы целесообразно рассматривать в комплексе на дисциплинарном и междисциплинарном уровнях.

На дисциплинарном уровне интеграция аудиторной и внеаудиторной работы реализуется в рамках самостоятельной работы студентов в электронной образовательной среде, серии консультаций и контроля за усвоением содержания.

Первое из них, условно называемое нами учебным, направлено на оказание помощи студентам при изучении учебного содержания, предусмотренного рабочей программой в форме самостоятельной работы.

В начале изучения каждой дисциплины студенты получают список тем (вопросов), изучение которых будет осуществляться самостоятельно, и сроки овладения ими. По каждой из тем преподаватель в электронной образовательной среде Moodle размещает учебные материалы, которые содержат:

- учебную информацию по теме (материалы лекций, адаптированные к уровню готовности студентов к самостоятельному изучению материала; презентации, образцы решения типовых задач);
- практические задания для самостоятельной работы, в том числе практико-ориентированные;
- проверочные задания, в том числе в тестовой форме, на уровне воспроизведения, применения в стандартной и измененной ситуации.

В течение промежутка времени, отводимого на самостоятельное изучение темы, преподаватель проводит дополнительные занятия нескольких уровней. Занятия первого уровня – это консультации-разъяснения, проводимые как в индивидуальной, так и групповой форме. На них рассматриваются те элементы содержания, восприятие которых вызвало у студентов трудности.

Дополнительные занятия второго уровня – это консультации-интерактивы, проводимые с микрогруппами. В рамках этих консультаций, носящих обязательный характер для студентов, осуществляется работа по решению практико-ориентированных задач, выполнению заданий повышенной сложности, составлению логических схем системы понятий и утверждений по теме и ее связи с ранее изученным содержанием.

Завершается работа по изучению каждой темы защитой учебных проектов и проверочной работой. Для подготовки проектов группа делится на микрогруппы. Первая микрогруппа в краткой форме раскрывает основные понятия и утверждения темы, опираясь на составленные логические схемы, связи изученного материала с предыдущим. Вторая микрогруппа характеризует основные типы математических задач по теме, предлагает способы их решения. Третья группа раскрывает приложения математического аппарата и приводит примеры решения практико-ориентированных заданий. Определение уровня усвоения содержания темы проводится в рамках проверочной работы, содержащей задания трех уровней (на воспроизведение теоретического материала, решение основных типов задач, решение прикладных задач), представленных в форме тестовых заданий различных видов и задач с развернутым решением.

На междисциплинарном уровне интеграция аудиторной и внеаудиторной работы реализуется по двум направлениям: учебному и прикладному.

Первое – это выполнение студентами учебно-исследовательских информационно-математических проектов и работа студенческих научных кружков по математике.

Выполнение студентами проектов требует синтеза знаний математических методов решения задач, умений по сбору и анализу информации, в том числе с использованием инструментов программного обеспечения. Как показал опыт, результатом выполнения проектов является не только формирование опыта применения соответствующего аппарата математики для решения прикладных задач, но и рост заинтересованности в математической деятельности, в использовании программного обеспечения для поиска решения проблем, решения нестандартных задач.

Программы студенческих научных кружков представляют интеграцию содержания двух-трех областей знания: математики, информационных технологий и дисциплин профессионального модуля. Особенностью этой интеграции является, как правило, рассмотрение элементов нового раздела математики или существенное расширение содержания изученного раздела, использование при решении задач возможностей различных видов программного обеспечения, решение прикладных задач профессиональной направленности. Обычно рассматриваемые задачи носят опережающий характер по отношению к дисциплинам профессионального модуля. Таким образом, работа в студенческих научных кружках способствует приобретению студентами опыта самостоятельной деятельности по овладению новым математическим аппаратом, реализации его с использованием современного программного обеспечения и пропедевтическим эффектом в отношении дисциплин профессионального модуля. Следствием этой работы, начинаемой со студентами на первом курсе, является приобщение их к исследовательской деятельности, которая, как правило, осуществляется ими на протяжении всего периода обучения в вузе, в том числе при изучении дисциплин профессионального модуля.

Прикладное направление интегрирования аудиторной и внеаудиторной работы связано с выполнением студентами кейсов, описывающих ситуации из сферы будущей профессиональной деятельности. Технология, в соответствии с которой происходит работа над кейсами, включает следующие этапы:

1. Предоставление студенческой группе формулировок кейсов.
2. Самостоятельное разбиение группы на подгруппы для выполнения кейса и распределение обязанностей.
3. Проведение консультаций студентов с целью обсуждения путей выполнения кейсов и используемых для этого средств.

При выполнении этих проектов студенты применяют уже изученный математический аппарат для решения профессионально ориентированных задач.

Опыт системной реализации предлагаемого подхода позволяет сделать выводы о позитивной динамике в качестве знаний студентов, мотивации к изучению математики, повышении уровня овладения компетенциями по применению математики в будущей профессиональной деятельности и использовании современных ИКТ.

Список литературы

1. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А., Костенко А.В., Никаноркина Н.В. Междисциплинарная интеграция как основа подготовки будущих экономистов к профессиональной деятельности // Инновации в образовании. 2022. № 3. С. 10–24.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ
В ОБУЧЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКЕ БУДУЩИХ ФИЗИКОВ**

Е.Г. Евсеева, д-р пед. наук, профессор

Ю.Ю. Коняева

Донецкий государственный университет (Россия, Донецк)

e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru, konyaeva.y@inbox.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности применения систем компьютерной математики в процессе обучения теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на основе фузионистского подхода. Приведены примеры моделирования вероятностных процессов в физике в некоторых системах компьютерной математики.

Ключевые слова: системы компьютерной математики, обучение теории вероятностей и математической статистике, фузионистский подход к обучению, студенты физико-технических направлений подготовки.

**USE OF COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS IN TEACHING
PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS
TO FUTURE PHYSICISTS**

E.G. Evseeva, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Yu.Yu. Konyaeva

Donetsk State University (Russia, Donetsk)

Abstract. The article considers the possibilities of application of computer mathematics systems in the process of teaching probability theory and mathematical statistics to future physicists on the basis of the fusionist approach. Examples of modeling of probabilistic processes in physics in some computer mathematics systems are given.

Keywords: computer mathematics systems, teaching probability theory and mathematical statistics, fusionist approach to learning, physics and engineering students.

На сегодняшний день образовательный процесс в высшей технической школе характеризуется высокой степенью интенсивности, что предъявляет к методике построения учебного процесса по отдельным дисциплинам в частности по теории вероятностей и математической статистике, особые требования. Подготовка специалистов различного профиля требует использования новых подходов, методов и средств обучения.

Одним из подходов к обучению будущих физиков дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» (ТВ и МС) является фузионистский подход, который рассматривается нами как развитие интегративного подхода в

направлении слитного изучения стохастики с физикой [5]. В контексте развития инновационных компонентов профессиональной компетентности значение приобретает стохастическая компетентность будущего физика. В процессе профессиональной подготовки будущих физиков одной из важных задач является усиление профессиональной направленности стохастической подготовки студентов физико-технического профиля. Фузионистская форма изложения ТВ и МС, а затем решение физических задач при изучении теории вероятностей и статистики позволяет на старших курсах обеспечить более качественную подготовку будущих специалистов в области физики.

В условиях цифровизации образования практически невозможно обеспечить высокое качество профессиональной подготовки бакалавров физико-технического профиля без использования систем компьютерной математики (СКМ) [3]. Использование систем компьютерной математики на всех этапах изучения студентами дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является неотъемлемой частью усиления профессиональной направленности стохастической подготовки будущих физиков.

По мнению Д.И. Изворска [4], изучение математических дисциплин системами компьютерной математики позволяет повысить качество и эффективность подготовки студентов, осуществить дифференцированный подход к обучению с учетом их индивидуальных особенностей, в том числе осуществлять взаимодействие между преподавателем и студентом в диалоговом режиме, упростить процесс обмена информацией. В работах А.В. Горского [1], Г.С. Евдокимовой [2] и В.И. Усачева [2] отмечается, что использование СКМ в процессе обучения студентов высшей школы позволяет автоматизировать и оптимизировать различные математические расчеты, а также реализовать графическую визуализацию результатов вычислений.

Реализация фузионистского подхода в процессе обучения будущих физиков ТВ и МС предполагает возможность визуализации стохастического эксперимента для физиков на базе различных пакетов прикладных программ. Исследование и моделирование на компьютере реальных процессов и явлений существенно повышает мотивацию к освоению будущей профессии.

В настоящее время существует широкий спектр функциональных возможностей в области визуализации результатов случайных экспериментов при изучении вероятностно-статистического материала. Обзор научных работ по использованию систем компьютерной математики при изучении ТВ и МС позволяет утверждать, что чаще всего рассматриваются возможности применения таких систем, как Maple, MathCad, Mathematica, Statistica, SPSS, Systat, Stadia; электронных таблиц MS Excel и его аналогов Calc, Gnumeric; виртуальных оболочек программирования DevC++, Pascal, Pyton, Random и т. д.

С нашей точки зрения, обучение теории вероятностей и математической статистике бакалавров физико-технических направлений подготовки на основе фузионистского подхода возможно в процессе проведения компьютерно-ориентированных лабораторных занятий, на которых может быть реализовано

моделирование вероятностных процессов в физике с использованием систем компьютерной математики.

Например, моделирование белого гауссового шума в MatLab (рис. 1); визуализация радиосигнала, обнаруживаемого приемником в случайный момент времени в среде GeoGebra (рис. 2а); нахождение наименее вероятного числа элементов некоторого устройства, которое выдержит испытание; эксперимент реализован в *калькуляторе вероятностей* СКМ GeoGebra (рис. 2б); случайное блуждание частицы по прямой в виртуальной лаборатории Random (рис. 3).

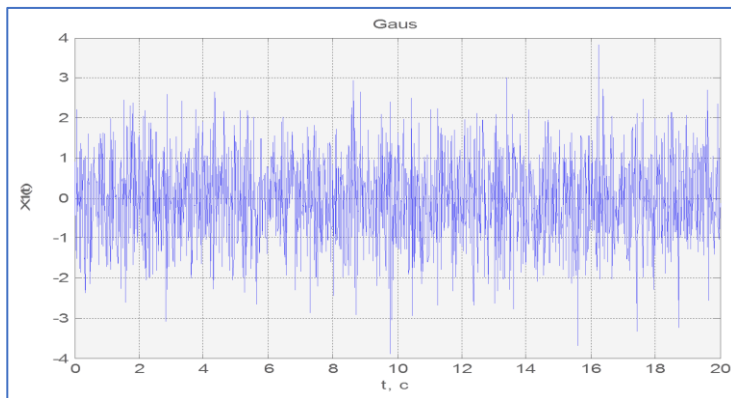
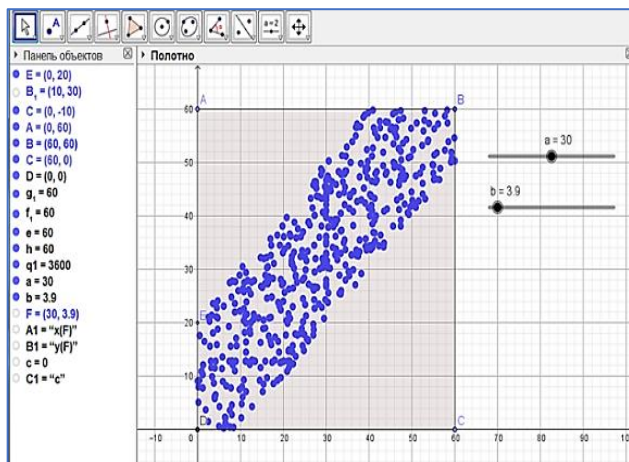


Рис. 1. Моделирование белого гауссового шума в MatLab

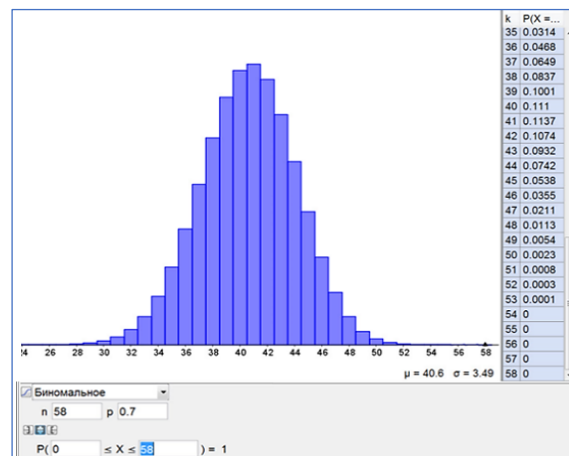
Выполнение такого рода лабораторных работ позволяет усилить профессиональную направленность стохастической подготовки будущих физиков. Считаем, что СКМ представляют собой важный инструмент в изучении вероятностно-статистических дисциплин в физико-техническом образовании.

Использование систем компьютерной математики рассматривается нами как инструмент раскрытия междисциплинарных связей дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и различных разделов физики для студентов физико-технических направлений подготовки.

При подборе СКМ следует руководствоваться их функциональными возможностями с учетом решаемых задач. Следовательно, применение систем компьютерной математики в обучении будущих физиков дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» на основе фузионистского подхода призвано повысить эффективность освоения физиками способов действий в их будущей профессиональной деятельности.



a



б

Рис. 2. Построение в среде GeoGebra (*a*) след точки с координатами при условии, что сигнал обнаружен; гистограмма биномиального распределения наивероятнейшего числа элементов некоторого устройства (*б*)

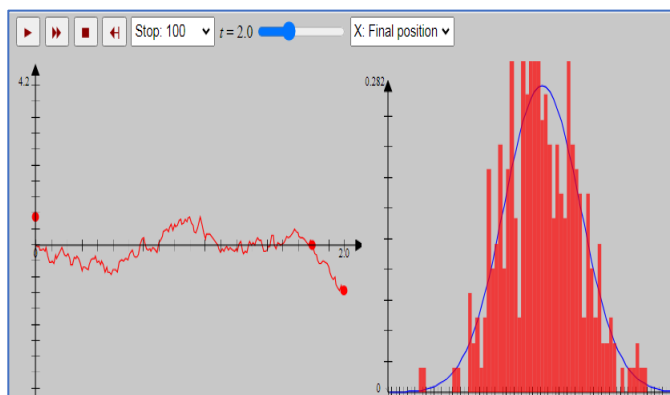


Рис. 3. Моделирование броуновского движения
в виртуальной лаборатории Random

Список литературы

1. Горский А.В. О возможностях использования систем компьютерной математики в учебном процессе // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. 2017. № 3 (95). Ч. 1. С. 90–99.
2. Евдокимова Г.С., Усачев В.И. Системы компьютерной математики, используемые при обучении стохастике будущего учителя // Известия Смоленского государственного университета. 2015. № 5 (32). С. 411–420.
3. Гребенкина А.С., Евсеева Е.Г. Применение цифровых инструментов в практико-ориентированном обучении математике будущих инженеров гражданской защиты // Дидактика математики: проблемы и исследования: международный сборник научных работ. 2021. № 54. С. 75–84. DOI: 10.24412/2079-9152-2021-54-75-84
4. Изворска Д.И. Изучение теории вероятностей и математической статистики системами компьютерной математики (СКМ) // Актуальные проблемы современного образования. 2016. № 2 (21). С. 103–120.
5. Коняева Ю.Ю. Обучение теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на основе фузионистского подхода // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2022. Вып. 55. С. 56–65. DOI: 10.24412/2079-9152-2022-55-56-65

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

**КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В СОДЕРЖАНИИ ОБУЧЕНИЯ
СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ**

В.С. Корнилов, д-р пед. наук, профессор
Московский городской педагогический университет
(Россия, Москва)
e-mail: kornilovvs@mgpu.ru

Аннотация. В статье обсуждаются научно-методические аспекты обучения студентов численным методам решения обратных задач. Для наглядности приводится пример построения конечно-разностных уравнений для учебной обратной задачи.

Ключевые слова: обучение обратным задачам, вычислительная математика, конечно-разностные уравнения, студент.

**FINITE DIFFERENCE EQUATIONS IN THE CONTENT OF TEACHING
MATHEMATICS STUDENTS INVERSE PROBLEMS**

V.S. Kornilov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Moscow City University (Russia, Moscow)

Abstract. The article discusses the scientific and methodological aspects of teaching students numerical methods for solving inverse problems. For clarity, an example of constructing finite-difference equations for an educational inverse problem is given.

Keywords: learning inverse problems, computational mathematics, finite difference equations, student.

Научный потенциал математических методов и технологий современной мировой науки, который осваивают студенты в вузе, обучаясь на факультетах прикладной математики, позволяет изучать и получать научную информацию о разнообразных физических процессах и объектах. За годы учебы в таких вузах студенты формируют и развивают умения и навыки использовать этот научный потенциал при исследовании физических процессов, привлекая метод математического моделирования.

Большой вклад в научный потенциал математических моделей вносят технологии обратных задач. Математические модели обратных задач позволяют исследовать широкие классы прикладных задач, которые могут оказаться некорректными. Технологии исследования обратных задач позволяют определять параметры математических моделей по результатам экспериментальной информации.

С методами поиска решений обратных задач студенты могут познакомиться, например, на спецкурсах по прикладной математике, на которых рассматриваются

прикладные задачи, исследование которых осуществляется на основе технологий обратных задач с применением как методов математической физики, так и методов вычислительной математики, которые играют значительную роль в развитии технологий исследования обратных задач для дифференциальных уравнений.

Актуальность развития приближенных методов решения подобных прикладных задач обусловлена нелинейностью обратных задач, которая не позволяет во многих случаях найти аналитическое их решение. В таких случаях могут прийти на помощь приближенные методы. Среди таких можно отметить методы Галеркина, Рунге, баланса, конечного объема, конечных элементов, фиктивных областей, взвешенных невязок, контрольных объемов и др.

Большинство только что отмеченных методов вытекают из самой дискретизации математической модели обратных задач при помощи явных или неявных конечно-разностных схем с использованием как равномерных, так и неравномерных сеток – системами разностных уравнений, аппроксимирующих дифференциальные уравнения с совместно рассматриваемыми начальными, граничными условиями и дополнительной информацией о решении соответствующих прямых задач. Результатом такой дискретизации является построение семейства нелинейных разностных уравнений, зависящих от параметров (шаги сеточной области, весовые множители).

Уместно заметить, что в настоящее время разработаны эффективные методы решения обсуждаемых нелинейных разностных уравнений и систем, получаемых при дискретизации непрерывных математических моделей обратных задач. Существенный вклад в развитие теории численных методов решения обратных задач внесли А.С. Алексеев, О.Ф. Антоненко, Б.М. Будак, А.Л. Бухгейм, П.Н. Вабишевич, А.В. Гончарский, В.И. Дмитриев, С.И. Кабанихин, В.Г. Романов, А.А. Самарский, В.П. Танана, А.Н. Тихонов, А.Г. Ягола и многие другие авторы (см., напр., [1–4]).

Для успешного поиска и реализации приближенного решения разностной обратной задачи от студентов требуются глубокие знания в области вычислительной математики. При разностной аппроксимации студентам предстоит выяснять такие важные научные вопросы, как способы построения нелинейных разностных уравнений, сходимость решения разностной обратной задачи к решению обратной задачи при измельчении шагов сеточной области, его устойчивость. Кроме того, важнейшим для студентов является выбор метода решения системы нелинейных разностных уравнений.

Приведем одну из постановок обратной задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с начальными данными, которая может быть включена в содержание обучения студентов-математиков обратным задачам.

$$\frac{d^2}{dx^2} y(x, g) + a(x)y(x, g) = 0, x \in R, g$$

$$\in R, g - \text{числовой параметр,} \quad (1)$$

$$y(g, g) = 1, \frac{d}{dx} y(g, g) = 1, y(x^*, g) = \varphi(g), x^* = \text{const}, g \in R. \quad (2)$$

От студентов требуется из (1), (2) определить неизвестный коэффициент $a(x)$, применяя конечно-разностные методы. Студентам может быть предложено выписать разностные обратные задачи в лице нелинейных конечно-разностных уравнений, применяя явные и неявные разностные схемы с равномерной сеткой, и в дальнейшем построить ее приближенные решения. Чтобы не быть голословным, приведем для наглядности вкратце основные этапы построения таких приближенных решений, которые должны быть реализованы студентами.

В качестве равномерной сеточной области будет использоваться дискретное множество $\Omega(h) = \{(k, i): k = \overline{1, N}, i = \overline{1, N}, N = (1/h)\}$.

Тогда, применяя явную разностную схему при аппроксимации (1), (2), можно выписать соответствующие нелинейные разностные уравнения:

$$v_k^i = (2 - h^2 \alpha_{k-1}) v_{k-1}^i - v_{k-2}^i, k = \overline{2, N-2}, i = \overline{0, N}, \quad (3)$$

$$v_i^i = 1, i = \overline{0, N}; v_{i+1}^i = 1, i = \overline{0, N-1}; v_N^i = f_i, i = \overline{0, N}. \quad (4)$$

В (3), (4) сеточными функциями v_k^i, α_k, f_i аппроксимируются функции $y(x_k, g_i), a(x_k), \varphi(x_k)$ соответственно.

Студентам предстоит из (3), (4) вычислить числовые последовательности $\{v_k^i\}_{k=\overline{1, N}}^{i=\overline{1, N}}, \{\alpha_k\}_{k=\overline{1, N}}$. Дело в том, что технология поиска решений обратных задач предполагает предварительное исследование свойств решений соответствующих прямых задач, и эти свойства учитываются при исследовании обратной задачи. В нашем случае в алгоритме вычисления $\{\alpha_k\}_{k=\overline{1, N}}$, который удастся представить в виде формулы:

$$\alpha_k = \left(\sum_{i=k}^{N-1} f_i \right)^{-1} \frac{f_k - f_{k-1}}{h^2}, \quad k = \overline{N-1, 1}, \quad (5)$$

с привлечением (4) и вычисляемых значений v_k^i из (3).

Если же теперь применить неявную разностную схему при аппроксимации (1), (2), можно получить разностный аналог (1), (2) [3, с. 249–252] в виде:

$$(1 + h^2 \alpha_{k+1}) v_{k+1}^i - 2 v_k^i + v_{k-1}^i, k = \overline{1, N-1}, i = \overline{0, N}, \quad (6)$$

$$v_i^i = 1, i = \overline{0, N}; v_{i+1}^i = v_{i-1}^i, i = \overline{0, N-1}; v_N^i = f_i, i = \overline{0, N}. \quad (7)$$

Организуя поиск $\{v_k^i\}_{k=\overline{1, N}}^{i=\overline{1, N}}, \{\alpha_k\}_{k=\overline{1, N}}$ из (6) и (7), возможно построить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), у которой матрица A_i будет являться трехдиагональной:

$$A_i Y_{i-1}^{i-2} = B_{i-2}, \quad i = \overline{N-1, 2}, Y_{i-1}^{i-2} = (v_{N-1}^{i-2}, v_{N-2}^{i-2}, v_{N-3}^{i-2}, \dots, v_1^{i-2}, v_{i-1}^{i-2})^T,$$

$$B_{i-2} = \left(-(1 + h^2) f_{i-2}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_p, -1 \right)^T, p = N - 1 - i, i = \overline{N-1, 2}, \text{ у которой}$$

на главной диагонали находится число 2, на верхней диагонали – число 1, а на нижней диагонали – выражение $(1 + h^2 \alpha_i)$.

И здесь студентам предстоит в первую очередь выявить свойства этой трехдиагональной матрицы (например, выявить условия ее невырожденности), на которые, очевидно, будет оказывать влияние выражение $(1 + h^2 \alpha_i)$. Успешность решения этой проблемы потребует от студентов прочных знаний в области теории матриц, умений выявлять обусловленность матриц и исследовать СЛАУ с плохо обусловленными матрицами. А в дальнейшем студентам нужно определиться с выбором математического метода поиска приближенного решения данной обратной задачи, который также потребует дополнительных фундаментальных знаний высшей математики (методы математического, функционального, численного анализа, линейной алгебры, в том числе и знаний методов решения СЛАУ, например метода прогонки и других методов). И наконец, определившись с методом, суметь с его помощью найти приближенное решение обратной задачи.

Для построения приближенных решений обратных задач уравнений математической физики студентам необходимы знания по теории многослойных разностных схем, умения их применять при дискретизации обратной задачи для уравнений математической физики, анализировать и строить сходящиеся и устойчивые вычислительные алгоритмы, владение научным аппаратом априорных оценок разностных решений. Студенты должны обладать умениями анализа устойчивости и сходимости приближенного решения к точному, знаниями специальных алгоритмов решения конечно-разностных уравнений. Конечно же, студенты должны обладать и знаниями самой теории обратных и некорректных задач и владеть технологиями исследования таких задач при помощи методов математической физики.

Список литературы

1. Бухгейм А.Л. Уравнения Вольтерра и обратные задачи: монография. Новосибирск: Наука, 1983. 207 с.
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи: учебное пособие. Новосибирск: Издательство Сибирского отделения РАН, 2018. 508 с.
3. Корнилов В.С. Теория и методика обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений: монография. М.: ОнтоПринт, 2017. 500 с.
4. Самарский А.А., Вабишев П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики: монография. М.: УРСС, 2004. 478 с.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

**ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЯЗЫКА КАК МЕТАЯЗЫКА
МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

И.А. Латыпов, д-р филос. наук, профессор

Н.В. Латыпова, канд. физ.-мат. наук, доцент

Удмуртский государственный университет (Россия, Ижевск)

e-mail: symposium2016@mail.ru; latypova-nv@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема, связанная с формированием навыка использования математического языка как языка второго уровня для поиска и нахождения общего языка междисциплинарных исследований. Затрагиваются вопросы обучения этому навыку при решении текстовых задач в школьном курсе математики и в курсе математического анализа в вузе.

Ключевые слова: язык, математический язык, метаязык

**THE PROBLEM OF FORMING THE SKILL OF USING MATHEMATICAL
LANGUAGE AS A METALANGUAGE OF INTERDISCIPLINARY RESEARCH**

I.A. Latypov, Doctor of Philosophy Sciences, Professor

N.V. Latypova, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor
Udmurt State University (Russia, Izhevsk)

Abstract. The article discusses the problem, associated with the formation of the skill of using mathematical language as a second-level language for the search and finding a common language of interdisciplinary research. The issues of teaching this skill, when solving text problems in the school course of mathematics and in the course of mathematical analysis at the university, are touched upon.

Keywords: language, mathematical language, metalanguage

Известно, что язык представляет собой знаковую систему произвольной природы, с помощью которой совершаются трансляция и коммуникация на различных уровнях, включая операции мышления. Также язык позволяет совершать операции поиска, усвоения, хранения, преобразования и передачи информации и знаний [1].

Под метаязыком в наиболее общем его толковании мы будем понимать любой искусственный или естественный язык (он считается языком второго уровня), на котором объясняется другой язык (его называют языком первого уровня), предназначенный для описания предметов окружающего мира и его областей [2].

Математический язык полностью удовлетворяет данному выше определению метаязыка. Это абстрактный язык, который не только служит средством общения

внутри математики и между математиками, но и является универсальным метаязыком, позволяющим осуществлять коммуникацию между учеными разных научных областей с помощью построения математических моделей тех или иных явлений и процессов. «Математические модели строятся из терминов, интерпретированных на конкретную объектную область, являющуюся предметом той или иной конкретной науки. Использование математических моделей переводит чистую математику в прикладную» [3, с. 26]. Математическая модель – это приближенное описание какого-либо реального процесса и/или класса явлений окружающего мира, выраженного с помощью математических знаков и символов, т. е. на математическом языке.

Когда мы начинаем осознанно изучать иностранный язык (если мы не помещены в соответствующую языковую среду), нам приходится начинать с алфавита, расширения активного и пассивного словарного запаса, синтаксиса и т. п., причем необходимо приложить определенные усилия для запоминания и понимания возможностей их использования и правил построения конструкций предложений и фраз.

По сути, то же самое происходит, когда мы приступаем к изучению какой-то предметной области знания. Сначала приходится освоить понятийный аппарат, содержание этих понятий, связи и отношения между ними, расширить словарный запас этой предметной области. В этом случае русский язык выступает как метаязык по отношению к языку изучаемой предметной области.

Другими словами, при изучении некоторой предметной области язык этой области выступает языком-объектом, а русский язык здесь служит метаязыком. Как только ученый погрузился в новый язык настолько, что может думать на нём, он может совершить открытия в данной предметной области. В качестве примеров можно привести Д.И. Менделеева, которому «приснилась» периодическая таблица химических элементов, и Бенуа Мандельброта, который обладал настолько развитым геометрическим мышлением, что создал фрактальную геометрию.

Как отмечает П.В. Грес [3, с. 27–28]: «Овладение математическим языком предполагает сознательное усвоение содержания математических понятий, отношений между ними (аксиом, теорем) и умение рационально и грамотно выразить математическую мысль в устной и письменной форме с помощью средств математического языка, а также свободное оперирование математическими знаниями, умениями и навыками на практике». Только *сознательное* овладение человеком математическим языком позволяет ему выработать общематематическую культуру: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения практических задач.

В «чистой» математике ученые используют универсальный метаязык – математический язык. В любой конкретной науке используется уже язык самой этой науки: химия применяет язык химии, психология – язык психологии и т. д. В прикладной математике, занимающейся построением математических моделей, используются оба языка: математический метаязык и язык той предметной

области, для которой строится модель. Часто возникающая проблема в междисциплинарных исследованиях – это отсутствие своеобразных «переводчиков»-исследователей, владеющих обоими языками (математическим и конкретной науки).

Это важный навык, которому надо обучать уже в школе. Абстрактные понятия формируются постепенно, практически с дошкольного возраста, но база закладывается в школьном курсе математики. Умению «переводить» с естественного языка на язык математики (и обратно) можно научиться при решении текстовых задач. Школьные текстовые задачи условно разделяют на следующие типы: задачи на работу и движение, задачи на проценты и концентрацию сплавов и смесей, задачи на числовые зависимости. При решении таких задач не только приходится переводить текст задачи на язык математики, но и после решения задачи требуется провести обратный перевод с языка математики на естественный язык – согласование между полученным результатом и условиями задачи, проверяя их взаимосвязь и непротиворечивость. К тому же данные согласование и интерпретация позволяют выстраивать межпредметные и метапредметные связи.

В частности, например, текстовая задача экономического содержания профильного ЕГЭ по математике (в 2024 г. это задание 16) позволяет проверить сформированность данной компетенции, где минимум 1 балл можно получить именно за построение математической модели.

Казалось бы, вполне естественно и логично продолжить формирование умения переводить с языка выбранной профессии на метаязык математики в вузе, чтобы иметь возможность заниматься как теоретическими, так и практическими исследованиями. Но с сожалением приходится констатировать, что при подготовке большинства гуманитарных направлений в учебных планах и образовательных программах вузов математика (как дисциплина) исчезла совсем. А если посмотреть на инженерные, технические, ИТ и даже (или прежде всего) на направления подготовки, связанные с математикой (например, «Математика и компьютерные науки», «Прикладная математика и информатика» и др.), то значительно сократилось количество часов на математический анализ, аналитическую геометрию, линейную алгебру. Особенно чувствительны потери на 1 курсе, когда формируются профессиональные навыки и математическая культура.

Замена математики на информационные технологии здесь часто не равнозначна. Умение пользоваться компьютером и конкретным программным обеспечением не означает, что студент и выпускник имеют представление о логических законах и алгоритмах. Что же говорить о таких дисциплинах, как «Экономическая культура, предпринимательство и финансовая грамотность», «Деловая коммуникация на русском языке», «Цифровой профессионализм и основы искусственного интеллекта», ради которых на треть сократилось количество аудиторных часов по математическому анализу и алгебре только за последний год на математических направлениях подготовки!

Чтобы показать пользу и красоту математического языка студентам гуманитарных и естественно-научных направлений подготовки, совсем не обязательно использовать строгий " $\varepsilon - \delta$ " – язык математического анализа. Но помочь сформировать такие навыки перевода могли бы текстовые задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений прикладного характера из разных областей науки и техники.

Вообще, математический анализ даёт для обучения таких «переводчиков» большое количество возможностей. Это не только приложения дифференциального исчисления функций одной или нескольких переменных (экстремальные задачи), но и геометрические (вычисления длин, площадей и объёмов) и физические (вычисления массы и давления жидкости, вычисления работы по выкачиванию жидкости и силы перемещения и т. п.) приложения определенного и кратных интегралов.

Подводя итоги, отметим, что владение универсальным метаязыком математики – важный навык, который полезен не только школьникам и студентам для успешного обучения, но и исследователям, пытающимся сформулировать задачи своего исследования для программистов и математиков, при построении модели, в процессе анализа и обработки полученных данных.

Список литературы

1. Язык. URL: Язык – Гуманитарный портал (gtmarket.ru) (дата обращения: 01.02.2023).
2. Метаязык // Новая философская энциклопедия : в 4 т. / под ред. В.С. Стёпина. М.: Мысль, 2001. URL: <http://philosophy.niv.ru/doc/en cyclopedia/new-philosophical/articles/909/metayazyk.htm> (дата обращения: 01.02.2023).
3. Грес П.В. Математика для гуманитариев : учеб. пособие. М.: Университетская книга, Логос, 2007. 160 с.

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ ПРИ РАБОТЕ С ПОНЯТИЙНЫМ АППАРАТОМ КАК ПРИОРИТЕТНАЯ ЦЕЛЬ ИЗУЧЕНИЯ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Ю.Б. Мельников, канд. физ.-мат. наук, доцент
*Уральский государственный горный университет, Уральский федеральный
университет (Россия, Екатеринбург)*
e-mail: yu.b.melnikov@yandex.ru

В.И. Белоусова, канд. физ.-мат. наук, доцент
Уральский федеральный университет (Россия, Екатеринбург)
e-mail: v.i.belousova@urfu.ru

Аннотация. Рассмотрено формирование культуры работы с понятийным аппаратом математики как одна из целей изучения дискретной математики,

формирование единой основы для этого сильно фрагментированного учебного курса.

Ключевые слова: дискретная математика, методика преподавания математики, культура работы с понятийным аппаратом

DEVELOPMENT OF STUDENTS' MATHEMATICAL CULTURE WHEN WORKING WITH CONCEPTUAL APPARATUS AS A PRIORITY GOAL OF STUDYING DISCRETE MATHEMATICS

Yu.B. Melnikov, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor
Ural State Mining University, Ural Federal University (Russia, Yekaterinburg)

V.I. Belousova, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor
Ural Federal University (Russia, Yekaterinburg)

Abstract. The formation of a culture of working with the conceptual apparatus of mathematics is considered as one of the goals of studying discrete mathematics, the formation of a unified basis for this highly fragmented educational course.

Keywords: discrete mathematics, methods of teaching mathematics, culture of working with conceptual apparatus

Одной из отличительных особенностей курса дискретной математики является исключительная фрагментированность этого курса, его эклектичность, сложность выделения какой-либо единой центральной идеи, некоей объединяющей «общей линии». В этих условиях сложно формировать цельное представление об этой учебной дисциплине.

Обучение математике есть обучение деятельности, точнее управлению деятельностью. В деятельности можно выделить субъективный (мотивацию, психологические аспекты организации и т. п.) и объективный, т. е. аппаратный компоненты. Мы предлагаем один из вариантов формирования общей идеи курса дискретной математики, основанный на разработанной нами аппаратной модели математики [1], проиллюстрированной рис. 1.



Рис. 1. Аппаратная модель математики

Здесь мы рассмотрим развитие культуры развития и использования понятийного аппарата математики. Понятие мы трактуем как триаду: 1) идентификатор понятия (термин, обозначение); 2) объем понятия (совокупность объектов, которые могут быть обозначены данным идентификатором); 3) содержание понятия (совокупность утверждений об элементах из объема понятия) – см. рис. 2.

Понятийный аппарат математики (см. рис. 1) предназначен для обработки информации: формализации, ее обработки, в частности перевода на один из математических языков или с одного математического языка на другой, и т. п. Основываясь на том факте, что основой понятийного аппарата является система понятий и их определений, мы выделили следующие приоритетные компоненты культуры работы с понятийным аппаратом:

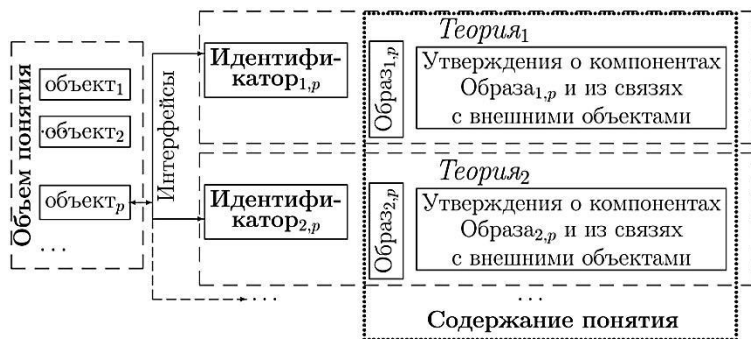


Рис. 2. Понятие как триада: идентификатор; объем понятия; содержание понятия

- 1) привычка начинать анализ с определений понятий;
- 2) знание определений, способность понять, принадлежит ли объект объёму понятия, и умение применять определения для развития теории;
- 3) способность самостоятельно обогащать понятийный аппарат новыми понятиями, точнее: а) выделять совокупность объектов, которые могут представлять интерес как объект исследования и/или удобный инструмент представления информации; б) формализовать в виде определения объем и содержание понятия; в) умение самостоятельно формулировать определения; г) комплексно анализировать их адекватность;
- 4) умение использовать имеющийся понятийный аппарат для формализации информации, т. е. представления информации в терминах определенной предметной области.

В качестве примера рассмотрим задачу построения расширения поля $GF(3)$ с помощью корня многочлена $x^3 + x^2 + 2$.

«Найти поле» – по определению это значит, что надо найти его носитель и операции. Умение использовать понятийный аппарат в данном случае проявляется, во-первых, в трактовке расширения поля как линейного пространства над исходным полем (для ограничения операции умножения на случай, когда первый операнд принадлежит исходному полю), во-вторых, в задании корня моделью в виде его *идентификатора*, допустим буквы a . Тогда упорядоченная система $\{1, a, a^2\} = \{a^0, a^1, a^2\}$ является базисом расширения $GF(27)$ поля $GF(3)$, полученного присоединением элемента a и рассматриваемого как линейное пространство над $GF(3)$. Значит, носитель создаваемого поля состоит из выражений вида $u \cdot 1 + v \cdot a + w \cdot a^2$, где u, v, w – элементы исходного поля $GF(3) = \{0, 1, 2\}$. При этом умение формировать объем понятия (компонент умения обогащать понятийный аппарат) и анализировать адекватность понятия в данном случае включает в себя выявление ситуации, когда в возникающих формулах в зависимости от контекста один и тот же элемент исходного поля может играть как роль вектора линейного пространства, так и роль элемента поля, над которым определено линейное пространство. Например, выражение $1 + a$ является естественным сокращением для $1 \cdot 1 + 1 \cdot a + 0 \cdot a^2$, причем в первом слагаемом первая единица должна восприниматься как элемент поля, а вторая (по виду точно такая же!) – как вектор линейного пространства.

Для осознания требования «найти операцию» следует в первую очередь либо воспользоваться *определением операции*, либо самостоятельно сформулировать это определение в соответствии со схемой на рис. 3.



Рис. 3. Модель формализации

Вовлечение студентов в процесс построения понятия можно организовать на основе анализа объема понятия в соответствии со схемой на рис. 4.



Рис. 4. Модель формализации на основе приоритетного анализа объема понятия

В результате получаем, что алгебраическая операция – это функция. Следовательно, требование «найти операции» означает, что эти операции надо задать типовыми моделями. В школьном курсе математики для числовых функций применяется три способа: задание формулой, графиком, таблицей значений. Умение использовать определение в данном случае проявляется, например, в следующем. Если мы выбираем задание таблицей значений, то умение использовать понятийный аппарат включает в себя способность выбора оптимального шаблона таблицы значений: двухстрочного или прямоугольного. Как показал опыт, даже у студентов второго курса «не сформировано умение задать операцию формулой: во-первых, подавляющее большинство студентов не осознает, что первым действием должно быть введение аргументов операции, во-вторых, что аргумент функции представляет собой модель элемента из поля, в данном случае ограничиться однобуквенным идентификатором рассматриваемого операнда не получится. Например, слагаемые следует задать в виде линейной комбинации векторов базиса, состоящего из $a^0 = 1$ и a , в результате получаем формулу суммы в новом поле:

$$(u \cdot 1 + v \cdot a) + (m \cdot 1 + n \cdot a) = (u + m) \cdot 1 + (v + n) \cdot a.$$

Другим примером востребованности культуры работы с понятийным аппаратом является вывод формулы для умножения. Так как a – корень многочлена $x^3 + x^2 + 2$, то $a^3 + a^2 + 2 = 0$, откуда «привычно получаем» $a^3 = -a^2 - 2$. Но чему равны коэффициенты (-1) и (-2) ? Для ответа на этот вопрос следует обратиться к *определению*: $(-1) + 1 = 0$. Исходное поле имеет характеристику 3, т. е. *по определению*

$$0 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1,$$

$$\text{откуда } (-1) = 2, (-2) = 1. \text{ Поэтому } a^3 = 2a^2 + 1.$$

Следует отметить, что вовлечение студентов в формализацию понятия можно на основе приоритетного анализа содержания понятия (см. рис. 5). Это можно сделать, например, при построении аксиоматического определения понятий, таких как линейное пространство, поле Галуа, скалярное произведение в евклидовом пространстве и др.



Рис. 5. Модель формализации на основе приоритетного анализа содержания понятия

Список литературы

1. Мельников Ю.Б., Суетов А.П. Роль и место вычислительного аппарата в современном обучении математике // Бизнес. Образование. Право. 2021. № 3 (56). С. 365–372. <http://vestnik.volbi.ru/webarchive/356/pedagogicheskie-nauki/rol-i-mesto-vychislitelnogo-apparata-v-s.html>

**ИССЛЕДОВАНИЕ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ
СТУДЕНТОВ ХИМИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ВУЗА**

С.В. Мясникова, канд. пед. наук, доцент

Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина

(Россия, Сыктывкар)

e-mail: myasnikovasv@syktsu.ru

Аннотация. В статье представлено исследование уровня знаний математики обучающихся, зачисленных на нематематические направления подготовки. Рассматриваются методические подходы преподавания математики в вузе.

Ключевые слова: методика преподавания математики, профессиональная направленность

**THE STUDY OF THE LEVEL OF MATHEMATICAL TRAINING
OF STUDENTS OF CHEMICAL AND BIOLOGICAL DIRECTIONS
OF THE UNIVERSITY**

S.V. Myasnikova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Pitirim Sorokin Syktivkar State University (Russia, Syktivkar)

Abstract. The article presents a study of the level of knowledge of mathematics of students enrolled in non-mathematical fields of study. The methodological approaches of teaching mathematics at the university are considered.

Keywords: methods of teaching mathematics, professional orientation

В последнее время большое внимание уделяется развитию инженерного образования. В средних общеобразовательных школах стали открываться инженерные классы. Это продиктовано тем, что в России наблюдается нехватка инженерных кадров. В первую очередь здесь речь идет о физико-математических, технических, информационных направлениях, но не меньший интерес представляют такие направления подготовки, как химия, биология, геология, экология и природопользование.

Республика Коми как субъект Российской Федерации нуждается в высококвалифицированных инженерных кадрах, в том числе в выпускниках направлений химико-биологической подготовки. Решение данной задачи

невозможно без серьезной фундаментальной подготовки обучающихся. Анализ учебных планов и рабочих программ по реализуемым образовательным программам в институте естественных наук Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина показал, что в успешном освоении ряда профессиональных дисциплин знания математики играют существенную роль.

Цель нашего исследования заключалась в определении уровня знаний по математике, с которым обучающиеся поступили в вуз после окончания предыдущего образовательного учреждения. На основании полученных результатов нам предстояло выбрать методические подходы в преподавании курса математики студентам нематематических направлений подготовки, которые будут способствовать лучшему усвоению программы.

Перед проведением эксперимента был изучен опыт разных видов исследований по выявлению способностей обучающихся вузов. Например, Н.И. Попов, Е.А. Канева, Э.С. Болотин предложили методику выявления «специальных способностей студентов вуза при обучении математике» [3].

В исследовании приняли участие 38 студентов первого курса института естественных наук Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина. Для эксперимента были выбраны группы следующих направлений подготовки: 04.03.01 химия (211-ХМо), 05.03.01 геология (211-ГЕо), 05.03.06 экология и природопользование (211-ЭКо), 06.03.01 биология (211-БЛо).

На первом этапе по зачисленным студентам мы собрали данные о результатах единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике и внутренних вступительных испытаний по математике, которые вуз проводит самостоятельно. Для перехода к пятибалльной системе воспользовались шкалой перевода баллов ЕГЭ в оценки.

Однако результаты ЕГЭ не отражают, по каким разделам математики у зачисленных в вуз студентов есть пробелы в знаниях. Для решения этого вопроса был составлен тест, который позволил провести оценку знаний обучающихся. К проведению тестирования нас подтолкнул анализ рабочих программ по дисциплине «математика», согласно которому было выявлено, что объем материала, который необходимо изучить студентам, довольно внушительный, а количество часов, отведенных учебным планом, крайне мало.

По результатам вступительных испытаний и проведенного тестирования, мы построили гистограмму, представленную на рисунке 1.

Гистограмма показывает, что есть различия при измерении знаний обучающихся. Естественно, что результаты вступительных испытаний неудовлетворительных оценок не имеют.

Среди заданий входного теста наибольшую трудность вызвали задачи, где необходимо решить уравнение или неравенство, содержащие модуль, параметр, тригонометрические или логарифмические функции, а также геометрические задачи.

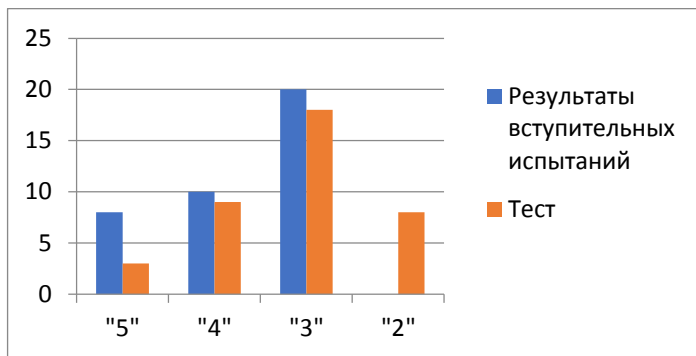


Рис. 1. Результаты вступительных испытаний и входного тестирования

Учитывая результаты тестирования и тот факт, что студенты, которые принимали участие в эксперименте, обучаются на нематематических направлениях подготовки, особое внимание было уделено профессиональной направленности обучения математике.

Профессиональной направленности обучения математике посвящены научные труды А.Г. Мордковича, А.Е. Мухина, В.А. Далингера, Г.Л. Луканкина, М.В. Виноградовой, А.В. Дорофеева, О.В. Дроздовой, А.В. Должиковой, Н.А. Ивиной, Е.С. Саватеевой, И. Г. Худяковой и других.

«Под профессиональной направленностью обучения математике обучающихся нематематических направлений подготовки будем понимать интеграцию принципов построения образовательного процесса, дающую возможность овладеть профессиональными компетенциями, укрепить межпредметные связи, сформировать математическую культуру, повысить интерес к изучению математики» [2].

Учебное пособие И.И. Баврина «Высшая математика для химиков, биологов и медиков» [1] содержит примеры задач, которые связаны с профессиональной деятельностью обучающихся, принимающих участие в эксперименте. Например, задачи о скорости химической реакции, о концентрации раствора, о скорости размножения бактерий и другие.

Разбор подобных задач вызывает большой интерес и позволяет взглянуть на математику с другой стороны. Обучающиеся начинают воспринимать математику как некий аппарат, который позволяет им решать задачи из области их интереса.

Анализируя результаты вступительных испытаний, мы обратили внимание на то, что среди зачисленных студентов были абитуриенты, поступившие на базе среднего общего образования, среднего профессионального образования, а также граждане Киргизской Республики. Как показало входное тестирование, выпускники средних профессиональных учебных заведений имеют больше пробелов в знаниях по математике. Но сложнее всего оказалось гражданам

Киргизской Республики. Скорее всего, это связано с языковым барьером. Поэтому в ходе проведения занятий приходилось применять индивидуальный подход в обучении: подбирать задания с разным уровнем сложности, проводить дополнительные консультации, на которых были предприняты попытки «выравнивания» уровня знаний обучающихся.

В конце обучения в академических группах студентов было проведено анкетирование, которое содержало вопросы, направленные на определение тем, учебных заданий, вызвавших, по мнению обучающихся, какие-либо трудности или, наоборот, интерес. Группы респондентов в полном объеме ответили, что наиболее интересными были задачи профессиональной направленности.

Помимо анкетирования обучающимся было предложено итоговое тестирование, цель которого – оценка уровня знаний, полученных в ходе обучения.

На рисунке 2 представлена гистограмма, которая позволяет наглядно оценить результаты входного и итогового тестов.

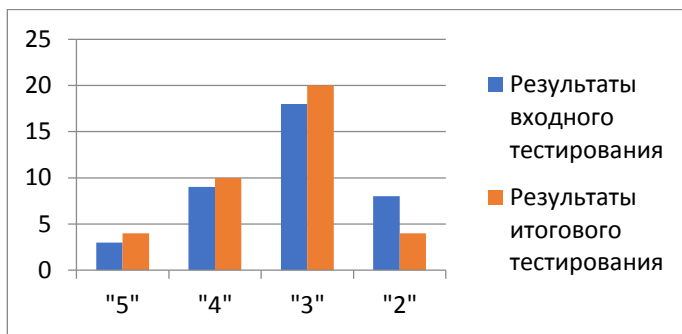


Рис. 2. Результаты входного и итогового тестирования

По гистограмме можно судить о незначительном росте уровня освоения знаний по математике у студентов института естественных наук Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина.

Таким образом, на основании проведенного исследования были сделаны следующие выводы: уровень знаний по математике студентов, зачисленных на химико-биологические направления института естественных наук, недостаточно высок, чтобы с легкостью освоить материал дисциплины «математика». Успех формирования необходимых компетенций при изучении данного курса основан на развитии познавательного интереса. В решении данного вопроса помогут использование индивидуального подхода к организации образовательного процесса, подбор задач профессиональной направленности, который наглядно продемонстрирует, как применяется математический аппарат в решении некоторых задач из области профессиональной деятельности обучающихся.

В дальнейшем интересно провести более глубокие исследования совместно с коллегами, читающими дисциплины по профилю направления подготовки.

Список литературы

1. Баврин И.И. Высшая математика для химиков, биологов и медиков: учебник и практикум для вузов. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2024. 397 с. (Высшее образование). URL: <https://urait.ru/bcode/535919> (дата обращения: 10.06.2024).
2. Мясникова С.В. Задачи профессиональной направленности по математике для будущих учителей географии и экологии // Педагогика. Вопросы теории и практики. 2022. Т. 7. № 5. С. 487–495.
3. Попов Н.И., Канева Е.А., Болотин Э.С. Исследование специальных способностей студентов вуза при обучении математике // Мир науки, культуры, образования. 2022. № 1 (92). С. 110–113.

ОСОБЕННОСТИ ПРОБЛЕМНОГО МЕТОДА ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДВУЗОВ

Ю.С. Пилюгина, аспирант

В.С. Корнилов, д-р пед. наук, профессор

*Московский городской педагогический университет
(Россия, Москва)*

email: pilyuginays202@mgpu.ru; kornilovvs@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблемный метод обучения математике студентов педагогических вузов, анализируются его принципы и условия эффективного использования, а также роль в формировании профессиональных компетенций. Обсуждается теоретический задел теории проблемного обучения и его потенциал для разработки методик. Анализируются этапы работы с технологией проблемного обучения и методы, способствующие формированию компетенций. Описываются виды проблемных ситуаций, активизирующих познавательную деятельность студентов на занятиях.

Ключевые слова: проблемный метод, проблемные вопросы, проблемные ситуации, компетенции, познавательная деятельность

FEATURES OF THE PROBLEM METHOD IN ORGANIZING MATHEMATICS EDUCATION FOR STUDENTS OF PEDAGOGICAL UNIVERSITIES

Yu.S. Pilyugina, Graduate Student

V.S. Kornilov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Moscow City University (Russia, Moscow)

Abstract. The article examines the problem method of teaching mathematics to students of pedagogical universities, analyzes its principles and conditions for effective use, as well as its role in the formation of professional competencies. The theoretical framework of the theory of problem-based learning and its potential for developing methodologies is discussed. The stages of working with the problem-based learning technology and methods that contribute to competency development are analyzed. Types of problematic situations that activate students' cognitive activities in classes are described.

Keywords: problem method, problem questions, problematic situations, competencies, cognitive activity

В современном мире математика играет ключевую роль в развитии науки, техники и экономики. Это основа для многих профессий и специальностей, связанных с информационными технологиями, инженерией, экономикой и другими областями. Однако традиционное обучение математике часто сводится к запоминанию формул и алгоритмов, что не всегда позволяет студентам применять полученные знания в реальных ситуациях.

Проблемный метод обучения математике позволяет преодолеть этот недостаток. Он основан на создании проблемных ситуаций, которые стимулируют студентов к самостоятельному поиску информации, анализу и решению задач. Такой подход способствует развитию критического мышления, креативности и способности к адаптации в изменяющихся условиях.

Проблемный метод обучения имеет богатую историю, начиная с идей американского философа и педагога Джона Дьюи. В конце XIX века Дьюи предложил концепцию обучения через решение реальных жизненных проблем, что стало основой для развития проблемного метода. Он утверждал, что обучение должно быть активным и основываться на опыте, а не на пассивном восприятии информации.

Идеи Дьюи получили дальнейшее развитие в работах других педагогов, таких как Жан Пиаже, Лев Выготский и Карл Роджерс. Они подчёркивали важность самостоятельного исследования и решения проблем для стимулирования интеллектуального развития учащихся.

В отечественной педагогике проблемный метод также нашёл своё отражение. Так, Михаил Махмутов разработал теорию проблемного обучения, которая стала основой для внедрения этого метода в практику советских школ и вузов. Махмутов утверждал, что данный метод способствует развитию критического мышления и самостоятельности учащихся [3, с. 197].

Проблемное обучение — это совокупность методов, приёмов и действий, направленных на повышение эффективности усвоения знаний и умений учащимися через их активную мыслительную деятельность, содержащую установку на решение разнообразных продуктивно-познавательных задач и упражнений, включающих в себя учебные и реальные противоречия, способствующие успешной реализации образовательных целей.

Проблемный метод обучения имеет ряд преимуществ перед традиционными методами обучения:

- 1) стимулирование интереса к учёбе. Проблемные ситуации вызывают интерес и желание разобраться в проблеме;
- 2) развитие критического мышления. Студенты работают с анализом информации, выявлением проблемы и нахождением пути их решения;
- 3) формирование навыков самостоятельной работы;
- 4) повышение мотивации к учёбе. Проблемные ситуации делают учебный процесс более интересным и увлекательным;
- 5) подготовка к реальной жизни.

Несмотря на все преимущества, проблемный метод обучения имеет и некоторые недостатки:

- 1) сложность реализации. Проблемный метод требует от преподавателя высокой квалификации и опыта;
- 2) большие затраты времени. Решение проблемных ситуаций может занимать больше времени, чем традиционное обучение;
- 3) не подходит для всех предметов;
- 4) необходимость предварительной подготовки. Преподаватель должен заранее подготовить проблемные ситуации и вопросы;
- 5) риск неправильного решения. Студенты могут прийти к неправильному решению, если они не обладают достаточными знаниями или навыками.

Проблемное обучение состоит из четырех взаимосвязанных этапов:

- 1) постановка проблемного вопроса и создание проблемной ситуации;
- 2) выдвижение гипотез по решению проблемной ситуации;
- 3) поиск решений проблемы, аргументация, изучение фактического материала, источников, осмысление проблемы и обобщение материала;
- 4) дискуссия, аргументация, синтез, обобщение и выводы.

Проблемное обучение применяется в сочетании с другими методами, поэтому его нельзя считать отдельным методом или новой системой обучения. Этот метод необходим, когда требуется обучить студентов приемам и способам умственной деятельности, необходимым для получения знаний и решения поисковых задач [1, с. 17].

Примеры проблемных ситуаций при изучении математики для студентов педагогических вузов с математическим направлением могут быть связаны с практическими задачами, которые будущие учителя могут использовать в своей профессиональной деятельности. Вот несколько примеров:

1. Методы обучения алгебре в средней школе. Проблемная ситуация: учащиеся 9 класса испытывают трудности с решением квадратных уравнений. Проблемный вопрос: какие методические подходы можно использовать для облегчения понимания учащимися 9 класса решений квадратных уравнений?

2. Использование геометрии в реальной жизни. Проблемная ситуация: школьникам сложно понять, как геометрия применяется в архитектуре.

Проблемный вопрос: как разработать урок, который демонстрирует применение геометрических принципов в архитектурных проектах?

3. Развитие критического мышления через решение математических задач. Проблемная ситуация: учащиеся старших классов испытывают трудности с формулированием и доказательством теорем. Проблемный вопрос: какие упражнения и задачи можно использовать для развития критического мышления и навыков доказательства у старшеклассников?

4. Подготовка к олимпиадам по математике. Проблемная ситуация: учащиеся, участвующие в математических олимпиадах, не могут справиться с задачами повышенной сложности. Проблемный вопрос: как можно разработать систему подготовки, включающую специальные задачи и методики, для успешного выступления на математических олимпиадах?

Эти примеры позволяют будущим учителям не только глубже понять математические концепции, но и разработать практические навыки, которые они смогут использовать в своей профессиональной деятельности для решения реальных педагогических задач.

Управление проблемным обучением сложно, поскольку каждая проблемная ситуация уникальна. Педагог должен применять дифференцированный подход к каждому студенту. Современные технологии позволяют адаптировать проблемный метод обучения, сочетая его с другими методами, такими как проектный или игровой, что способствует созданию индивидуальных образовательных траекторий.

Анализ научно-педагогической литературы по данной проблеме показывает, что ученые считают продвижение личности на новый уровень ключевым критерием эффективности. Этот подход обоснован, так как позволяет рассматривать развитие самообразовательной деятельности студентов в контексте непрерывного образования как динамичный аспект личности [4].

Проблемное обучение представляет собой метод, который ставит перед студентами задачи и проблемы, требующие самостоятельного поиска решений. Он способствует развитию критического мышления, самостоятельности и умению применять полученные знания на практике. Цель такого обучения — формирование инновационного типа мышления и развитие когнитивных способностей студентов.

Этот подход также помогает укрепить связь между различными дисциплинами, облегчает передачу теоретических знаний в практические навыки и развивает понимание научных концепций. Использование интерактивных методов обучения способствует формированию субъектности студентов и улучшению качества образования. В конечном счете это помогает подготовке специалистов, которые будут конкурентоспособны на рынке труда и способны эффективно применять свои знания в практической деятельности.

Список литературы

1. Алегушина Е.А., Быстрова Н.В., Лапшова А.В. Технология проблемного обучения при формировании компетенций студентов // Проблемы современного педагогического образования. 2019. № 63–2. С. 16–19.
2. Алексеева А.А. Формирование интеллектуальных способностей студентов // Вестник Псковского государственного университета. Серия: Социально-гуманитарные науки. 2014. № 5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-intellektualnyh-sposobnostey-studentov> (дата обращения: 17.05.2024).
3. Ермакова Н.И. О значении теории проблемного обучения М.И. Махмутова в практике современной высшей школы // Проблемное обучение в современном мире: VI Межд. Махмутовские чтения : сб. статей. Казань, 2016. С. 195–198.
4. Карпова О.Л. Технология проблемного обучения как средство развития самообразовательной деятельности студентов // Непрерывное образование: XXI век. 2022. № 1 (37). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/tehnologiya-problemnogo-obucheniya-kak-sredstvo-razvitiya-samoobrazovatelnoy-deyatelnosti-studentov> (дата обращения: 02.06.2024).

**ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ
НА ОСНОВЕ МИКРОКУРСОВ: МИФ ИЛИ РЕАЛЬНОСТЬ?**

Ю.А. Семеняченко, канд. пед. наук, доцент

Московский городской педагогический университет (Россия, Москва)

e-mail: semenyachenkoua@mgpu.ru

Аннотация. В статье описаны возможности внедрения микрокурсов в процесс обучения математическому анализу студентов вуза. Дано определение микрокурса учебной дисциплины, приведено описание структуры микрокурса и его материалов. Описан пример одного из микрокурсов дисциплины «математический анализ».

Ключевые слова: микрообучение, микрокурсы, обучение высшей математике

**TEACHING MATHEMATICS AT UNIVERSITY BASED ON MICRO
COURSES: MYTH OR REALITY?**

Yu.A. Semenyachenko, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Moscow City University (Russia, Moscow)

Abstract. The article describes the possibilities of introducing microcourses into the process of teaching mathematical analysis to university students. A definition of a microcourse of an academic discipline is given, a description of the structure of the microcourse and its materials is given. An example of one of the microcourses in the discipline «Mathematical Analysis» is described.

Keywords: microteaching, microcourses, higher mathematics training.

Начиная со второй половины прошлого столетия в подготовке учителей появилась модель «микропреподавания» (Microteaching), впервые разработанная в Стенфордском университете и описанная в брошюре А. Дуайта и К. Райана [1]. Тогда «микропреподавание» представляло собой тренинг студентов перед педагогической практикой, который состоял из «микроуроков», где отрабатывались отдельные навыки ведения уроков. В первом десятилетии нового столетия термин «микрообучение» все чаще начал появляться в статьях. В настоящее время микрообучение все чаще применяется в системе высшего образования.

С термином «микрообучение» тесно связано понятие «микрокурс». Чаще всего под микрокурсами понимают короткие курсы, состоящие из коротких же (от нескольких до 15–20 минут) «микроуроков» или одного часового сеанса, часто на готовых платформах LMS (системах администрирования обучения), включающих и видеофрагменты, и интерактивные опросы, и ссылки на сетевые ресурсы и др. Чаще всего обучение на основе микрокурсов применяется для гуманитарных дисциплин, но китайские вузы и колледжи уже активно практикуют микрокурсы в обучении высшей математике.

На основе изучения зарубежного и отечественного опыта использования микрокурсов в вузе нами были разработаны курсы высшей математики для студентов педагогического направления подготовки, обучение которых основано на использовании микрокурсов. Как известно, образовательная программа состоит в основном из учебных дисциплин. Поэтому было введено понятие «микрокурс учебной дисциплины». Под *микрокурсом учебной дисциплины* понимается такой ее раздел, который:

- нацелен на формирование хотя бы одной компетенции, закрепленной за дисциплиной;
- подчинен одной дидактической цели;
- содержит теоретический материал для изучения, практический материал для закрепления, тестовые задания для рефлексии, контрольные задания для проверки;
- может быть изучен за одно или несколько коротких (каждый продолжительностью не более 20 минут) занятий [2].

Таким образом, вся учебная дисциплина может быть разбита на микрокурсы, количество которых определяется содержанием дисциплины. Для реализации микрокурсов в учебном процессе было разработано его методическое обеспечение, которое включает программу и материалы микрокурса [3]. *Программа микрокурса* содержит:

- основные характеристики: количество зачетных единиц, отводимых на микрокурс, учебную цель, описание формируемой компетенции, шкалу ожидаемых результатов;
- описание видов деятельности с возможным распределением временных затрат;
- список предоставляемых материалов.

Материалы микрокурса содержат:

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

- теоретический материал для изучения (презентации, видеолекции, ссылки на источники литературы и др.);
- практический материал для закрепления (задания для решения, темы проектов, кейсы и др.);
- диагностический материал (тесты, самостоятельные работы, контрольные задания);
- перечень рекомендуемых источников (литература, ссылки на цифровые образовательные ресурсы, платформы).

Приведем в качестве примера материалы одного из микрокурсов, являющегося одним из многих в составе дисциплины «Математический анализ». Микрокурс называется «Понятие производной функции», реализует 1 зачетную единицу, состоит из 4 квантов. Перечень квантов и список материалов приведен в таблице 1.

Опишем в качестве примера материалы кванта 3 данного микрокурса.

Квант 3.

Теоретический материал презентация ДИ-3:

<https://cloud.mail.ru/public/74Vb/Ki6Eg7m7i>

Практический материал ДИ-3.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Какая функция называется дифференцируемой?
- 2) Что такое дифференциал?
- 3) Как связаны понятия дифференцируемости и непрерывности функции в точке?
- 4) Каково необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке?
- 5) Каков алгоритм использования дифференциала в приближенных вычислениях?

Задачи для решения

В задачах 3.1–3.2 исследуйте функции на дифференцируемость:

3.1. $y = 7 - 3x + 11x^2$ в точке $x = -2$;

3.2. $y = tg \frac{x}{3}$ в точке $x = 2\pi$.

В задачах 3.3–3.6 составьте дифференциалы функций:

3.3. $y = 12x^3 - 28x^2 + 5x - 44$;

3.4. $y = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$

3.5. $y = \sin x - x^2 \cos x$;

3.6. $y = (2x + 7)^{\cos x}$.

Таблица 1

Материалы микрокурса

<i>Номер кванта</i>	<i>Название кванта</i>	<i>Теоретический материал</i>	<i>Практические материалы</i>	<i>Самостоятельная работа</i>
1.	Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции	Презентация «Квант ДИ_1»	Вопросы для обсуждения 1–6. Задачи для решения 1.1–1.7 кванта 1.	Задачи для решения 1.8–1.17 кванта 1.
2.	Правила и формулы дифференцирования. Дифференцирование композиции функций, дифференцирование обратной функции	Презентация «Квант ДИ_2»	Вопросы для обсуждения 1–4. Задачи для решения 2.1–2.14 кванта 2.	Задачи для решения 2.15–2.30 кванта 2.
3.	Дифференцируемость функции, дифференциал	Презентация «Квант ДИ_3»	Вопросы для обсуждения 1–5. Задачи для решения 3.1–3.9 кванта 3.	Задачи для решения 3.10–3.20 кванта 3.
4.	Производные и дифференциалы высших порядков	Презентация «Квант ДИ_4»	Вопросы для обсуждения 1–4. Задачи для решения 4.1–4.8 кванта 4.	Задачи для решения 4.9–4.16 кванта 4.
	Итого: 36 часов	4 часа	4 часа	26 часов

В задачах 3.7–3.9 выполните приближенные вычисления с помощью дифференциала:

3.7. $3,004 \cdot \ln 1,004$;

3.8. $\cos 60^{\circ}6'$;

3.9. $\sqrt{\frac{1,07+3}{(1,07)^2}}$

Самостоятельная работа 3.

В задачах 3.10–3.12 исследуйте функции на дифференцируемость:

3.10. $y = 12x + 17$ в точке $x = 100$;

3.11. $y = \frac{x+1}{x-3}$ в точке $x = 3$;

3.12. $y = \sqrt[3]{x-1}$ в точке $x = 1$.

В задачах 3.13–3.16 составьте дифференциалы функций:

3.13. $y = \sqrt[4]{(2+x)^3}$;

3.14. $y = \ln t g(5x^2 - 8x)$;

3.15. $y = (2x^3 - 3x^2 + x) \cdot \arcsin \frac{x}{2}$;

3.16. $y = (25x - 13)^{\frac{1}{x}}$.

В задачах 3.17–3.20 выполните приближенные вычисления с помощью дифференциала:

3.17. $\sin 30^{\circ}3'$;

3.18. $\sqrt{\frac{3,97}{1,03}}$;

3.19. $\operatorname{arccotg} 1,07$.

3.20. Куб с ребром 5 см равномерно отшлифовали со всех сторон, в результате чего каждое его ребро уменьшилось на 0,05 см. Вычислите приближенно с помощью дифференциала объем куба после шлифовки.

Диагностика освоения кванта 3 (примерный вариант). Приведите полное и развернутое решение задач:

1.1. Исследуйте функцию на дифференцируемость $y = \sin 4x$ в точке $x = \frac{\pi}{16}$.

1.2. Вычислите приближенно с помощью дифференциала $\operatorname{tg} 45^{\circ}12'$.

1.3. Составьте дифференциал функции $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ в точке $x = 2$.

Таким образом, обучение высшей математике студентов вуза, основанное на использовании микрокурсов, возможно. В настоящее время осуществляется проверка эффективности разработанной модели обучения.

Список литературы

1. Dwight Allen & Ryan Kevin. Microteaching. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1969.
2. Денищева Л.О., Сафуанов И.С., Семеняченко Ю.А. Персонализированное высшее образование на основе микрокурсов: возможные пути реализации

// Образование и наука. 2024. Т. 26. № 3. С. 40–68. DOI: 10.17853/1994-5639-2024-3-40-68. EDN KWKYYS.

З. Семеняченко Ю.А., Хилюк Е.А. Методический каркас построения микрокурсов с использованием системы управления обучением вуза в модели персонализации образования // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2023. № 1 (63). С. 112–131. DOI: 10.25688/2072-9014.2023.63.1.10. EDN AXCPYU.

ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПРИЗНАКАМИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Е.С. Трефилова, ст. преподаватель

Л.Н. Чиркова, канд. пед. наук, доцент

Вятский государственный университет (Россия, Киров)

e-mail: usr11265@vyatsu.ru; usr11713@vyatsu.ru

Аннотация. В предлагаемой статье рассмотрены некоторые вопросы изучения элементов регрессионно-корреляционного анализа для направления подготовки «Таможенное дело», реализуемого в Вятском государственном университете. В статье обосновывается важность изучения данной темы в рамках курса математики на занятиях со студентами, приводятся профессионально направленные практические задачи, позволяющие повысить интерес к математике и выбранной сфере деятельности и вырабатывающие умение применять полученные знания на практике. Материалы статьи могут быть интересны преподавателям и студентам при изучении курсов математики и статистики.

Ключевые слова: математика, метод наименьших квадратов, математическая статистика, корреляционно-регрессионный анализ, уравнение линейной регрессии, профессиональная направленность обучения математике.

STUDYING THE INTERRELATIONSHIPS BETWEEN FEATURES IN TEACHING MATHEMATICS

E.S. Trefilova, Senior Lecturer

L.N. Chirkova, Candidate of Pedagogy Sciences, Associate Professor

Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The proposed article discusses some issues of studying the elements of regression and correlation analysis for the field of training «Customs», implemented at Vyatka State University. The article substantiates the importance of studying this topic in the framework of a mathematics course in classes with students, provides professionally oriented practical tasks that increase interest in mathematics and the chosen field of activity and develop the skills to apply the knowledge gained in practice.

The materials of the article may be of interest to teachers and students when studying mathematics and statistics courses.

Keywords: mathematics, least squares method, mathematical statistics, correlation and regression analysis, linear regression equation, professional orientation of teaching mathematics.

Изучение взаимосвязей социально-экономических процессов в обществе имеет важное значение в современных статистических исследованиях, направленных на обнаружение причинно-следственных связей между явлениями и процессами, которые могут быть выражены как количественными, так и качественными признаками. Студенты направления «Таможенное дело» – это будущие квалифицированные и юридически грамотные специалисты в области таможенного дела и внешнеэкономической деятельности, не только хорошо знающие тонкости таможенных процедур, но и умеющие быстро принимать управленческие решения. Курс математики имеет важное значение при подготовке специалистов данного профиля, так как при решении профессиональных проблем применение математических методов предполагает построение математических моделей для задач принятия решения, изучения взаимосвязей, определяющих впоследствии принятие решений, установления критериев эффективности, позволяющих оценивать преимущество каждого варианта действия, выбора соответствующих мер по минимизации таможенных рисков [5]. Изучение взаимосвязей между явлениями позволяет наметить решение экономических и социальных проблем, например, как оценить спрос и предложение на некоторый товар или услугу на рынке, будет ли вывод предложенного товара или услуги на рынок эффективным; проанализировать финансово-хозяйственные показатели деятельности; составить экономический прогноз; эффективно организовывать функционирование предприятия [2]. Причинно-следственные отношения между процессами понимаются как такие связи между ними, при которых изменение одного из них (причины) ведет к изменению другого (следствия).

Изучение связей между объектами можно условно разделить на две группы в зависимости от того, в каком виде будут выражены факторные признаки – количественные или качественные: корреляционно-регрессионный анализ и дисперсионный анализ. В нашей статье мы подробнее остановимся на изучении элементов корреляционно-регрессионного анализа, входящих практически в любой курс изучения математики на нематематических факультетах ВятГУ.

Перед изучением элементов корреляционно-регрессионного анализа в курсе математики студенты должны быть ознакомлены в рамках темы «Функции нескольких переменных» с методом наименьших квадратов при решении задачи о сглаживании экспериментальных зависимостей: по результатам эксперимента нужно найти линейную функцию $y = kx + b$, наилучшим образом согласованную с опытными данными. В качестве неизвестных параметров k и b линейной

функции выбираются такие значения, чтобы сумма квадратов отклонений «теоретических» значений $f(x_i)$, найденных по эмпирической формуле $y = kx + b$, от соответствующих опытных значений y_i была минимальной: функция двух переменных $S(k, b) = \sum_{i=1}^n (kx_i + b - y_i)^2$ должна принимать наименьшее значение.

Пример 1. Методом наименьших квадратов найти линейную функцию $y = kx + b$ для зависимости между двумя переменными x и y , полученных опытным путем, представленной в виде таблицы. Изобразить в одной системе координат таблично заданную зависимость и полученную линейную функцию.

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	15	10	2	2	-4	-10

Предполагая, что между переменными x и y существует линейная зависимость $y = kx + b$, студенты находят коэффициенты k и b .

Сначала требуется вычислить суммы A, B, C , и D , для их нахождения составляется вспомогательная таблица:

$N\acute{o}$ опыта	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$
1	1	15	1	15
2	2	10	4	20
3	3	2	9	6
4	4	2	16	8
5	5	-4	25	-20
6	6	-10	36	-60
Сумма:	$A = 21$	$B = 15$	$C = 91$	$D = -31$

Применяя схему исследования функции двух переменных на экстремум, получаем, что функция $S = S(k, b)$ имеет наименьшее значение (глобальный минимум) в точке, определяемой из нормальной системы метода (необходимое условие экстремума):

$$\begin{cases} k \cdot C + b \cdot A = D \\ k \cdot A + b \cdot n = B. \end{cases}$$

Найденные во вспомогательной таблице значения сумм A, B, C , и D и $n = 6$ (в задаче дано 6 пар значений x_i, y_i) студенты подставляют в нормальную систему уравнений:

$$\begin{cases} k \cdot 91 + b \cdot 21 = -31 \\ k \cdot 21 + b \cdot 6 = 15. \end{cases}$$

Для нахождения точки, в которой возможен минимум функции $S = S(k, b)$, студенты решают полученную систему линейных уравнений любым известным способом (подстановка, сложение, формулы Крамера и др.) и в результате получают округлённые значения: $k \approx -4,77$ и $b \approx 19,2$.

Таким образом, найденная методом наименьших квадратов линейная функция $y = kx + b$ имеет вид $y = -4,77x + 19,2$, полученная погрешность составляет примерно 13,09, при этом любая другая полученная линейная зависимость будет иметь большую погрешность. Далее студенты изображают в одной системе координат эмпирические точки и найденную линейную функцию (рис. 1).

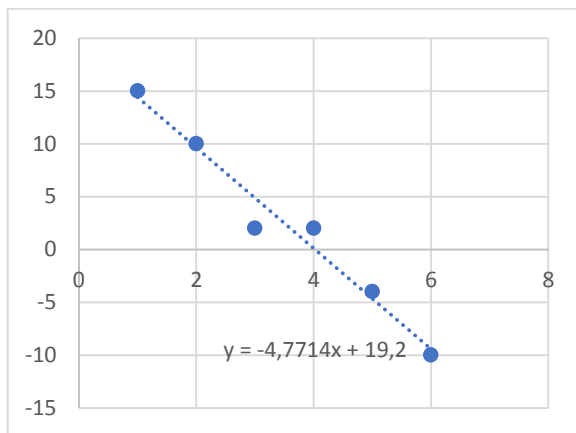


Рис. 1. Иллюстрация решения

Далее при изучении метода наименьших квадратов студенты решают профессионально ориентированные задачи, что позволяет продемонстрировать применение изучаемого метода и дает возможность учиться делать выводы.

Пример 2. Имеются данные таможенной статистики за некоторый год об объеме импорта x (млрд долл.) и объеме импортной пошлины y (млрд руб.). Предполагая, что между переменными x и y существует линейная зависимость, методом наименьших квадратов найти линейную функцию $y = kx + b$.

Импорт (млрд долл.) x_i	27	29	33	34	37
Импортная пошлина (млрд руб.) y_i	17	20	23	23	24
	2	0	2	1	3

Отметим, что поиск искомой функции и построение графической модели удобно осуществлять средствами программного обеспечения ПК.

Элементы темы «Корреляционно-регрессионный анализ» в рамках курса математики будущих специалистов направления «Таможенное дело» рассматриваются в разделе теории вероятностей и математической статистики. Изучение статистических зависимостей является важным в социально-экономических исследованиях, поскольку часто на практике каждому значению

одной переменной соответствует не какое-то определенное, а множество возможных значений другой переменной, принимаемых с определенными вероятностями. Так, при исследовании данных таможенной статистики большинство параметров (вес, стоимость, цена товара и другие) являются случайными величинами, и это исключает проявление однозначного соответствия значений.

Признаки, находящиеся во взаимосвязи, называют факторными (являются причиной изменения) и результативными (изменяются под влиянием факторных). В таможенной статистике существуют взаимосвязи, в которых одинаковым значениям факторного признака соответствуют различные значения результативного. Например, изучается зависимость величины таможенных платежей, поступающих в федеральный бюджет, от количества товаров, перемещаемых через таможенную границу. Здесь количество товаров, перемещаемых через границу, рассматривается как факторный признак, а величина таможенных платежей – как результативный. И при одном и том же количестве перемещенных через таможенную границу товаров (стоимости товарооборота) величина таможенных платежей, перечисленных разными таможами, будет различной, поскольку на величину таможенных платежей кроме количества товаров влияет и различная номенклатура товаров, для которых применяются различные таможенные пошлины, сборы и льготы, различные таможенные режимы перемещения товаров через таможенную границу и др.

Корреляционная зависимость как частный случай статистической зависимости характеризует взаимосвязь значений одних случайных величин со средним значением других. Анализ взаимосвязей направлен на измерение тесноты связи между варьирующими признаками, определение уравнения регрессии, а также оценку адекватности модели с целью ее практического использования [1].

Одним из способов оценки тесноты зависимости является коэффициент корреляции, который позволяет оценить, можно ли полученную линейную модель использовать для построения прогнозов. Для проверки адекватности модели используют критерий Фишера или Стьюдента, позволяющие оценить адекватность модели в целом или по отдельности каждый ее параметр.

Приведем примерный порядок задач при изучении темы, учитывая, что времени на ее изучение выделяется немного. При этом задачу, требующую больших вычислительных действий, можно предложить решить самостоятельно, используя средства программного обеспечения ПК и с дальнейшей проверкой преподавателем.

Поскольку студенты знакомы с МНК и умеют составлять систему для нахождения коэффициентов линейной зависимости (записана система МНК с использованием средних), с целью актуализации знаний можно рассмотреть задачу.

Пример 3. По следующим данным постройте линейное уравнение регрессии, вычислите коэффициент корреляции и сформулируйте выводы: $\bar{x} = 10$, $\bar{y} = 8$, $\overline{x^2} = 136$, $\overline{xy} = 100$, $\overline{y^2} = 100$, $b = 4,8$ [4].

В следующей задаче требуется выявить наличие связи и оценить ее тесноту, при этом не требуется построения регрессионной модели.

Пример 4. По следующим данным рассчитайте коэффициент корреляции и сформулируйте выводы: $\sum x = 70$, $\sum y = 50$, $\sum xy = 320$, $\sum x^2 = 500$, $\sum y^2 = 500$, $n = 10$ [4].

Следующая задача направлена на умение читать уравнение регрессии, находить по нему недостающие данные и делать выводы.

Пример 5. При исследовании корреляционной зависимости между объемом валовой продукции y (млн руб.) и среднесуточной численностью работающих x (тыс. чел.) для ряда предприятий отрасли получено следующее уравнение регрессии x по y : $x = 0,2y - 2,5$. Коэффициент корреляции между этими признаками оказался равным 0,8, а средний объем валовой продукции предприятий составил 40 млн руб. Найти: а) среднее значение среднесуточной численности работающих на предприятиях; б) уравнение регрессии y по x ; в) средний объем валовой продукции на предприятиях со среднесуточной численностью работающих 4 тыс. чел. [3].

Данная задача направлена на поиск уравнения линейной регрессии и вычисление коэффициента корреляции.

Пример 6. Имеются данные о числе x (чел.) сотрудников таможенной службы и количестве y (шт.) оформленных таможенных дел. Предполагая, что между переменными x и y существует линейная зависимость, методом наименьших квадратов найти линейную функцию $y = kx + b$, рассчитать коэффициент корреляции и сделать вывод о мере тесноты связи между переменными x и y . Найти предполагаемое значение y при $x_0 = 25$.

Число сотрудников таможенного поста (чел.) x_i	17	20	23	24	22
Количество оформленных таможенных дел (шт.) y_i	22	42	46	50	51

Студенты составляют вспомогательную таблицу для вычисления коэффициентов линейной функции:

№ п/п	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	y_i^2	$f(x_i)$	S
1	17	22	289	374	484	25,73	13,89
2	20	42	400	840	1764	37,49	20,31
3	23	46	529	1058	2116	49,26	10,63
4	24	50	576	1200	2500	53,18	10,12
5	22	51	484	1122	2601	45,34	32,06
Итого	$A=106$	$B=211$	$C=2278$	$D=4594$	$E=9465$	211	87,01

Исходя из найденных значений сумм, студенты составляют и решают систему линейных уравнений для нахождения коэффициентов k и b :

$$\begin{cases} 106k + 5b = 211; \\ 2278k + 211b = 4594. \end{cases} \text{ Имеем } \begin{cases} k = 3,922; \\ b = -40,948. \end{cases}$$

Таким образом, искомая линейная функция $y = kx + b$ имеет вид $y = 3,922x - 40,948$, при этом полученная погрешность составит примерно 87,01 (рис. 2).

Поскольку уравнение линейной регрессии найдено, студенты вычисляют предполагаемое значение y при $x_0 = 25$: $y = 3,922 \cdot 25 - 40,948 = 57,102 \approx 57$ дел. Используя полученную функцию, можно сделать вывод о том, что между числом сотрудников и количеством открытых таможенных дел существует прямая зависимость, т. е. с увеличением числа сотрудников число дел в среднем увеличивается. Для измерения тесноты связи между варьирующими признаками студенты рассчитывают коэффициент корреляции по формуле:

$$r = \frac{\bar{x}\bar{y} - \bar{\bar{x}}\bar{\bar{y}}}{\sigma_x \sigma_y}, \text{ где } \sigma_x = \sqrt{(x^2)_{cp} - (\bar{x})^2} \text{ и } \sigma_y = \sqrt{(y^2)_{cp} - (\bar{y})^2}.$$

Итак, поскольку

$$r = \frac{\frac{D}{5} - \frac{A}{5} \cdot \frac{B}{5}}{\sqrt{\frac{C}{5} - \left(\frac{A}{5}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{5} - \left(\frac{B}{5}\right)^2}} \approx \frac{918,8 - 21,2 \cdot 42,2}{\sqrt{455,6 - 449,4} \cdot \sqrt{1893 - 1780,8}} \approx 0,91,$$

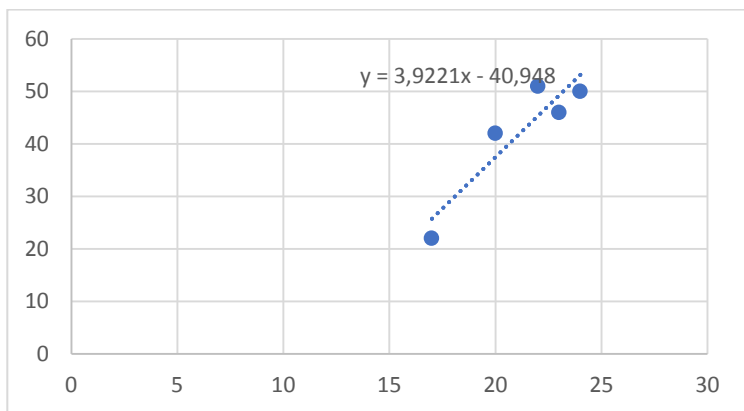


Рис. 2. Иллюстрация решения примера 6

студенты делают вывод, что связь между количеством оформленных таможенных дел и числом сотрудников таможенного поста является сильной, корреляция – положительной.

Заметим, что одна из трудностей по решению задач профессиональной направленности заключается в умении сопоставлять данные задачи и определять, какая из величин (признаков) является факторной (независимой), а какая – результативной. На занятиях по математике в теме «Корреляционно-регрессионный анализ», конечно, можно это делать и делается, но, к сожалению,

времени на отработку этого умения недостаточно. Отметим, что полученные при изучении данной темы знания и умения студенты смогут применить при усвоении дисциплины «Таможенная статистика», где будет подробно рассмотрен вопрос использования корреляционно-регрессионного анализа для изучения связей во внешней торговле [1].

Список литературы

1. Афонин П.Н. Таможенная статистика : учеб. пособие. СПб.: Интермедия, 2012. 153 с.
2. Воронцова Н.Д., Зуева Н.А., Лаптева И.П. Статистика : учеб. пособие : в 2 ч. Киров: ВятГУ, 2017. Ч. 2. 52 с.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 543 с.
4. Шмойлова Р.А., Минашкин В.Г., Садовникова Н.А. Практикум по теории статистики : учеб. пособие / под ред. Р.А. Шмойловой. М.: Финансы и статистика, 2004. 416 с.
5. Трефилова Е.С., Чиркова Л.Н. О степенных средних величинах в курсе математики // Математический вестник ВятГУ. № 2. Киров. 2023. С. 16–20.

ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИЮ ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Ю.С. Шатрова, канд. пед. наук, доцент

*Самарский филиал Московского городского педагогического университета
(Россия, Самара)*

e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются приемы подготовки будущих учителей математики к организации внеурочной деятельности. Представлены примеры авторских курсов внеурочной деятельности по математике.

Ключевые слова: внеурочная деятельность по математике, курсы, практика.

PREPARING A FUTURE MATHEMATICS TEACHER FOR ORGANIZING AND CONDUCTING EXTRA-CURRICULAR ACTIVITIES

Y.S. Shatrova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Samara Branch of the Moscow City University (Russia, Samara)

Abstract. The article discusses methods for preparing future mathematics teachers for organizing extracurricular activities. Examples of original courses of extracurricular activities in mathematics are presented.

Keywords: extracurricular activities in mathematics, courses, practice.

Согласно обновленному федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования современный учитель должен обеспечить реализацию программы основного общего образования через урочную и внеурочную деятельность.

Под внеурочной деятельностью следует понимать образовательную деятельность, направленную на достижение планируемых результатов освоения основной образовательной программы (предметных, метапредметных и личностных), осуществляемую в формах, отличных от урочной [1].

Таким образом, при подготовке учителя необходимо уделить серьезное внимание предметной составляющей и сформировать навыки организации и проведения внеурочной деятельности в рамках преподаваемого предмета.

Остановимся на нескольких приемах такой подготовки. Для студентов направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование направленности (профиля) «Математика и современные образовательные технологии» предполагается на первом курсе прохождение учебной ознакомительной практики (концентрированной). Цели данной практики – знакомство с организацией внеурочной деятельности по математике в основной школе, использование электронных ресурсов для подготовки и проведения внеклассных мероприятий по математике для обучающихся основной школы, формирование компетенций, обеспечивающих предметно-содержательную работу учителя в области профессиональной деятельности. Учебная практика включает в себя:

- знакомство с основными направлениями организации внеурочной деятельности обучающихся, формами организации внеурочной деятельности в соответствии с нормативными документами [1, 2];
- составление перечня форм организации внеурочной деятельности по математике с подробным описанием некоторых из них (необходимо указать цель, требования к применению, образовательные результаты, краткое содержание);
- составление аннотированного каталога электронных ресурсов, которые можно использовать для подготовки и проведения внеклассных мероприятий по математике для обучающихся основной школы;
- разработка проекта внеклассного мероприятия по математике с использованием электронных образовательных ресурсов.

Поскольку внеурочная деятельность направлена на достижение планируемых результатов освоения программы основного общего образования с учетом выбора участниками образовательных отношений учебных курсов внеурочной деятельности из перечня, предлагаемого школой [2], то будущий учитель математики должен уметь разрабатывать курсы внеурочной деятельности, наполнять их интересным содержанием, владеть методическими приемами, средствами ИКТ для успешной организации и проведения занятий курсов.

Поэтому со студентами мы разрабатываем как отдельные занятия для проведения внеурочных мероприятий по математике, так и программы курсов внеурочной деятельности.

Например, разработана методическая копилка внеурочных занятий межпредметного содержания для проведения курсов внеурочной деятельности по математике (рис. 1).

Методическая копилка включает в себя семь направлений, отражающих связь математики с различными областями наук: литературой, географией, экономикой, биологией, историей, искусством, краеведением. Каждое из направлений построено по следующему принципу: теоретическая часть и часть с практическими заданиями. Теоретическая часть представляет собой сочетание исторической справки, интересных фактов о роли математики в данной сфере и сведений, необходимых для решения заданий из практической части.



Рис. 1. Методическая копилка внеурочных занятий по математике

Практическая часть делится на вычислительные, интерактивные и творческие задания. Интерактивные задания являются встроенными упражнениями с платформы «LearningApps». Некоторые интерактивные задания представлены в виде полноразмерных интерактивных игр. Так, например, в рамках тематического блока «Математика в литературе» разработана игра, которая включает в себя литературные сюжеты и математические задачи. Игра «Математика помогает найти друга» разработана в рамках тематического блока «Математика в краеведении». Так как действие данной игры проходит в различных локациях Самары, то мы можем не только поучаствовать в решении математических задач, но и прямо в игре «прогуляться» по улицам родного города, познакомиться с достопримечательностями, прочитав историческую справку, узнать интересные факты. Все игры разработаны на базе онлайн-сервиса Genially. Задания можно группировать и использовать в любом удобном порядке. Более того, данная методическая разработка может быть использована и в качестве полноценного курса внеурочной деятельности по математике «Математическая диффузия».

Проведение курса внеурочной деятельности по математике «GeoGebra и архитектура города Самары» (рис. 2) предлагаем осуществлять с использованием игровых технологий.



Рис. 2. Курс внеурочной деятельности по математике «GeoGebra и архитектура города Самары»

Курс носит межпредметный характер, включает в себя математику, информатику и краеведение. Автор предлагает изучить архитектурные объекты родного города: исторический и математический аспекты (выделить геометрические фигуры, тела, описать их свойства, рассмотреть понятие симметрии на примерах зданий и др.) Такая работа будет осуществляться как по информационным источникам, так и при проведении геометрических экскурсий по городу. В классе обучающиеся будут моделировать архитектурные объекты с использованием специального программного продукта – системы динамической математики GeoGebra. Курс включает два модуля, завершением изучения первого модуля станет математическая эстафета, второго – квест.

Курс внеурочной деятельности «Геометрия города Самары» (рис. 3) включает в себя цикл математических экскурсий по улицам Самары. Задания для проведения экскурсий делятся на два типа: часть заданий необходимо выполнить во время экскурсии, часть – с использованием динамических сред GeoGebra, Desmos: нарисовать при помощи функций архитектурные объекты города, выполнить метрические измерения, спроектировать в указанных средах свой двор, любимый парк, уголок города, благоустроить их и др. Обучающиеся могут сами стать авторами как реальных, так и виртуальных математических экскурсий.

Более того, формы внеурочной деятельности должны предусматривать активность и самостоятельность обучающихся, сочетать индивидуальную и групповую работы, обеспечивать гибкий режим занятий, переменный состав обучающихся, проектную и исследовательскую деятельность, экскурсии, походы, деловые игры [1]. Поэтому в разработанных программах курсов внеурочной деятельности предлагается использование игровых технологий (например, квест, математическая эстафета, геокешинг), проведение геометрических экскурсий по улицам родного города, выполнение исследовательских заданий и др. Все курсы разработаны в рамках модели преобладания учебно-познавательной деятельности.

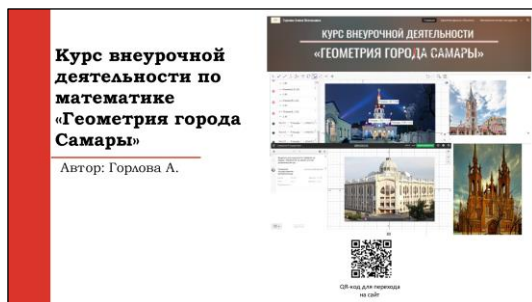


Рис. 3. Курс внеурочной деятельности «Геометрия города Самары»

Предложенные выше курсы, на наш взгляд, будут способствовать формированию ценностного отношения к истории своего родного города, позволят обеспечить реализацию концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России.

Список литературы

1. О направлении методических рекомендаций» (вместе с Информационно-методическим письмом об организации внеурочной деятельности в рамках реализации обновленных федеральных государственных образовательных стандартов начального общего и основного общего образования): Письма Минпросвещения России от 05.07.2022 № ТВ-1290/03. URL: https://rulaws.ru/acts/Pismo-Minprosvescheniya-Rossii-ot-05.07.2022-N-TV-1290_03/ (дата обращения 31.05.2024).
2. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920> (дата обращения: 31.05.2024).

ПРОБЛЕМЫ ИСТОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ МАТЕМАТИКИ, КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЖИЗНЬ, УКРАШЕННАЯ ИСТОРИЕЙ МАТЕМАТИКИ (К 85-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ПРОФЕССОРА А. Е. МАЛЫХ)

М.С. Ананьева, канд. физ.-мат. наук, доцент
*Пермский военный институт войск национальной гвардии Российской Федерации,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)*
e-mail: ananjeva@pspu.ru

А.Ю. Скорнякова, канд. пед. наук, доцент
*Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)*
e-mail: skornyakova_anna@pspu.ru

Аннотация. Статья посвящена памяти учителя, профессора Аллы Ефимовны Малых, основателя пермской историко-математической и методической научных школ.

Ключевые слова: история математики, история математического образования, профессор А.Е. Малых.

A LIFE DECORATED WITH THE HISTORY OF MATHEMATICS (ON THE 85TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH OF PROFESSOR A. E. MALYKH)

M.S. Ananyeva, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
*Perm Military Institute of the National Guard Troops of the Russian Federation,
Perm State Humanitarian and Pedagogical University (Russia, Perm)*
A.Yu. Skornyakova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Perm State Humanitarian Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The article is dedicated to the memory of the teacher, Professor Malykh Alla Efimovna, the founder of the Perm historical, mathematical and methodological scientific schools.

Keywords: the history of mathematics, the history of mathematical education, Professor Malykh A.E.

1 мая 2024 года исполнилось 85 лет со дня рождения профессора Аллы Ефимовны Малых – доктора физико-математических наук, заслуженного

работника высшей школы Российской Федерации (1999), отличника народного образования (1994), члена правления международной ассоциации «Женщины-математики», чье имя внесено во «Всемирный словарь историков математики» (Торонто, 1987); ветерана труда (1997), заведующего кафедрой геометрии, кафедрой высшей математики Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (ПГГПУ), в котором она трудилась 54 года [2; 5; 6]. Студентам она читала лекции по математике, геометрии, основам исследований и истории математики, для учителей проводила курсы повышения квалификации, аспирантов учила азам научной деятельности. В 2010 году Алла Ефимовна стала профессором года Пермского государственного педагогического университета.

Профессор А. Е. Малых – основатель пермской историко-математической и методической научных школ, руководитель аспирантуры по специальности «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» и «История науки и техники», многим ее аспирантам присвоена ученая степень кандидата физико-математических или педагогических наук.

Основные направления научных исследований профессора А.Е. Малых – конечные геометрии, комбинаторный анализ, история математики, вопросы преподавания математики, организации исследовательской работы в педагогическом вузе и школе.

Алла Ефимовна была одной из немногих женщин-математиков, занимавшихся историей науки [2]. Ей принадлежат монографии «Развитие комбинаторной теории разбиений в XIX в.», «Формирование комбинаторного анализа», «Магические квадраты в трудах ученых стран ислама (X–XIII вв.)», учебные пособия «История математики в задачах», «Лекции по истории математики» и множество других работ, всего около 400. Самой большой и серьезной любовью в преподавательской профессии Аллы Ефимовны Малых стала история математики. Кто больше повлиял на ее интересы – трудно сказать. Был ли это профессор математического факультета Пермского педагогического института Евгений Григорьевич Гонин (1910–1983) или профессор Московского университета Константин Алексеевич Рыбников (1913–2004)? К тому же в 70-е годы прошлого века оба вуза тесно сотрудничали в области комбинаторных исследований [1; 4]. Известно, что с 1965 года А.Е. Малых училась в аспирантуре Пермского государственного педагогического института по специальности «Геометрия и топология» под руководством профессора Е.Г. Гонины. О нем Алла Ефимовна всегда говорила и писала с большим уважением: «В процессе обсуждений интересующих нас вопросов я с некоторым удивлением выяснила, что его интересовали и вопросы истории комбинаторного анализа. Вспоминаю наш общий перевод с латинского языка двух трактатов великого Леонарда Эйлера. Обложившись словарями, от предложения к предложению мы реконструировали ход мысли ученого. Евгений Григорьевич от удовольствия, как всегда, потирал руки и улыбался» [1, с. 201].

Кандидатская диссертация А.Е. Малых «Возникновение и развитие конечных геометрий» была выполнена на стыке специальностей «Геометрия и топология»,

«История науки и техники». Защита проходила в 1983 году в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова. Позднее своему наставнику она посвятила книгу – «Е.Г. Гонин: жизнь, научная и педагогическая деятельность» (рис. 1).

Московские научные семинары в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова (МГУ) и Институте истории естествознания и техники имени С.И. Вавилова Российской академии наук (ИИЕТ) сыграли огромную роль в формировании научных интересов будущего профессора А.Е. Малых. В период подготовки диссертации в столице собиралась плеяда математиков, механиков, историков науки: П.С. Александров, А.Н. Колмогоров, А.П. Юшкевич, Б.А. Розенфельд, И.К. Андронов, Б.В. Гнеденко, И.Г. Башмакова, К.А. Рыбников, А.В. Дорофеева, И.А. Тюлина и другие известные ученые. Москва – центр передовой мысли, там постоянно организовывались интереснейшие конференции, лекции, семинары по истории и методологии науки.

Московским наставником для Аллы Ефимовны стал известный ученый, профессор МГУ К.А. Рыбников. Она постоянно с ним переписывалась. Своему учителю она посвятила несколько научно-популярных статей (рис. 2): «Константин Алексеевич Рыбников (к 95-летию со дня рождения)» (Живая математика: Пермский научно-популярный журнал, 2008); «О жизни и научной деятельности Константина Алексеевича Рыбникова» (Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2013).



Рис. 1. На презентации книги о Е.Г. Гонине



Рис. 2. Статья о К.А. Рыбникове

Докторская диссертация Аллы Ефимовны «Комбинаторный анализ в его историческом развитии» объединила результаты многолетних исследований и была защищена в 1992 году в ИИЕТ. Некоторые из материалов опубликованы в периодическом издании ИИЕТ «Историко-математические исследования»: «О создании Эйлером комбинаторной теории латинских квадратов» (ИМИ. Вып. 27. 1983); «Решение и развитие Эйлером комбинаторных задач, относящихся к перечислению и расположению элементов» (ИМИ. Вып. 30. 1986); «О решении некоторых задач теории соединений» (ИМИ. Вып. 32–33. 1990).

На математическом факультете ПГПУ бережно хранят материалы исследований А.Е. Малых – рукописи, статьи и монографии, среди них: «Способы описания конечных проективных плоскостей» (Комбинаторный анализ. М., 1970. № 1. С. 54–76); «К вопросу о формировании и развитии теории латинских квадратов в конце XIX – начале XX века» (Пермь, 1980. 16 с. Деп. в ВИНТИ 13.10.80 № 4336-80); «Магические квадраты в трудах арабских ученых X–XIII веков (Пермь, 1984. 33 с. Деп. в ВИНТИ 08.10.84 №6604-84); «Формирование комбинаторного анализа» (Пермь, 1989. 245 с. Деп. в ВИНТИ 01.12.89 № 7166-B89).

Для людей, мало знакомых с Аллой Ефимовной, но причастных к преподаванию математики, ее визитной карточкой стали брошюры из серии «История математики в задачах» (Ч. I–IV. Пермь, 1993–2008): Ч. I. Математика в древнем Египте и Вавилоне (1993); Ч. II. Математика в древней Греции (1993); Ч. III. Математика в Китае и Индии (1994); Ч. IV. Математика Западной Европы в Средние века и эпоху Возрождения (2010).

Для многих педагогов Алла Ефимовна стала настоящим Учителем и истинным наставником. Когда-то профессор А.Е. Малых с уважением сказала о предшественниках [3]: «... взлет математики XX века в своей основе имеет труд тысяч и тысяч известных и безымянных тружеников науки, о которых должны помнить следующие поколения математиков-ученых и математиков-преподавателей». Сегодня эти слова важны для нас – ее последователей.

Список литературы

1. Гонин Е.Г.: жизнь, научная и педагогическая деятельность (к 100-летию со дня рождения) / сост. А.Е. Малых. Пермь: Книжный мир, 2010. 376 с.
2. Капцугович И.С. Пермский педагогический в судьбах людей: документально-публицистический очерк. Пермь: Кн. мир, 2006. Кн. 1. С. 41–42.
3. Малых А.Е. О роли истории математики // Науч. журнал; под ред. Т.Г. Самхарадзе. № 5. М.: Техтеорлитиздат, 2019. С. 44–47. URL: <http://int.tgizd.ru/ru/arhiv/18539> (дата обращения: 11.03.2020).
4. Малых А.Е., Данилова В.И. Константин Алексеевич Рыбников (к 95-летию со дня рождения) // Живая математика: науч.-попул. журнал. 2008. № 3. С. 8–11.
5. Педагоги-математики Пермского педуниверситета Е.Г. Гонин, А.Е. Малых, И.Д. Пехлецкий / М.С. Ананьева, Л.П. Латышева, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных // Математика в школе. М., 2021. № 8. С. 58–70.
6. Профессор А.Е. Малых – ученый и преподаватель (1 мая 1939 г. – 13 февраля 2019 г.) / М.С. Ананьева, В.И. Данилова, Е.И. Галкина, В.И. Яковлев // История науки и техники: науч. журнал / под ред. Т.Г. Самхарадзе. 2019. № 5. С. 3–14. URL: <http://int.tgizd.ru/ru/arhiv/mount5year2019> (дата обращения: 11.03.2023).

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

И.К. Башарова, ст. преподаватель

Е.В. Мельникова, ассистент

*Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)*

e-mail: basharova_ik@pspu.ru; melnikova_ev@pspu.ru

Аннотация. Одной из главных проблем внеурочной деятельности является нехватка обучающих ресурсов. Искусственный интеллект помогает создать новые форматы внеурочных занятий, которые будут интересными и привлекательными для детей. В данной статье представлены варианты платформ с искусственным интеллектом и формы занятий с детьми. Статья ориентирована для педагогов дополнительного образования.

Ключевые слова: искусственный интеллект, образование, внеурочная деятельность, дополнительное образование

ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN EXTRA-CURRICULAR ACTIVITIES

I.K. Basharova, senior lecturer

E.V. Melnikova, assistant

*Perm State Humanitarian and Pedagogical University
(Russia, Perm)*

Abstract. One of the main problems of extracurricular activities is the lack of training resources. Artificial intelligence helps to create new formats of extracurricular activities that will be interesting and attractive for children. This article presents options for platforms with artificial intelligence and forms of activities with children. The article is aimed at teachers of additional education.

Keywords: artificial intelligence, education, extracurricular activities, additional education

Искусственный интеллект (ИИ) играет все более значительную роль в различных сферах нашей жизни, включая внеурочную деятельность. Современные технологии позволяют создавать программные решения, способные выполнять сложные задачи и учиться на основе накопленного опыта. Они становятся надежными помощниками учителей и наставников, расширяя возможности образовательной среды.

Одной из главных проблем внеурочной деятельности является нехватка обучающих ресурсов. Искусственный интеллект может существенно помочь в преодолении таких ограничений. Благодаря ИИ можно создать виртуального учителя, который будет адаптироваться к индивидуальным потребностям ученика и предлагать подходящие упражнения и задания, отслеживать прогресс, выявляя слабые и сильные стороны. Такой подход максимально эффективен и способствует развитию ученика в нужном ему направлении.

Искусственный интеллект также помогает создать новые форматы внеурочных занятий, которые будут более интересными и привлекательными для детей и подростков. Одним из таких форматов являются технологии виртуальной и дополненной реальности, а также разнообразные образовательные платформы на основе искусственного интеллекта, позволяющие ученикам углубиться в увлекательный мир науки, искусства и спорта. Это стимулирует интерес к изучению нового и развивает творческое мышление.

Занятия с использованием искусственного интеллекта развивают детей, учат их анализировать и фильтровать информацию, находить ошибки и задавать вопросы.

ИИ можно использовать в качестве ассистента для генерации текстов, тренажеров для учителей и учащихся, аудиоконтента, видеоконтента или нейроиллюстраций, для оформления материалов.

Для образования в арсенале ИИ имеются платформы изучения языков, спортивные тренажеры, интерактивные роботы, приложения для саморазвития, создания графических и звуковых эффектов, виртуальные экскурсии, множество развивающих и развлекающих игр и др.

Приведем несколько конкретных примеров использования искусственного интеллекта во внеурочной деятельности:

1. В математическом контексте занятий ИИ можно использовать для следующих целей:

- быстрого решения сложных математических задач;
- генерации математических идей и доказательств;
- автоматизации математических расчётов;
- анализа и интерпретации данных: ИИ может анализировать большие объёмы данных и выявлять закономерности, что может быть полезно в исследованиях по математике;
- обучения и развития: ИИ может быть использован для создания обучающих программ и алгоритмов, которые помогут учащимся изучать математику на разных уровнях.

2. Проектная деятельность в современном образовании набирает обороты, достаточно продуктивная в плане развития критического мышления, любознательности и способности самостоятельно обучаться. Проектная деятельность с использованием ИИ может включать создание генераторов текстов и генеративных моделей изображений. Учащиеся могут использовать нейросети для создания уникальных текстов и изображений на основе заданных ключевых слов или предложений. Это помогает развивать творческие навыки и учиться применять новые технологии в учебном процессе.

3. Приложения для изучения языков. Платформы с искусственным интеллектом, такие как Duolingo, помогают детям и взрослым изучать иностранные языки через интерактивные уроки, персонализированные под каждого пользователя. Искусственный интеллект адаптирует программу обучения в зависимости от прогресса и ошибок учащегося.

4. Обучение нейросети, например с помощью ресурса Teachable Machine. Научить компьютер распознавать изображения, звуки, позы. Это легкий способ создать модель машинного обучения для своего сайта, приложения или другого ресурса. Достоинствами данного ресурса являются удобный интерфейс, не требующий навыков программирования, автоматизация создания модели машинного обучения без специальных знаний в области обработки данных, поддержка нескольких типов ввода (изображение, звук и поза), обратная связь о точности модели в режиме реального времени, поддержка нескольких вариантов экспорта: TensorFlow.js, TensorFlow Lite и Core ML.

5. Посредством ИИ имеется возможность экспериментировать со звуками и создавать уникальные мелодии в приложении The Infinite Drum Machine, создавая произведения из тысячи повседневных звуков. Это способствует развитию

музыкального вкуса, чувства ритма, творческого мышления, воображения и получению удовольствия от процесса создания музыки.

6. Игровые приложения для развития навыков. Приложения типа Lumosity используют искусственный интеллект для создания игровых заданий, направленных на развитие когнитивных способностей, таких как память, внимание и логическое мышление.

7. В игре Shadow Art попробовать себя в искусстве создания персонажей из тени. Игроку нужно согласно схеме сложить пальцы на руках за отведенное время. Алгоритм распознает жест и «оживит» одну из 12 кукол, соответствующих символам китайского зодиака. Необходима камера смартфона или ПК. Доступный любому возрасту контент достаточно азартно вовлекает в процесс соревнования, чтобы за определенное время «оживить» максимальное количество персонажей. Это уникальный и персонализированный опыт ученика благодаря интерактивным функциям ИИ способствует развитию воображения, ловкости рук.

8. С помощью ИИ можно организовать и групповую деятельность, например задать промт из 10 слов и сгенерировать 3–4 картинки. Соперник должен понять, какой промт использован для создания изображения. Данную работу можно организовать, используя инструмент Kandinsky. Достоинства ресурса: мультиязычность, разные стили и техники рисования, высокая детализация сгенерированных изображений, возможность редактировать полученные картинки, простота регистрации, бесплатный доступ к полному функционалу нейросети, разнообразие версий: веб-сервисы, программы, мобильные приложения, боты в VK и Telegram.

9. Развлекательные графические платформы с ИИ-Нейрокрокодил и Quick, Draw-анализируют рисунок учащегося, отгадывают объект и параллельно учатся распознавать рисунки. Эти ресурсы развивают навыки рисования, креативности, логического мышления, пространственного воображения, тренируют память, внимательность, улучшают координацию движений и мелкой моторики. Есть возможность соревноваться с другими игроками, улучшать свои результаты и многое другое.

Однако на пути использования искусственного интеллекта во внеурочной деятельности есть и некоторые ограничения:

1. Проблема конфиденциальности и безопасности данных. Искусственный интеллект собирает и анализирует большое количество информации о пользователе, поэтому важно обеспечить надежную систему защиты данных.

2. Следует помнить о важности присутствия человеческого фактора. Аспекты, в которых люди превосходят ИИ, такие как эмпатия, понимание контекста и способность принимать решения на основе человеческих качеств. Учитель способен культивировать мышление у себя и учеников, а также обучать критическому мышлению и анализу, в то время как алгоритмы не обладают эмпатией и не способны понимать человеческие эмоции. Личное общение с учителем, обмен опытом и эмоциональная поддержка очень важны для развития

учащихся. Даже самый совершенный ИИ не может заменить человеческий фактор, поэтому следует находить баланс между использованием технологий и традиционными методами обучения.

Таким образом, искусственный интеллект во внеурочной деятельности имеет огромный потенциал для развития и обогащения образовательной среды. Он помогает преодолеть ограничения ресурсов, адаптироваться к индивидуальным потребностям учеников и создать новые форматы обучения.

Список литературы

1. Алиев С.Р. Искусственный интеллект и его применение в образовании // Современные информационно-коммуникационные технологии. 2022. № 13. С. 5–7.
2. Латышева Л.П., Олехов А.А., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л., Мельникова Е.В., Лаптева Т.Д. Обучение школьников основам технологий искусственного интеллекта в условиях дополнительного образования // Информатика в школе. 2023. № 1. С. 32–41.

ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ

И.Н. Власова, канд. пед. наук, доцент

*Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)*

e-mail: vlasova@pspu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы о целесообразности использования историко-математического материала в подготовке будущих учителей, а также наиболее эффективные формы и методы организации работы студентов при изучении историко-математических сведений.

Ключевые слова: историко-математический компонент, профессиональная подготовка будущего учителя, олимпиада по истории математики

HISTORICAL AND MATHEMATICAL MATERIAL IN THE PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE TEACHERS

I.N. Vlasova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Perm State Humanitarian and Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The article discusses questions about the appropriateness of using historical and mathematical material when working with students, as well as the most effective forms and methods of organizing the work of future mathematics teachers when studying historical and mathematical information.

Keywords: historical and mathematical component, professional training of a future teacher, Olympiad in the history of mathematics

Развитие профессионализма выпускников является стратегической целью университетского образования. О значительном образовательном и развивающем потенциале историко-математического знания в подготовке будущего учителя математики неоднократно писали ученые Ю.А. Дробышев [2], А.Е. Малых [1, 4] и другие.

В различных учебных курсах историко-математический материал, как правило, присутствует. Однако он обычно используется для формального обзора того, что раньше говорили по поводу изучаемого вопроса. При этом обращение к истории вопроса носит сугубо информационный характер, поэтому не способствует развитию методических компетенций и воспитанию математической культуры студентов. Таким образом, возникает проблема выбора форм и методов организации работы студентов с историко-математическим материалом.

Эвристический и прогностический потенциал истории математики, различные функции историко-математического знания и различные типы историко-математических исследований обуславливают различные функции историко-математического компонента в структуре педагогического образования [2].

Во-первых, историко-математический компонент в содержании педагогического образования представлен, как правило, элективными курсами по истории математики, которые призваны:

- информировать студентов о наиболее значимых математических идеях, методах, событиях жизни и деятельности выдающихся математиков;
- способствовать формированию у студентов целостного представления о логике развития математического знания, движущих силах и детерминантах этого процесса, его взаимосвязи с экономической, политической и культурной эволюцией общества;
- обеспечивать развитие у студентов понимания механизмов становления и развития важнейших математических идей и методов.

Во-вторых, историко-математический компонент в содержании педагогического образования представлен историко-математическими знаниями, включенными в состав самых различных математических и методических дисциплин (теория чисел, математический анализ, методика обучения математике и т. п.). В данном контексте историко-математические знания, как правило, призваны:

- продемонстрировать значение той или иной общей или частной математической проблемы, освятить авторитетом прошлого как необходимость ее изучения;
- показать, какие этапы развития были пройдены различными учеными, как осуществлялось изучение данной проблемы, подведя, таким образом, студентов к пониманию современного состояния вопроса.

Однако следует признать, что стремление сделать педагогическое образование единым и более практико-ориентированным не позволяет надеяться в перспективе на увеличение часов на математический и методические модули в учебных планах. В связи с этим возникает проблема с поиском форм и методов организации работы студентов с историко-математическим материалом.

Одной из распространенных форм может стать работа с источниками, причем в качестве источников могут быть использованы не только книги по истории математики, но и школьные учебники по математике. Организовать работу с текстами по истории математики можно по-разному: изучить источник и ответить на заранее подготовленные вопросы; составить комментарий или вопросы к тексту; сделать сравнение, анализ исторического материала в разных источниках (школьный учебник, книга по истории математики и интернет-источник); подготовить эссе, реферат, конспект, схему на основе исследования того или иного исторического текста.

Работа с первоисточниками, например с арифметикой Магницкого или другими публикациями и пособиями по математике XVIII–XIX веков, даст студентам «почувствовать» эпоху и ее особенности.

Создание презентаций по математическим методам, идеям или о жизни выдающихся математиков прошлого, просмотр кинофильмов «Математика и подъем цивилизации», «Человек, который изменил всё» и других, работа с сайтами историко-математической направленности [3] позволят анализировать историю математики с позиции концентрации внимания на человеке как базовой ценности и цели воспитания и образования.

Другой эффективной формой организации работы могут быть экскурсии (посещение музеев или специализированных выставок), проведение различного рода олимпиад, конкурсов, семинаров, конференций, организация исследовательского кружка.

В 2024 году темой Всероссийской олимпиады молодых учителей по математике и методике ее преподавания стала «История математики в школьном курсе математики». Содержание математических и методических заданий олимпиады строилось на историко-математическом материале по истории чисел, геометрической алгебре, старинным методам решения математических задач, именным теоремам.

Олимпиада была посвящена 85-летию выдающегося ученого в области геометрии и истории математики, профессора, доктора физико-математических наук Малых Аллы Ефимовны.

Так один из методических кейсов был посвящен работе с исторической справкой, представленной в учебнике по математике. В школьных учебниках по математике, особенно 5–7 классов, представлено много исторических сведений. Одной из приоритетных целей обучения математике является подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики

и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества.

В учебнике по математике шестого класса представлена следующая историческая информация: «История дробей насчитывает около пяти тысячелетий. Впервые доли числа встречаются в египетских папирусах и на вавилонских глиняных табличках. Первой дробью, которую стали использовать, стала половина, затем появилась четверть, треть и т. д. У египтян использовались дроби с числителем единица: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ и т. д. Дроби записывались с помощью иероглифов. Только дроби $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ имели своё

обозначение. При расчетах дроби записывались в виде суммы. Например, $\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}; \frac{7}{15} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{120}$.

Существовали специальные таблицы, в которых дроби представлялись в виде суммы долей. Египтяне умели складывать, делить и умножать доли числа. Египетские дроби использовались древнегреческими учёными и математиками других стран до Средних веков».

1. Какие с точки зрения истории математики важно (возможно) дать комментарии и *уточнения* школьникам при работе с этой справкой, с целью формирования логико-исторического мышления учащихся, полноты представлений учащихся о истории дробей.

2. Запишите 2-3 приёма обучения, которые можно использовать в работе с этой исторической справкой. Кратко опишите их.

3. Какой из перечисленных приёмов обучения можно применять на уроке? Опишите фрагмент урока по работе с исторической информацией, указав тему урока, место приема и деятельность учителя и обучающихся. Одна из задач Вашего урока – «подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества» (федеральная рабочая программа по математике).

Список литературы

1. Безенкова Е.В., Малых А.Е. О роли истории математики в развитии общей культуры учащихся // Вопросы математики, ее истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах : материалы Всероссийской научно-практической конференции студентов математических факультетов, Пермь, 04 апреля 2017 г. Вып. 10. Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2017. С. 8–9.

2. Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. История математики в педагогическом образовании // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов :

материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Брянск, 07–09 октября 2021 г. Брянск: Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, 2021. С. 116–119.

3. Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. Сайты историко-математической направленности в деятельности преподавателя математики // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы VII Международной научной конференции, Красноярск, 19–22 сентября 2023 г. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2023. С. 274–277.

4. Малых А.Е. О роли истории математики // История науки и техники. 2019. № 5. С. 44–47.

ДОКТОР ФИЛОСОФИИ, УЧИТЕЛЬ УЧИТЕЛЕЙ ТАТАРСТАНА

М.Ф. Гильмуллин, канд. пед. наук, доцент

Елабужский институт Казанского федерального университета

(Россия, Елабуга)

e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com

Аннотация. В статье сообщается об уникальном жизненном пути и деятельности известного в Татарстане и Поволжье педагога-математика Альфреда Максовича Люстига, выпускника Венского университета.

Ключевые слова: Альфред Максович Люстиг, Вена, Елабуга, педагог-математик.

DOCTOR OF PHILOSOPHY, TEACHER OF TATARSTAN TEACHERS

M.F. Gilmullin, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Elabuga Institute of Kazan (Volga Region) Federal University (Russia, Elabuga)

Abstract. The article reports on the unique life path and activities of Alfred Maksovich Lustig, a well-known teacher-mathematician in Tatarstan and the Volga region, a graduate of the University of Vienna.

Keywords: Alfred Maksovich Lustig, Vienna, Elabuga, teacher-mathematician.

Сейчас в связи с происходящими в мире процессами нам приходится переосмысливать многие события нашей истории. В том числе что и как происходило в истории математики и математического образования. В эти области большой вклад внесли и иностранные математики, верой и правдой служившие на благо нашей страны. И это не только великий Эйлер.

Многие поколения выпускников физико-математического факультета Елабужского государственного педагогического института (ныне Елабужский филиал Казанского федерального университета) с благодарностью вспоминают своего наставника – Мастера и Учителя – Альфреда Максовича Люстига (1908–1985). У этого человека поистине уникальная судьба [1]. Альфред Максович Люстиг родился 10 октября 1908 года в Вене, столице Австрии. Его отец был мастером-краснодеревщиком, мать – домохозяйкой. Получил среднее образование: пять лет начальной школы и восемь лет гимназии. В 1927 году он поступил в Венский университет на философский факультет по специальности «физика», окончил его в 1932 году с золотой медалью.

В течение четырёх лет молодой Альфред Люстиг занимался изучением физических и математических наук. На основании его диссертации о броуновском движении и сданного им докторского экзамена, Альфред Максович получил в феврале 1932 года степень доктора философии.

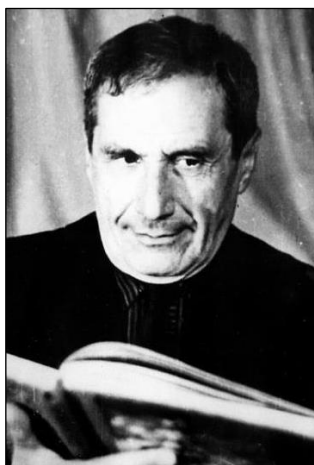


Рис. 1. А.М. Люстиг

В течение последующих шести лет он работал научным ассистентом в физическом институте Венского университета. Его обязанностью было руководить студентами, работавшими в институте, и содействовать в физико-технических экспертизах директору института профессору Ф. Эренгафта. Он лично общался с известными физиками: Эйнштейном, Бором и Паули. Кроме того, молодой учёный А.М. Люстиг опубликовал восемь научных работ в физических журналах на немецком языке. В 1908–1939 годах он постоянно проживал в Вене.

В июне 1938 года в связи с оккупацией Австрии немцами А.М. Люстиг потерял, как и все евреи, свою должность в государственном учреждении и остался безработным. В октябре 1939 года германские власти принудили тысячи евреев, в том числе и его, уехать в оккупированную часть бывшей Польши. С разрешения погранич-

ников он перешёл советскую границу 30 октября 1939 года.

С этого дня Советский Союз стал его второй родиной. Потом А.М. Люстиг два месяца жил в городе Станиславе (ныне Ивано-Франковск) на Западной Украине. В начале 1940 года его направили в город Казань. «Татспирттрест», в системе которого он работал, отправил его в г. Елабугу. Здесь он трудился с 24 января 1940 года сменным химиком в лаборатории спиртзавода.

Его знания позволяли ему работать в недавно открытом (1939 г.) Елабужском государственном учительском институте. По личному заявлению он был туда принят с 20 декабря 1940 года, первоначально старшим лаборантом физического кабинета. Затем ему была поручена преподавательская работа по обучению

студентов немецкому языку. В заявлении он писал: «Я владею всю область математическо-физических наук, хотя я чувствую себя ещё неспособным к преподаванию этих предметов по-русски. Но мой родной язык немецкий, и я думаю, что я в состоянии преподавать немецкий язык». Альфред Максович к работе относился добросовестно, учебный план по немецкому языку выполнял, продемонстрировал положительные результаты в своей работе.

Во время войны А.М. Люстиг с оружием в руках встал на защиту своей новой родины. В январе 1942 года он был призван в ряды Красной армии, в ноябре 1942 года был ранен. С этого времени и до апреля 1943 года он работал, как и прежде, преподавателем немецкого языка в учительском институте. С апреля 1943 года был снова призван на фронт, воевал на втором Прибалтийском фронте рядовым стрелком. Был вторично тяжело ранен, снова вернулся в Елабугу.

А. М. Люстиг имел боевые награды, в частности орден Славы III степени. В 1947 году Верховным Советом СССР он был награждён медалью «За доблестный труд в Великой Отечественной войне». Однако наград своих он никогда не носил.

С мая 1945 года, со Дня Победы, Альфред Максович Люстиг вернулся к своим любимым занятиям наукой и преподаванию. Его назначили старшим преподавателем кафедры физики и математики в учительском институте. Он вёл курсы элементарной и высшей математики, которые, кстати, в годы войны преподавал академик В.И. Смирнов. С этого времени вся его жизнь была посвящена обучению студентов математическим дисциплинам.

Долгое время он потратил на восстановление документов о своём австрийском образовании и степени. В 1958 году получил подтверждение диплома Венского университета. Решением Высшей аттестационной комиссии от 10 октября 1964 года А. М. Люстиг был утверждён в учёном звании доцента на кафедре математики.

Его высокий научный авторитет был признан ещё раньше. 18 сентября 1961 года он был назначен заведующим кафедрой математики [2]. Он проработал на этой должности до 16 июня 1967 года, до освобождения по личному заявлению. Его заслуги в развитии математических кафедр огромны. Он уделял много внимания повышению уровня теоретической подготовки преподавателей кафедры. Многие преподаватели факультета учились у Альфреда Максовича, а потом работали под его руководством и пользовались максимальной поддержкой с его стороны.

Научные работы, написанные им в Елабуге, были связаны с различными проблемами математического анализа. Например, в первом томе «Учёных записок Елабужского государственного педагогического института», вышедшем в 1956 году, опубликована его статья «Некоторые вопросы классификации бесконечно дифференцируемых функций». Он был членом редколлегии томов «Учёных записок», посвящённых физико-математическим наукам.

Его педагогическое мастерство и высокая научная квалификация были признаны как руководством вуза, так и его учениками. А.М. Люстиг был занесён в

Книгу почёта Елабужского государственного педагогического института (1965 г.). За достигнутые успехи в развитии образования Указом Президиума Верховного Совета СССР от 30 сентября 1966 года он был награждён орденом «Знак почёта».

Учителя математики нашего региона с благодарностью вспоминают его занятия, чёткие и доступные лекции, консультации. Всех поражала его эрудиция, высокая культура общения, тактичность и вежливость. Он был порядочнейшим человеком, кристально честным, справедливым и ответственным. Успеваемость у Альфреда Максовича всегда была высокой, так как он преподавал математику доступно.

Известно, что А.М. Люстиг быстро научился русскому языку, и не только разговаривать, но и преподавать на очень высоком уровне. Его русский язык был безукоризненно правильным. О его познаниях в русской грамматике ходили легенды. Выучил он и татарский язык. Что касается его немецкого языка, то уникальная возможность общения с носителем языка использовалась на кафедре иностранных языков с большим успехом. Хорошо владел он ещё английским и венгерским языками.

С 12 июля 1969 года по собственному желанию А.М. Люстиг был освобождён от занимаемой должности в связи с выходом на пенсию. Несмотря на то, что находился на заслуженном отдыхе, он активно участвовал в учебном процессе и в общественной жизни института. Ежегодно с 1971 до 1982 года он возглавлял Государственную экзаменационную комиссию на физико-математическом факультете.

Альфред Максович нашёл в Елабуге не только вторую родину, но и свою семью. Он был женат на Лидии Алексеевне Беляевой, у них было двое детей: Михаил и Зинаида. Альфред Максович воспитывал детей по своим принципам. Дети тоже преподавали в вузах: сын – математику, дочь – иностранные языки.

Альфред Максович прожил в Елабуге более 40 лет. Он любил Елабугу, окрестности города, Каму. Когда-то после ранения и выздоровления ему предлагали вернуться в Австрию. Но он вернулся в Елабугу, чтобы остаться тут навсегда. Он скончался 21 марта 1985 года, похоронен на елабужской земле. Австрийский антифашист, солдат Красной армии, учёный-физик и математик, прекрасный педагог, учитель учителей Татарстана – о таком человеке мы должны хранить память вечно.

Список литературы

1. Гильмуллин М.Ф. Альфред Максович Люстиг // Вестник ЕГПУ. 2008. № 1. С. 93–95.
2. Гильмуллин М.Ф. Физико-математический факультет: годы и люди // Физико-математическое образование: проблемы и перспективы: Материалы Всероссийской научно-методической конференции, посвященной 60-летию юбилею физико-математического факультета. Елабуга: Изд-во ЕИ КФУ, 2013. С. 3–7.

К 90-ЛЕТИЮ ЖУРНАЛА «МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ»

С.И. Калинин, д-р пед. наук, профессор

А.Н. Соколова, канд. пед. наук

Вятский государственный университет (Россия, Киров)

e-mail: kalinin_gu@mail.ru; junell@inbox.ru

Аннотация. Статья посвящена 90-летию юбилею научно-теоретического и методического журнала «Математика в школе». В ней кратко представляется история формирования журнала, даётся характеристика его основных рубрик, осмысливается проблематика публикаций.

Ключевые слова: научно-теоретический и методический журнал «Математика в школе», учитель математики, авторы, читатели.

**FOR THE 90TH ANNIVERSARY OF THE MAGAZINE
«MATHEMATICS AT SCHOOL»**

S.I. Kalinin, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

A.N. Sokolova, Candidate of Pedagogical Sciences

Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The article is dedicated to the 90th anniversary of the scientific, theoretical and methodological magazine «Mathematics at School». It briefly presents the history of the formation of the magazine, describes its main sections, and comprehends the problems of publications.

Keywords: scientific, theoretical and methodological magazine «Mathematics at School», math teacher, authors, readers.

Научно-теоретический и методический журнал «Математика в школе» в 2024-м году празднует своё 90-летие.

Следует отметить, что предпосылкой к появлению периодического издания для учителей математики можно считать выход двух выпусков неперидического сборника «Математика в школе», посвящённых вопросам преподавания математики в трудовой школе первой ступени в 1924 году в Ленинграде. Упомянутый сборник выходил также в 1925 и 1926 годах. Позднее, в 1930 году, в Москве стал издаваться методический журнал «Физика, химия, математика, техника в трудовой школе» под общей редакцией профессора П.П. Лебедева. Периодическое издание методического сборника с названием «Математика и физика в школе» восходит к маю 1934 года. Именно эта дата считается годом рождения «Математики в школе». Данный сборник выходил по 1936 год, после чего в 1937 году из него выделился и стал выпускаться под привычным сегодня названием журнал «Математика в школе» [1].

С первых лет своего существования журнал поддерживал тесную связь с Наркомпросом РСФСР, Министерством просвещения, с созданной в годы Великой Отечественной войны (в 1943 году) Академией педагогических наук РСФСР, с учёными-математиками, авторами учебников и методических пособий по математике: А.Я. Хинчиным, А.П. Киселёвым, А.Н. Колмогоровым, П.С. Александровым, А.И. Маркушевичем, Н.Я. Виленкиным, К.И. Нешковым, Н.И. Сырневым, А.И. Фетисовым, С.И. Шварбурдом, И.М. Ягломом и многими другими; с передовыми учителями, широкой читательской аудиторией.

На страницах журнала «Математика в школе» освещалась деятельность международных, всесоюзных, всероссийских математических конгрессов, съездов, форумов, конференций, симпозиумов, школ и семинаров; были представлены результаты работы различных методических объединений, институтов усовершенствования учителей, институтов развития образования.

Именно в «Математике в школе» обсуждались имевшие место реформы содержания математического образования, актуальные вопросы преподавания математики, тенденции в развитии школьного математического образования, зарождение и развитие олимпиадного движения, вступительные испытания в ведущие вузы страны.

Сегодня журнал публикует официальную информацию Министерства науки и высшего образования, Министерства просвещения РФ, Стандарты среднего математического образования.

В определённые периоды в журнале размещались сведения о защите кандидатских и докторских диссертаций по теории и методике обучения математике.

Таким образом, содержание журнала позволяет проследить не только историю развития математики как ведущего школьного предмета, но и российского образования в целом с конца 1930-х годов по наше время.

Кратко охарактеризуем основные на текущий момент рубрики журнала «Математика в школе».

Так, рубрика «Актуальная тема» посвящена обсуждению насущных проблем школьного математического образования, а в рубрике «Экзамены» представлено содержание и процедуры проверки знаний, в том числе ЕГЭ, ОГЭ. В рубриках «Консультация» и «Открытый урок» опытные учителя, методисты, педагоги, учёные делятся с читателями своими секретами преодоления трудностей, возникающих в процессе обучения математике.

Популярная рубрика «Олимпиады» освещает задачи, предложенные на известных международных и всероссийских соревнованиях по математике – Всероссийской олимпиаде школьников, «ФИЗТЕХ», «Ломоносов», «Покори Воробьёвы горы» и др.

На страницах журнала продолжают функционировать традиционные рубрики: «Методический семинар», «Проблемы и суждения», «Профильное обучение»,

«Повышение квалификации», «Из истории математического образования», «Задачи».

Информация о выдающихся учёных, часто приуроченная к юбилейным датам, представлена в рубрике «Деятели науки и просвещения». «Вне урока» предлагает читателям-учителям материалы для организации внеклассных мероприятий по математике. Апробации новых методик, технологий обучения математике посвящена рубрика «Эксперимент».

В важной для определённого круга читателей рубрике «Хроники» публикуется содержательная информация о прошедших научно-практических мероприятиях различного уровня, в том числе о Международном научном семинаре преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов.

Большое внимание редакция уделяет качеству оформления публикуемых материалов. На обороте обложек часто располагаются цветные иллюстрации. Каждая статья имеет индекс УДК, международный код DOI, аннотацию и ключевые слова на русском и английском языках, указывается тип публикации (научная статья, обзорная статья, рецензия на книгу и др.).

Журнал «Математика в школе» старается знакомить читателя не только с методическими вопросами отечественного математического образования, но и с зарубежным опытом обучения математике, в том числе анализирует структуру и уровень преподавания, проведение олимпиад для учащихся, содержание выпускных экзаменов. В последние годы на страницах журнала опубликованы статьи по вопросам итоговой аттестации и вступительных испытаний по математике в Египте, Финляндии, Вьетнаме, Сербии, Саудовской Аравии, Грузии, Италии, США. Анализ зарубежного опыта позволяет объективно оценить отечественную систему итоговой аттестации, обратить внимание на её достоинства и недостатки.

Журнал «Математика в школе» открыт для сотрудничества авторам учебников и мультимедийных пособий по математике, школьным учителям математики и преподавателям вузов, учёным и аспирантам, руководителям методических семинаров, институтов и курсов повышения квалификации, специалистам всех профилей математического образования.

Подробная информация для авторов о правилах оформления рукописей статей представлена в разделе журнала «Математика в школе» на официальном сайте издательства «Школьная пресса» [2]. Там же можно приобрести электронную версию любого выпуска журнала (в том числе архивную) или купить отдельную статью. Покупка статьи оформляется через оглавление номера. Для удобства на сайте имеется возможность ознакомиться с содержанием первой страницы статьи, чтобы оценить её соответствие интересам читателя. Стоимость одной статьи относительно невелика и зависит от количества страниц.

Обложка журнала «Математика в школе» за прошедшие 90 лет менялась в соответствии с требованиями времени (рис. 1), однако во все времена журнал был и остаётся оперативным посредником между школьными учителями и учёными-

ПРОБЛЕМЫ ИСТОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ МАТЕМАТИКИ, КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

математиками, методистами, разработчиками новых образовательных программ, учебников, экзаменационных материалов.



Рис. 1. Обложки журнала в разное время

В честь юбилея журнала во всех его выпусках текущего 2024-го года размещаются мнения об издании членов редакционной коллегии, сотрудников редакции, авторов и читателей, выражающие, в частности, видение перспектив развития журнала на ближайшие годы.

Работа с актуальными и архивными номерами «Математики в школе» может послужить читателю источником новых задач, методических идей, помочь организовать внеклассную деятельность школьников по математике.

Список литературы

1. Журнал «Математика в школе»: 90 лет на службе математическому образованию // Математика в школе. 2024. № 1. С. 3–4.

2. Раздел журнала «Математика в школе» на сайте редакции «Школьная пресса». URL: http://www.schoolpress.ru/products/magazines/index.php?SECTION_ID=42&MAGAZINE_ID=94734 (дата обращения: 27.05.2024).

ИСТОРИКО-МУЗЕЙНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Л.П. Латышева, канд. пед. наук, доцент
А.Ю. Скорнякова, канд. пед. наук, доцент
Е.Л. Черемных, канд. пед. наук, доцент
Т. Д. Лаптева, преподаватель

*Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)*

e-mail: latysheva@pspu.ru; skornyakova_anna@pspu.ru;
cheremnyhel@pspu.ru; lapteva_td@pspu.ru

Аннотация. В статье рассматривается опыт организации историко-музейной деятельности на математическом факультете как одного из востребованных направлений профессиональной научно-методической подготовки будущих учителей математики в педагогическом вузе.

Ключевые слова: педагогический вуз, учитель математики, историко-математическая компетентность, обучение математике, историко-музейная деятельность

HISTORICAL AND MUSEUM ACTIVITIES IN PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

L.P. Latysheva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
A.Yu. Skornyakova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
E.L. Cheremnykh, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
T.D. Lapteva, Teacher

Perm State Humanitarian Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The article examines the experience of organizing historical and museum activities at the Faculty of Mathematics as one of the most sought-after areas of professional scientific and methodological training of future mathematics teachers at a pedagogical university.

Keywords: pedagogical university, mathematics teacher, historical and mathematical competence, teaching mathematics, historical and museum activities.

В настоящее время происходят серьезные изменения, связанные с цифровизацией различных сфер человеческой деятельности, в том числе образования и культуры [1]. С каждым годом появляется всё больше цифровых технологий, которые стремительно усложняются, приобретая черты «человеческого» разума и вытесняя инструментарий предыдущих поколений. Вычислительная и другая современная техника совершенствуется на основе нейросетевых технологий, представляющих собой самообучающиеся системы, моделирующие деятельность человеческого мозга. И в целом все активнее во многие области развития цивилизации внедряется искусственный интеллект как специально созданная система, способная с недоступной человеку высокой результативностью выполнять функции, обычно требующие человеческого интеллекта, в том числе самообучаться, иметь доступ к огромным по объему массивам данных, создавать из них базы знаний и обрабатывать их.

Благодаря цифровым технологиям в настоящее время максимально быстро решается целый комплекс актуальных и важных задач: контроля затрат рабочего времени и материальных ресурсов; уменьшения трудоемкости и обеспечения оперативности, автоматизации рабочих процессов; ведения электронного документооборота, создания цифровых архивов, онлайн-музеев и др.

Безусловно, первоначальные сведения о современном уровне развития названных технологий актуальны в сфере образования. Но при этом по-прежнему одной из важнейших задач обучения математике в школе является формирование у обучающихся вычислительной культуры, основу которой составляет осознанное и прочное усвоение устных и письменных приемов вычислений. При этом школьная программа предусматривает ознакомление учащихся с фактами из истории математики. И это не случайно, ведь любая наука строится на фундаменте знаний, добытых предшествующими поколениями. А без их усвоения трудно понять все новое, происходящее в математике и других дисциплинах [2]. На наш взгляд, качественное формирование у будущих учителей математики историко-математической компетентности возможно благодаря их историко-архивной деятельности еще на этапе подготовки в педагогическом вузе.

Так, на математическом факультете Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (ПГГПУ) с 2021 года функционирует музей вычислительной математики «Digital-эволюция» (далее – Музей), деятельность которого как факультетского структурного подразделения регламентирована Положением. Целью работы Музея является обеспечение эффективного механизма проведения мероприятий в форме дополнительного образования, организации научной, учебной и внеучебной деятельности студентов в интересах популяризации математического знания и методики его изучения.

В рамках музея осуществляется деятельность следующих видов:

- *научная*: изучение истории вычислительной математики, истории информатики и вычислительной техники (архивная работа); описание и изучение наследия Пермского края;

– *культурно-просветительская*: координация и организация различных культурных встреч, фестивалей, выступлений разных коллективов, активная пропаганда достижений истории информатики и вычислительной техники; проведение экскурсий для студентов вузов и учебных заведений СПО, учащихся школ, лицеев, гимназий, а также создание и совершенствование выставочной экспозиции Музея;

– *образовательная*: проведение мастер-классов, лекций и занятий для различного контингента обучающихся.

Будущим педагогам важно взаимодействие с учащимися еще во время вузовской подготовки, поэтому студенты с интересом проводят в Музее интерактивные экскурсионные мероприятия разных форматов для обучающихся образовательных организаций города, учитывая индивидуальные особенности школьников. Например, для учеников основной общеобразовательной школы в экскурсионную программу входят настольная дидактическая игра «Всё есть число», разработанная студентами факультета и позволяющая формировать у школьников представления об истории вычислительной техники (сложность заданий в игре для параллелей 5–6-х и 7–8-х классов варьируется), и мастер-класс на тему «Арифмометр: как это работает?» (см. рис. 1).

Программа интерактивной экскурсии для обучающихся 9–11-х классов средней общеобразовательной школы и учебных заведений СПО вместе с экскурсом по истории экспонатов в форме дидактической игры «История развития вычислительной техники» предусматривает проведение дебатов на тему «Использование вычислительных приборов при обучении математическим дисциплинам: хорошо это или плохо?».

Музей «Digital-эволюция» имеет свою страницу в социальной сети «ВКонтакте» (https://vk.com/mf_digital_evolution), где студенты и магистранты факультета публикуют разработанный ими в рамках проектно-технологической практики и различных методических дисциплин образовательный контент, посвященный экспонатам Музея (рис. 2). Так, в группе уже опубликованы статьи (см. рис. 2), видео, сценарии игр с интересной информацией об экспонатах, инструкции по работе с ними, ссылки на тематические ресурсы и т. д.



Рис. 1. Фрагменты интерактивных экскурсий, проводимых студентами второго и пятого курсов математического факультета ПГТПУ

ПРОБЛЕМЫ ИСТОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ МАТЕМАТИКИ, КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК
И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

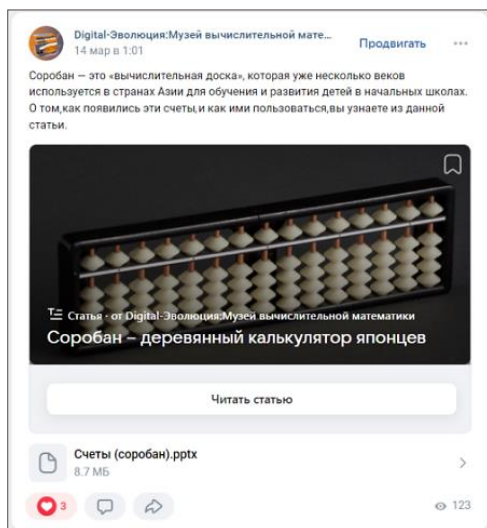
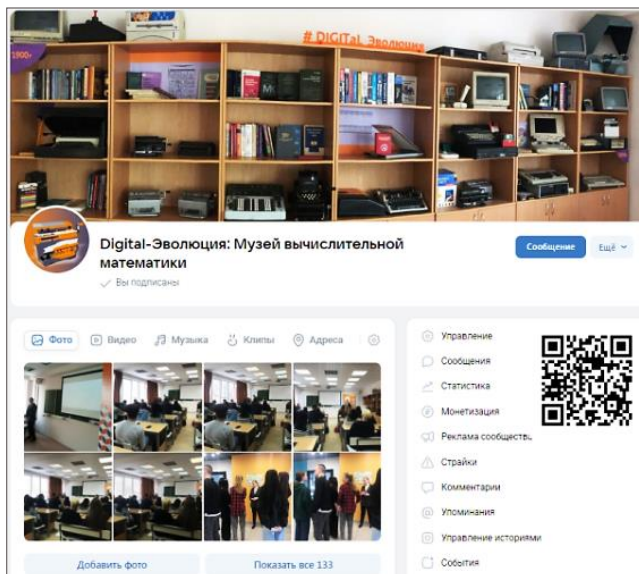


Рис. 2. Группа Музея «Digital-эволюция» в «ВКонтакте»

Обозначенная выше историко-музейная деятельность студентов должна быть признана заслуживающей внимания. Благодаря участию в организации разного

рода экскурсионных мероприятий в Музее студенты в период вузовского обучения активно готовятся к решению многоплановых задач в рамках представленной в общих положениях ФГОС ВО будущей профессиональной деятельности следующего характера: педагогической, проектной, методической, организационно-управленческой, культурно-просветительской, а также деятельности сопровождения. К тому же выполнения будущими учителями математики историко-архивной работы способствует формированию у них историко-математической компетентности [3].

Список литературы

1. Пичкурова И.А. Новые цифровые технологии современного музейного мира // Вестник Кемеровского государственного университета культуры и искусств. 2022. № 58. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/novye-tsifrovye-tehnologii-sovremennogo-muzeynogo-mira> (дата обращения: 26.05.2024).
2. Малых А.Е., Пестерева В.Л. Использование исторических сведений в обучении математике // Ярославский педагогический вестник. 2011. № 3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-istoricheskikh-svedeniy-v-obuchenii-matematike> (дата обращения: 26.05.2024).
3. Головина О.В. Структурно-функциональная модель формирования историко-математической компетентности студентов педагогического вуза // МНКО. 2009. № 2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/strukturno-funktsionalnaya-model-formirovaniya-istorikomatematicheskoy-kompetentnosti-studentov-pedagogicheskogo-vuza> (дата обращения: 26.05.2024).

МАТЕМАТИЗАЦИЯ НАУК КАК МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ОСНОВА ПРОЦЕССА ЦИФРОВИЗАЦИИ

В.А. Тестов, д-р пед. наук, профессор

Вологодский государственный университет, (Вологда, Россия)

e-mail: vladafan@inbox.ru

Е.А. Перминов, д-р пед. наук, профессор

Уральский технический институт связи и информатики

(Екатеринбург, Россия)

e-mail: perminov_ea@mail.ru

Аннотация. Показывается, что процесс цифровизации основывается как на возникновении новых компьютерных средств, так на новом этапе математизации знаний, появлении таких областей знаний, как искусственный интеллект, большие данные, нейросети. Эти процессы вызывают необходимость усиления математической подготовки в вузах.

Ключевые слова: большие данные, искусственный интеллект, методология моделирования

MATHEMATIZATION AS THE BASIS OF THE DIGITALIZATION PROCESS

V.A. Testov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Vologda State University (Vologda, Russia)

E.A. Perminov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Ural Technical Institute of Communications and Informatics (Yekaterinburg, Russia)

Abstract. The article shows that the process of digitalization is based both on the emergence of new computer tools, and on a new stage of knowledge mathematization, the emergence of such fields of knowledge as artificial intelligence, big data, neural networks, etc. These processes make it necessary to strengthen mathematical training in universities in many areas.

Keywords: big data, artificial intelligence, modeling methodology

Термин «информатизация» появился в отечественной научной литературе в начале 80-х годов XX века в связи с возникновением потребности к широкому использованию компьютерных средств, и именно тогда, по мнению многих авторов, начался период информатизации. Но понятие информации включает в себя средства, которые были известны человечеству намного раньше появления компьютерных средств (книги, журналы, радио, телефон и т. д.). Поэтому ряд ученых вполне правомерно распространяет термин «информатизация» на всю историю человечества и считает, что информатизация в широком смысле представляет собой технологический и культурологический процесс, связанный с переменами в средствах получения, обработки, передачи информации и изменениями в образе жизни людей. Наиболее серьезные такие перемены произошли в ходе прошлых информационных революций (создание письменности, появление книгопечатания, создание электронных средств связи, появление Интернета) [6].

Одна из таких информационных революций продолжается и в настоящее время – это, по словам академика А.Л. Семенова, «революция искусственного интеллекта и всех цифровых технологий, сравнимая по масштабности с революциями, связанными с появлением сознания человека, речи и письма» [3].

По нашему мнению, цифровизация – это современный этап информатизации, это результат синергии процессов информатизации и математизации научных знаний. Цифровизация связана не только с возникновением новых технических цифровых устройств, но и новым этапом математизации знаний, возникновением новых математизированных областей знаний, таких как искусственный интеллект, большие данные, нейросети и др.

Близкое мнение было высказано А.Г. Войтовым. По его мнению, «цифровизация – новая математическая революция, открывающая новые возможности прогресса общества» [1]. Для перехода к цифровизации потребовалось достижение математикой некоторого нового, более высокого уровня развития. Все это свидетельствует о необходимости рассмотрения математизации знаний как одной из основ цифровизации.

Математизация научного знания началась давно, еще задолго до компьютеризации. Предпосылки для превращения математики в теоретическую науку возникли еще в античности. Платон рассматривал математику как идеал построения научного знания. В основе концепции Пифагора заложено положение о том, что сущность всего есть число. Возникшую в математике в этот период парадигму можно назвать «математикой постоянных величин».

Начало новой парадигмы в математике в XVII веке положили работы Кеплера, Кавальери и других ученых, искавших различные методы решения задач, которые сегодня относятся к математическому анализу. Обобщили эту работу Г. Лейбниц и И. Ньютон, но им пришлось пожертвовать строгостью рассуждений. Но полное и последовательное изложение математического анализа было сделано позднее, во второй половине XIX века. Новая парадигма в математике, возникшая с созданием дифференциального и интегрального исчисления, продолжалась до его полного обоснования, и ее можно назвать «математикой переменных величин». В этот период явно проявился процесс математизации физики, астрономии, механики.

В самом конце XIX века получил широкое развитие теоретико-множественный подход, который позволил построить математику на фундаменте теории множеств и аксиоматическом методе. Аксиоматическое мышление оказало существенное влияние на характер развития математики в XX веке. Поэтому парадигму математики в этот период можно назвать аксиоматической. Идеи аксиоматической парадигмы в математике оказались связаны прежде всего с развитием теории множеств, абстрактной алгебры, топологии, математической логики.

Начиная с 60–70-х годов XX века все больше утверждались сомнения в целесообразности попыток построить все здание математики на твердой логической основе. Аксиоматическое построение математики в настоящее время отошло в прошлое. В современном мире все более осязаемой становится потребность в более гибкой, мягкой математике. Одной из идей В.И. Арнольда была идея мягкого моделирования, полезности мягких моделей, в которых присутствует многозначность путей развития [4].

В настоящее время в математике признаки становления новой парадигмы все более различимы. В ней появились новые разделы (теория катастроф, геометрия фракталов, асимптотическая математика и др.) и построены теории на основе неточных, размытых понятий, многозначной логики, нечетких отношений и нечетких множеств. На современном этапе развития математики характерным становится взаимодействие различных ее направлений, в частности непрерывной и

дискретной математики, вероятностных и статистических методов, жесткого и мягкого моделирования. В результате синергетического эффекта от такого взаимодействия наблюдается выход математики на новый уровень. На основе математики разрабатываются такие новые трансдисциплинарные научные области, как синергетика, робототехника, искусственный интеллект, нейросети, большие данные. Математика находит все большее применение не только в традиционно близких ей науках, но и таких, как социология, психология, история и др.

Очень обширными становятся современные направления применения методов искусственного интеллекта (ИИ). Анализ данных (Data Science), большие данные, машинное обучение и другие методы охватывают разные области знания, являются инструментом получения новых знаний. Эти методы лежат в основе многих прикладных исследований в современной биоинформатике, медицине, анализе текстов на естественном языке и др.

Мощное развитие получили и другие направления в математике, связанные с математическим моделированием с применением компьютера, вычислительными экспериментами, разработкой различных новых программных средств. Сравнение возросшей роли математики и роли компьютера привел академик В.А. Садовничий: «Если за 20 лет (с 1992 по 2012 годы) скорость компьютеров увеличилась примерно в 8 тысяч раз, то за счет развития математических методов скорость расчетов увеличилась более чем в 400 тысяч раз...» [2, с. 9].

Происходящие в науке процессы математизации знаний не могли не затронуть содержание и технологию подготовки в вузах для многих направлений. При обучении студентов стали использоваться методы искусственного интеллекта. В частности, для решения таких задач, как построение индивидуальной образовательной траектории, контроль знаний и успеваемости, профориентационные и профилирующие мероприятия, выявление проблемных точек в образовательной траектории и др.

Большое значение в вузовском математическом образовании приобрели новые разделы математики. Исключительно важная роль в вузах, а теперь и в школах, принадлежит обучению дискретной математике как основе языка информационных технологий. Благодаря математическим основам ИИ стала возможной реализация идеи моделирования процессов человеческого мышления.

К сожалению, во многих вузах наблюдается слабая математическая подготовка студентов и катастрофически малое количество учебных часов, отводимых на изучение курса «Основы искусственного интеллекта», что не позволяет заложить необходимый фундамент такого трансдисциплинарного курса. Все более яственной становится необходимость усиления математизации вузовской подготовки по ряду специальностей, особенно связанных с использованием ИИ.

Таким образом, в цифровую эпоху роль математики в образовании и науке значительно возросла и стала многоплановой, все цифровые технологии построены на математических методах и результатах. В результате тесного взаимодействия процесса развития компьютерной техники и процесса математизации знаний,

синергетического эффекта от такого взаимодействия, оказалось возможным возникновение таких новых областей знаний, как ИИ, БД, нейросети и др.

Список литературы

1. Войтов А.Г. Философизация цифровизации // Возможности и угрозы цифрового общества : материалы всероссийской научно-практической конференции / под ред. А.В. Соколова, А.А. Фролова. 2020. С. 40–43.
2. Садовничий В.А. Большие данные в современном мире. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2017. 28 с.
3. Семенов А.Л. О продолжении российского математического образования в XXI веке // Вестник Московского университета. Педагогическое образование. 2023. Т. 20. № 2. С. 7–45.
4. Современные проблемы физико-математического образования: вопросы теории и практики. Всероссийская коллективная монография. Екатеринбург: УГПУ, 2012. 264 с.
5. Тестов В.А. О некоторых методологических проблемах цифровой трансформации образования // Информатика и образование. 2019. № 10 (309). С. 31–36.
6. Чугунов А.В. Социальная информатика : учеб. пособие. НИУ ИТМО, 2012. 223 с.

ОСОБЕННОСТИ КОНЦЕНТРИЧЕСКОГО ПРЕПОДАВАНИЯ ЧИСЛОВОЙ ЛИНИИ БУДУЩИМ УЧИТЕЛЯМ МАТЕМАТИКИ

Е.Ю. Яшина, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена
(Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: elyashina@mail.ru*

Аннотация. В статье рассматриваются особенности преподавания числовой линии будущим учителям математики. Затрагиваются вопросы конечности линии числовых систем и существования нефакториальных числовых колец.

Ключевые слова: числовая линия, теорема Фробениуса, основная теорема арифметики

FEATURES OF THE CONCENTRIC TEACHING THE NUMBER LINE TO FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

E. Yu. Yashina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
*Herzen Pedagogical University
(Russia, Saint-Petersburg)*

Abstract. The article discusses the features of teaching the number line to future mathematics teachers. The issues of the finiteness of the line of numerical systems and the existence of non-factorial numerical rings are discussed.

Keywords: The number line, Frobenius's theorem, the basic theorem of arithmetic

В истории математики понятие числа является одной из первых абстракций, послуживших зарождению математического знания. Развитие понятия числа как элемента числовой системы – определенный этап его понимания в современных научных теориях. В этой связи понятие числа является методологической основой школьного курса математики, а числовая линия – одной из фундаментальных содержательных методических линий этого курса.

В методологии методики математики признано, что каким бы ни было содержание школьных учебников и материала для организации его изучения, без понимания учителем математических основ содержания весьма затруднительно добиться эффективного усвоения материала школьниками. Поэтому так важно, чтобы при подготовке будущих учителей математики введению, теоретическому обоснованию, строению числовых систем, их применению и особенностям было уделено особое внимание. Это особое внимание должно сориентировать студента в будущей профессиональной деятельности правильно расставлять акценты в особенностях классов числовых систем, определять черты доказуемости свойств чисел, выделять метод построения той или иной числовой системы и другие методические действия.

Для достижения указанной цели важно структурировать предметное содержание числовой линии, включаемое для изучения при подготовке учителя математики в вузе. Это предметное содержание представляется в учебных планах различными дисциплинами (алгебра, теория чисел, числовые системы и их комбинации), но по своей сути оно включает разделы: натуральные числа, кольцо целых, поле рациональных чисел, поле вещественных чисел и, наконец, поле комплексных чисел. Выскажем несколько рекомендаций по структурированию данных разделов.

Содержательная числовая линия должна пронизывать все предметное содержание при подготовке учителя математики. А потому имеет смысл рассматривать ее концентрическое представление, в котором осуществляется изучение по центрам разного уровня с переходом на более высокий по уровню абстрактности (формальности), строгости построения, полноты изложения каждой отдельной теории.

Изучение числовой линии может начинаться только с понятия натурального числа. Но даже в первом центре натуральные числа следует определить аксиоматически. Если следовать принципам строгости изложения, то здесь хороша аксиоматика Пеано. Однако, если система натуральных чисел изучается на 1 курсе, то для большинства первокурсников уровень формальности аксиоматики слишком высок для понимания. Да и построение системы натуральных чисел в

аксиоматике Пеано требует в дальнейшем большого количества доказательств нужных свойств, которые требуют много учебного времени. Может быть выбрана другая аксиоматика, например авторов пособия [1], прошедшая достаточно длительную и положительно зарекомендовавшую апробацию.

В первом концентре изучения целых и рациональных чисел их можно построить в содержательной интерпретации: целые – на основе натуральных, а рациональные числа – как классы эквивалентности на множестве пар целых чисел. Содержательно наполнение этой идеи представлено во многих учебных изданиях, например в [2], определить вещественные числа как непрерывное упорядоченное поле. Комплексные числа определяем как пары вещественных чисел. Пожалуй, на таком рассмотрении следует завершить первый концентр числовой линии.

Второй концентр числовой линии призван иллюстрировать специфику каждой числовой системы на содержательном уровне. Вещественные числа можно построить на основе дедекиндовых сечений рациональных чисел [1], либо как пополнение кольца фундаментальных последовательностей рациональных чисел [2]. Также один из важнейших аспектов, который необходимо, на наш взгляд, изучить со студентами в рамках числовой линии – это факториальные и нефакториальные числовые кольца, то есть кольца, в которых выполняется или не выполняется основная теорема арифметики.

Студенты часто считают, что в кольцах целых алгебраических чисел, как и в кольце целых чисел, все элементы (отличные от нуля и единицы) раскладываются на простые множители однозначно. Эта ситуация иллюстративна одним методологическим сюжетом. То, что не всегда однозначно разложение на простые множители, в истории математики замечено было не сразу: на публикацию Куммера (1844 г.) обратили внимание только после публикации Ламэ и Коши (1847 г.) «доказательства» теоремы Ферма. При анализе доказательства и выяснилось, что однозначность разложения на простые множители не всегда выполняется.

Множество целых алгебраических чисел, содержащихся в поле $K \subseteq \mathbb{C}$, обозначим O_K . Множество O_K – коммутативное кольцо с единицей.

Кольцо A называется **факториальным**, если любой его ненулевой и неединичный элемент a ($a \neq 0, a \notin U(A)$), где $U(A)$ – группа единиц кольца A), представляется в виде произведения простых элементов $a = p_1 p_2 \dots p_k$ и такое представление однозначно с точностью до перестановки сомножителей и их умножения на элементы группы $U(A)$.

Материал этот изучается после базового курса алгебры, поэтому студентам уже известны примеры факториальных колец – это кольцо $\mathbb{Z}$ и кольцо многочленов над полем $K[x]$.

Важно показать, что не у всякого коммутативного кольца существуют простые элементы. Например, их нет в кольце O_K , где $K = \mathbb{Q}^{alg}$.

Пусть K – поле алгебраических чисел – конечное расширение поля $\mathbb{Q}$. Тогда в кольце O_K любой элемент $a \neq 0, a \notin U(O_K)$ представляется в виде произведения

простых элементов. Доказывается этот факт с помощью понятия и свойств нормы в поле алгебраических чисел.

При изучении в этом концентре важно привести пример кольца, в котором разложение на простые множители не однозначно. Это, например [4], кольцо O_K , $K = \mathbf{Q}[\sqrt{-5}]$, тогда $O_K = \mathbf{Z}[\sqrt{-5}]$ и

$$21 = 3 \cdot 7 = (1 + 2\sqrt{-5}) \cdot (1 - 2\sqrt{-5}).$$

С помощью свойств нормы доказывается, что все сомножители простые в кольце $\mathbf{Z}[\sqrt{-5}]$ и разложения различные, то есть сомножители не отличаются на единицу кольца.

Стоит понимать, что не каждое подобное произведение дает неоднозначность разложения на множители. Например, в кольце целых алгебраических чисел поля $K = \mathbf{Q}[\sqrt{5}]$, $4 = 2 \cdot 2 = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$. Данные разложения ассоциированы, то есть отличаются на единицу кольца. Можно сформулировать более сильное утверждение – кольцо $O_K = \mathbf{Z}[\sqrt{5}]$ факториально. Но доказательство этого факта требует значительных усилий.

Изучение этой темы выводит знания обучающихся о числах на качественно новый уровень – понимание, что бывают числа, которые неоднозначно раскладываются на простые множители, только увеличивает значимость основной теоремы арифметики. Кроме того, позволяет раскрыть некоторые семантические аспекты алгебраического содержания [5].

Наконец, третий концентр числовой линии следует посвятить аксиоматическому построению числовых систем и вопросу о возможности расширения понятия числа. То есть существуют ли множества, содержащие комплексные числа и имеющие более богатый набор свойств?

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C} \subset ? ?$$

Оказывается, нет: дальше вкладывать без потери свойств невозможно, что и утверждает теорема Фробениуса. Сформулируем точнее.

Теорема ФРОБЕНИУСА: Всякая конечномерная алгебра с делением над полем вещественных чисел изоморфна либо алгебре вещественных чисел ($\mathbf{R}$), либо алгебре комплексных чисел ($\mathbf{C}$), либо алгебре кватернионов ($\mathbf{H}$).

Доказательство теоремы, опирающееся на материал базового курса алгебры педагогического вуза, можно найти в [3].

Теорема Фробениуса для формирования профессиональных компетенций будущего учителя математики очень важна: зная, какие числа нужно изучать, и даже понимая, как они устроены, представление, что других чисел нет, делает знания студента в этом вопросе полными и логически завершенными.

Предлагаемая структура изучения числовой линии при подготовке учителя математики в вузе помогает решить вопрос о привлечении студентов к изучению абстрактного раздела алгебры, важность чего отмечается в опыте работы коллег (например, [6]).

В заключении отметим, что наш опыт реализации числовой линии в описанных концентраторах показал эффективность обучения не только числовым системам, но и алгебраическим понятиям в целом. Безусловно, на этот факт имеются теоретические обоснования, которые предполагается представить в дальнейшем.

Список литературы

1. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. Часть 1. Числа. М.: Просвещение, 1974. 384 с.
2. Гордеев Н.Л., Певзнер И.М., Яшина Е.Ю. Алгебра. Числа. Векторы. Многочлены: учебник для студентов педагогических университетов. СПб.: Медианапир, 2023. 536 с.
3. Яшина Е. Ю. Доказательство теоремы Фробениуса как завершение курса алгебры и числовых систем в педагогическом университете // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2023. № 2 (47). С. 69–82.
4. Борович З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. М.: Наука, 1972. 504 с.
5. Сотникова О.А. Семантические аспекты в методике обучения математике // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2023. № 4 (49). С. 59–69.
6. Сотникова О.А., Чермных В.В. О привлечении студентов к изучению абстрактной алгебры (на примере одной задачи теории групп и ее приложениях) // Психология образования в поликультурном пространстве. 2024. № 2 (66). С. 138–147.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА

О КОЛЬЦАХ МНОГОЧЛЕНОВ НАД КОСЫМИ АРМЕНДЕРИЗОВСКИМИ КОЛЬЦАМИ

М.В. Бабенко, канд. физ.-мат. наук, доцент

Вятский государственный университет (Россия, Киров)

e-mail: marinka_ov@mail.ru

В.В. Чермных, д-р физ.-мат. наук, гл. н. с.

Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина

(Россия, Сыктывкар)

e-mail: vv146@mail.ru

Аннотация. В тезисах рассматриваются две конструкции колец многочленов над косыми армендериловскими кольцами. Их исследование связано с попыткой обобщения известного результата об армендериловости кольца многочленов над армендериловским кольцом. Найдены связи и отличия этих конструкций.

Ключевые слова: кольцо косых многочленов, армендериловское кольцо.

ON POLYNOMIAL RINGS OVER SKEW ARMENDARIZ RINGS

M.V. Babenko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Vyatka State University (Russia, Kirov)

V.V. Chermnykh, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher

Pitirim Sorokin Syktvykar State University (Russia, Syktvykar)

Abstract. The theses consider two constructions of polynomial rings over skew Armendariz rings. Their study is related to an attempt to generalize a well-known result: a polynomial ring over an Armendariz ring is Armendariz. Connections and differences of these constructions are found.

Keywords: the ring of skew polynomials, the Armendariz ring

В нашей работе рассматриваются ассоциативные кольца с единицей. Кольцо R называется *армендериловским* [1], если для любых многочленов $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$ и $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ из $f(x)g(x) = 0$ следует $a_ib_j = 0$ для любых i, j . Название таких колец идет от результата Армендерица [2], показавшего, что указанному свойству удовлетворяют редуцированные кольца (т. е. кольца без ненулевых нильпотентных элементов). Класс армендериловских колец достаточно широк. Активно изучались различные кольцевые конструкции, связанные с армендериловскими кольцами (кольца матриц, многочлены над

армендеризовскими кольцами, тривиальные расширения колец, фактор кольца армендеризовских колец). В частности, Андерсеном и Камилло [3] было установлено, что кольцо многочленов над армендеризовским кольцом является армендеризовским. В наших исследованиях рассматриваются аналогичные задачи для колец косых многочленов.

Пусть φ – эндоморфизм кольца R , сохраняющий единицу. Тогда $R[x, \varphi]$ – кольцо косых многочленов над кольцом R . Его элементами являются многочлены с неизвестной x и коэффициентами, записываемых слева от x . Сложение многочленов обычное, а умножение задается с помощью правила $xa = \varphi(a)x$; в частности, $x^i a = \varphi^i(a)x^i$. Кольцо R называется φ -косым армендеризовским, если для любых многочленов $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$ и $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ кольца $R[x, \varphi]$ из $f(x)g(x) = 0$ следует $a_i\varphi^i(b_j) = 0$ для любых i, j .

Произвольный эндоморфизм φ кольца R продолжается до эндоморфизма кольца многочленов над R , если положить $\varphi(f(x)) = \varphi(a_0) + \varphi(a_1)x + \dots + \varphi(a_m)x^m$. Возникают два кольца – $R[x, \varphi][y]$ и $R[x][y, \varphi]$ и следующие вопросы: если R – φ -косое армендеризовское кольцо, то будет ли: i) $R[x]$ φ -косым армендеризовским кольцом; ii) $R[x, \varphi]$ армендеризовским кольцом? Нам известно несколько работ, в которых получены частичные ответы на вопрос i). Например, Ченом и Тонгом [4] установлено, что для произвольного кольца R и автоморфизма φ конечного порядка – косая армендеризовость кольца $R[x]$ равносильна тому, что R является φ -косым армендеризовским кольцом.

Отметим, что поставленные вопросы связаны с кольцами $R[x, \varphi][y]$ и $R[x][y, \varphi]$. Эти кольца изоморфны, изоморфизм между ними устанавливается перестановкой переменных x и y . Понятно, что отличие возникающих задач связаны со следующими вопросами:

1. Если $R[x, \varphi]$ – армендеризовское кольцо, то является ли $R[x]$ косым армендеризовским кольцом?
2. Если $R[x]$ – φ -косое армендеризовское кольцо, то является ли $R[x, \varphi]$ армендеризовским кольцом?

Несложно заметить, что ответы на вопросы 1 и 2 положительны в классе жестких колец (кольцо R с эндоморфизмом φ называется φ -жестким, если $a\varphi(a) \neq 0$ для любого $a \neq 0$). С другой стороны, если $R[x, \varphi]$ – армендеризовское кольцо, то R , как его подкольцо, также будет армендеризовским. Поэтому естественным выглядит рассмотрение вопросов 1 и 2 в классе армендеризовских колец.

Предложение 1. Если R – армендеризовское кольцо, то равносильны утверждения:

- (1) $R[x]$ – φ -косое армендеризовское кольцо;
- (2) $R[x, \varphi]$ – армендеризовское кольцо.

Из предложения 1 следует положительный ответ на вопрос 1, а отрицательный ответ на вопрос 2 вытекает из следующего утверждения.

Предложение 2. *Существуют такие кольцо R и его эндоморфизм φ , что $R[x]$ – φ -косое армендеризовское кольцо, а $R[x, \varphi]$ не является армендеризовским кольцом.*

В качестве кольца, удовлетворяющего предложению 2, подойдет тривиальное расширение $T(\mathbf{Z}_8, \mathbf{Z}_8)$ (например, см. [1, example 3.2]), где $\mathbf{Z}_8$ – кольцо вычетов по модулю 8, а $\varphi((a, b)) = (a, 0)$.

В докладе предполагается обсудить известные частичные ответы на вопросы i) и ii), а также полученные авторами их обобщения и возможность переносов результатов на армендеризовские полукольца.

Список литературы

1. Rege M.R., Chhawchharia S. (1997). Armendariz rings // Proceedings of the Japan Academy, Ser. A. Mathematical Sciences. 73. 14–17.
2. Armendariz E.P. (1974). A note on extensions of Baer and P.P.-rings // J. Austral. Math. Soc. 18. 470–473.
3. Anderson D.D., Camillo V. (1998). Armendariz rings and gaussian rings // Communications in Algebra. 26(7). P. 2265–2272.
4. Chen Weixing, Tong Wenting. (2005). A note on Skew Armendariz Rings // Communications in Algebra. 33(4). P. 1137–1140.

РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ СПОР ДЕВОНСКОГО ПЕРИОДА

Н.Н. Бабилова, канд. пед. наук, доцент

Н.О. Котелина, канд. физ.-мат. наук

М.М. Глухой, студент

*Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина
(Россия, Сыктывкар)*

e-mail: valmasha@mail.ru; nad7175@yandex.ru; ts-2001@bk.ru

Аннотация. В работе обсуждается проблема распознавания изображений девонских спор при помощи нейронных сетей. Приведены результаты распознавания для трех родоформ при помощи обучения нейронной сверточной сети с нуля и при помощи трансферного обучения с использованием и без использования тонкой настройки.

Ключевые слова: распознавание изображений, глубокое обучение, сверточные нейронные сети, трансферное обучение

RECOGNITION OF DEVONIAN SPORE IMAGES

N.N. Babikova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

N.O. Kotelina, Candidate of Physics and Mathematics sciences

Abstract. The paper discusses the problem of recognizing images of Devonian spores using neural networks. Recognition results for three genus are presented using training a neural convolutional network from scratch and using transfer learning with and without fine tuning.

Keywords: image recognition, deep learning, convolutional neural networks, transfer learning

Споро-пыльцевой анализ широко применяется в различных областях науки и практики: криминалистика, археология, биология, экология, стратиграфия. В геологии спорово-пыльцевой анализ применяется для определения возраста горных пород: видовой состав спор значимо и закономерно меняется в различное геологическое время [1].

Наше исследование посвящено вопросам распознавания спор среднего и позднего девонского периода (интервал $\approx 350\text{--}400$ миллионов лет). Если автоматическое распознавание современной пыльцы и спор, а также более молодых по сравнению с девонскими плейстоценовых спор показывает хорошие результаты [2–4], то в распознавании девонских спор возникают проблемы, обусловленные плохой сохранностью спор и отсутствием строгой генетической классификации древних растений [5].

Снимки девонских спор предоставлены для исследования д. г.-м. н. О.П. Тельновой (Институт геологии Коми научного центра Уральского отделения РАН). Набор данных содержит 398 микрофотографий спор девонского периода 25 родоформ, распределенных по отдельным папкам. В каждой папке содержатся снимки нескольких видов спор. Данные не сбалансированы: количество снимков для различных родоформ меняется от 2 до 165. На некоторых снимках спора занимает практически все пространство и четко различима, на других споры находятся среди «мусора» (см. рис. 1). Попытка обучить нейросеть на оригинальных снимках распознавать виды спор или родоформы была неудачной, поэтому было принято решение удалить фон с микрофотографий и вырезать споры.

Для удаления фона с сохранением морфологических признаков спор была применена техника альфа-матирования [6]. Альфа-матирование – это разложение начального изображения (I) на фон (B), передний план (F) и альфа-канал (α) (см. рис. 2). Благодаря альфа-матированию удалось получить достаточно чистые изображения (см. рис. 3).

Ввиду несбалансированности имеющегося набора данных пробное обучение нейросети проведено для трех наиболее представленных родоформ с приблизительно равным количеством снимков: *apicatospora* (36 снимков в формате JPEG), *calyptosporites* (41 снимок в формате JPEG), *cristatisporites* (28 снимков в формате JPEG). Все изображения приведены к масштабу 128x128 и состоят из 3 каналов.

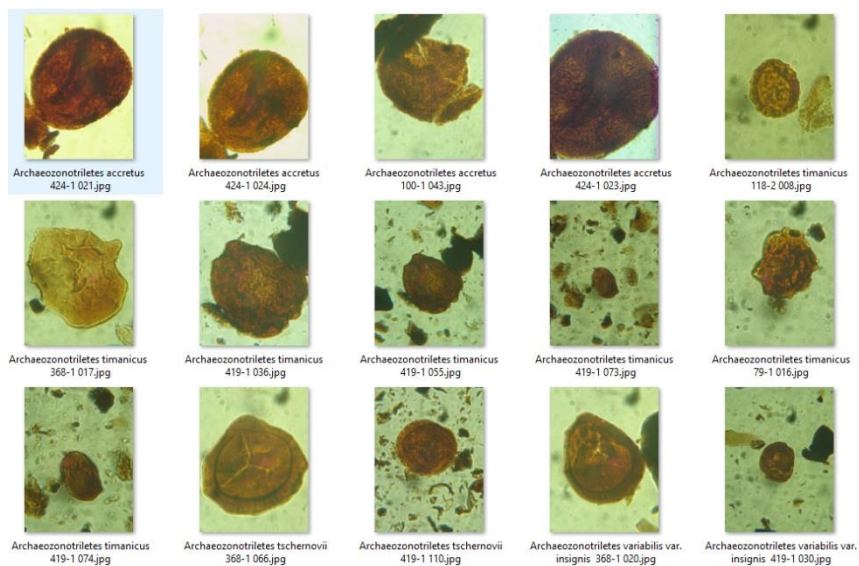


Рис. 1. Микрофотографии девонских спор Среднего Тимана

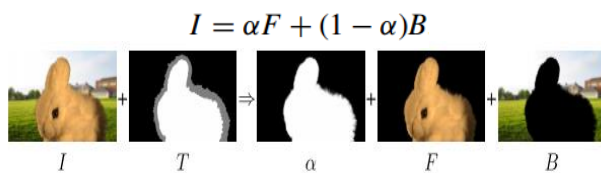


Рис. 2. Принцип альфа-матирования

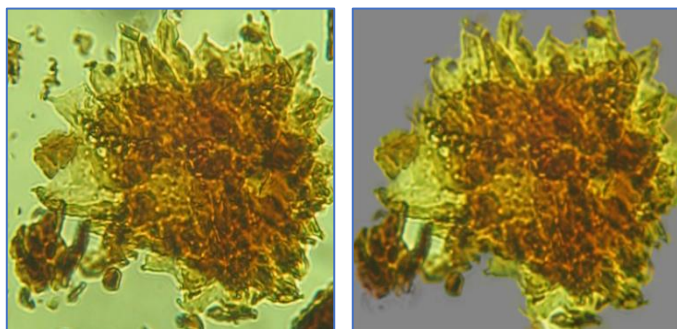


Рис. 3. Изображение до матирования и после

Малое количество изображений препятствовало обучению нейросети. Поэтому к фотографиям была применена аугментация. Применялись следующие методы: добавление шума, зеркальное отражение, повороты на 25 градусов и изменение контрастности. После аугментации получили 1025 изображений каждого класса.

На полученном наборе данных была обучена сверточная нейронная сеть при помощи библиотеки Keras [7], на тестовой выборке показавшая качество 96 % (табл. 1).

Таблица 1

Архитектура сверточной нейронной сети

<i>Название слоя (тип)</i>	<i>Выходные данные</i>	<i>Число параметров</i>
conv2d (Conv2D)	(126, 126, 64)	1,792
dropout (Dropout)	(126, 126, 64)	0
max_pooling2d (MaxPooling2D)	(63, 63, 64)	0
conv2d_1 (Conv2D)	(61, 61, 32)	18,464
dropout_1 (Dropout)	(61, 61, 32)	0
max_pooling2d_1 (MaxPooling2D)	(30, 30, 32)	0
conv2d_2 (Conv2D)	(28, 28, 32)	9,248
dropout_2 (Dropout)	(28, 28, 32)	0
max_pooling2d_2 (MaxPooling2D)	(14, 14, 32)	0
flatten (Flatten)	(6272)	0
dense (Dense)	(64)	401,472
dropout_3 (Dropout)	(64)	0
dense_1 (Dense)	(3)	195

Также для задач классификации с малым набором данных применяются предобученные сети. Предобученная сеть – сеть, обученная на большом эталонном наборе данных.

Было протестировано 5 предобученных моделей из библиотеки Keras: Xception, InceptionV3, DenseNet201, ResNet152V2, EfficientNetV2L – с использованием тонкой настройки (fine tuning, дообучение) и без нее, обученные на наборе изображений ImageNet. ImageNet – это крупная база данных с аннотированными (обобщенными) изображениями (более 14197122 единиц), разбитых на 21 841 категорию. Предобученные модели показали более высокую точность при использовании дообучения (рис. 4). Наиболее высокую точность, равную 99,19 %, показала сеть EfficientNetV2L при использовании дообучения. Эта сеть имеет наибольшее число параметров.

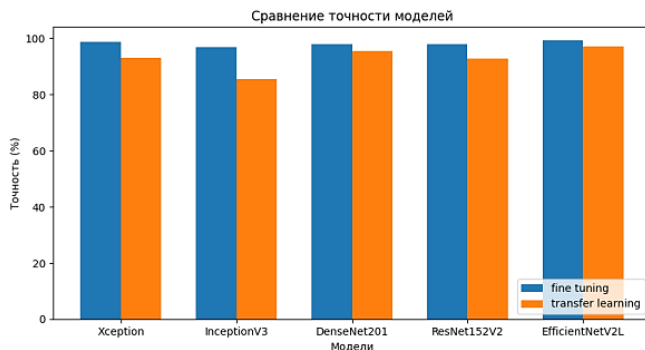


Рис. 4. Точность классификации при помощи предобученных моделей

Список литературы

1. Бабенко В.В., Котелина Н.О., Тельнова О.П. Программно-информационное обеспечение палеопалинологической задачи // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2021. Вып. 1. № 38. С. 26–40. DOI: 10.34130/1992-2752_2021_1_26.
2. Камалова Ю.Б. Обзор применения алгоритмов машинного обучения к задаче классификации пылевых зерен // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2022. № 3. С. 87–98. DOI 10.17308/sait/1995-5499/2022/3/87-98.
3. Geus A.R. d., Barcelos C.A.Z., Batista M.A. and Silva S.F. d. Large-scale Pollen Recognition with Deep Learning // 27th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), A Coruna, Spain. 2019. P. 1–5. DOI: 10.23919/EUSIPCO.2019.8902735.
4. Zhang Y., Fountain D.W., Hodgson R.M., Flenley J.R., Gunetileke S. Towards automation of palynology: Pollen recognition using Gabor transforms and digital moments // J. Quat. Sci. 2004. № 19. P. 763–768.
5. Тельнова О.П., Бабикина Н.Н., Котелина Н.О. Актуальность и возможности цифровой трансформации процесса диагностики девонских спор // Геология и минеральные ресурсы Европейского Северо-Востока России: Материалы XVIII Геологического съезда Республики Коми, Сыктывкар, 10–12 апреля 2024 года. Том III. Сыктывкар: Институт геологии Коми научного центра Уральского отделения Российской академии наук, 2024. С. 199–201. DOI: 10.19110/978-5-98491-102-3.
6. Aksoy Y., Aydin, T.O., Pollefeys M. Designing Effective Inter-Pixel Information Flow for Natural Image Matting. // 2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Honolulu, HI, USA, 2017. P. 228-236. DOI: 10.1109/CVPR.2017.32.
7. Официальный сайт Keras. URL: <https://keras.io/api/applications/> (дата обращения: 05.06.2024).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА
ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ – ОСНОВА ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Е.М. Вечтомов, д-р физ.-мат. наук, профессор
Вятский государственный университет (Россия, Киров)
e-mail: vecht@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются различные подходы к определению и изучению основных числовых систем. Подчеркивается, что числовые системы натуральных, целых, рациональных и действительных чисел выступают в качестве основания для изучения теории чисел и теоретико-числовых исследований.

Ключевые слова: основные числовые системы, изучение теории чисел

**NUMERICAL SYSTEMS – THE BASIS FOR STUDYING
NUMBER THEORY**

Е.М. Vechtomov, Doctor of Mathematic and Physic Sciences, Professor
Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The article examines various approaches to defining and studying basic numerical systems. It emphasizes that the numerical systems of natural numbers, integers, rational numbers and real numbers are the basis for the study of number theory and number-theoretic research.

Keywords: basic numerical systems, study of number theory

Введение. В элементарной теории чисел помимо натуральных чисел (N) и целых чисел (Z) рассматриваются и применяются рациональные числа (Q) и действительные числа (R). Важную роль играют такие числовые функции, как абсолютная величина, целая и дробная части действительных чисел.

Теория числовых систем выросла из недр арифметики на методической базе абстрактной алгебры и математического анализа [7]. Числовые системы служат надежной содержательной основой изучения и развития современной теории чисел, являются основанием и обоснованием строгого и систематического изучения теории чисел. С основными числовыми системами можно ознакомиться по источникам [1; 3; 6; 7]. Книги [2; 5] служат базовыми учебниками по теории чисел. Порядковые понятия и факты можно найти в учебном пособии [4].

Система натуральных чисел. Натуральные числа составляют фундамент всей математики. Мы с детства воспринимаем натуральные числа интуитивно. В школе даются и формулируются свойства натуральных чисел на содержательном уровне. Такой подход можно назвать *содержательно-интуитивным*.

В вузе в курсе числовых систем натуральный ряд определяется аксиоматически, скажем, как система Пеано (Джузеппе Пеано, 1891 г.) [1; 3; 7]. Это *содержательно-аксиоматическое* определение системы натуральных чисел.

В работе [3] на произвольной системе Пеано $N = \langle N, ', 1 \rangle$ непосредственно вводится отношение порядка, что позволяет доказать общую теорему об индуктивных построениях [3; 7, теорема 3.4].

Теорема об индуктивных построениях. Пусть даны произвольное множество X , элемент $x_0 \in N$ и некоторая функция $g: X \times N \rightarrow X$. Тогда существует однозначно определенная функция $f: N \rightarrow X$, удовлетворяющая следующим рекуррентным соотношениям:

- 1) $f(1) = x_0$ (начальное условие);
- 2) $f(n') = g(f(n), n)$ для каждого $n \in N$ (индуктивное условие).

В силу этой теоремы на N индуктивно определяются операции сложения и умножения (Герман Грассман, 1861 г.) и доказываются их арифметические свойства. Далее можно развить всю теорию системы N .

Также аксиоматика Пеано может быть представлена как формальная аксиоматическая теория натурального ряда, когда содержательная аксиоматическая теория излагается на формальном языке математической логики.

Можно исповедовать содержательный подход, при котором система N натуральных чисел есть вполне упорядоченное полукольцо $\langle N, +, \cdot, \leq, 1 \rangle$ с наименьшим элементом 1 без наибольшего элемента, в котором любой отрезок $[1, n] = \{m \in N: m \leq n\}$, $n \in N$, является конечным множеством.

По определению, для натурального ряда N имеет место **принцип наименьшего элемента (ПНЭ)**. Каждое непустое множество натуральных чисел содержит наименьшее (в себе) число.

В натуральном ряду N для каждого числа n число $n + 1 > n$ является следующим за n числом, то есть между числами n и $n + 1$ нет других чисел. Кроме того, для любого натурального числа $n \neq 1$ существует предыдущее число m , для которого $n = m + 1$. Легко видеть, что множество A сумм единиц $1, 1 + 1, 1 + 1 + 1, \dots$ исчерпывает весь натуральный ряд.

Возьмем в N произвольное множество M , такое, что $1 \in M$ и для любого $n \in M$ верно $n + 1 \in M$. Значит, $A \subseteq M$, и, стало быть, $M = N$. Тем самым, получаем **принцип математической индукции (ПМИ)**. Пусть P – свойство натуральных чисел, такое, что верно $P(1)$ и $P(n) \Rightarrow P(n + 1)$ для любого $n \in N$. Тогда $P(n)$ верно для всех $n \in N$.

Отметим, что запись $P(n)$ означает: число n обладает свойством P . Для доказательства ПМИ достаточно положить $M = \{n \in N: P(n)\}$.

ПНЭ приводит к следующей форме ПМИ.

Вторая форма ПМИ. Пусть свойство P натуральных чисел удовлетворяет условию: если $n \in N$ и из того, что $P(m)$ верно для каждого натурального числа $m < n$, следует истинность $P(n)$. Тогда $P(n)$ верно для всех $n \in N$.

ПНЭ, ПМИ и вторая форма ПМИ часто и существенным образом применяются для доказательства различных утверждений в теории чисел.

Каждая из числовых систем Z, Q, R определяется и строится, опираясь на предыдущую числовую систему.

Система целых чисел. Исторически система целых чисел рассматривалась как «двухсторонний натуральный ряд» $\mathbf{Z} = \mathbf{N} \cup \{0\} \cup (-\mathbf{N})$ с естественным образом определенными порядком и арифметическими операциями, превращающими $\mathbf{Z}$ в дискретно упорядоченное целостное кольцо.

Алгебраически система $\mathbf{Z}$ определяется и конструируется как *кольцо разностей полукольца* $\mathbf{N}$, на которое естественным образом расширяется линейный порядок из $\mathbf{N}$. Именно на множестве $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ упорядоченных пар (a, b) определяются операции сложения $+$ и умножения $\cdot$ и отношение эквивалентности $\sim$, исходя из «понимания» пары (a, b) как разности $a - b$. Алгебраическая структура $\langle \mathbf{N} \times \mathbf{N}, +, \cdot \rangle$ является полукольцом, а отношение эквивалентности $\sim$ на $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ будет конгруэнцией на нем. Фактор-полукольцо $(\mathbf{N} \times \mathbf{N})/\sim$ и есть кольцо разностей полукольца $\mathbf{N}$. Можно положить $\mathbf{Z} = (\mathbf{N} \times \mathbf{N})/\sim$. Это фактически метод пар Уильяма Гамильтона.

Системой $\mathbf{Z}$ целых чисел можно назвать дискретно упорядоченное целостное кольцо. Все такие алгебраические системы изоморфны друг другу. В кольце $\mathbf{Z}$ целых чисел выполняется теорема о делении с остатком (евклидовость кольца $\mathbf{Z}$), лежащая в основе классической теории делимости целых чисел. Из нее выводится другой основополагающий факт: в кольце $\mathbf{Z}$ каждый идеал главный, то есть $\mathbf{Z}$ является *кольцом главных идеалов*.

Теорема о делении с остатком. Для любых целого числа a и ненулевого целого числа b существуют однозначно определенные целое число q и неотрицательное целое число $r < |b|$, такие, что $a = bq + r$. При этом число q называется (неполным) частным от деления a на b , r остатком.

Теорема об идеалах. Кольцо $\mathbf{Z}$ целых чисел является *кольцом главных идеалов*.

Сделаем несколько выводов из теоремы об идеалах.

1) Сумма любого непустого семейства идеалов кольца $\mathbf{Z}$ является главным идеалом в $\mathbf{Z}$. В частности, для любых целых чисел $m_1, m_2, \dots, m_n$ ($n \in \mathbf{N}$), одновременно не равных 0, имеем:

$$m_1\mathbf{Z} + m_2\mathbf{Z} + \dots + m_n\mathbf{Z} = d\mathbf{Z}$$

для единственного натурального числа d , являющегося НОД чисел $m_1, m_2, \dots, m_n$. Например, $12\mathbf{Z} + (-20)\mathbf{Z} + 36\mathbf{Z} = 4\mathbf{Z}$ и $4 = 12 \cdot 4 + (-20) \cdot 4 + 36 \cdot 1$.

2) Пересечение любого непустого семейства идеалов кольца $\mathbf{Z}$ является главным идеалом в $\mathbf{Z}$. В частности, для любых ненулевых целых чисел $m_1, m_2, \dots, m_n$ ($n \in \mathbf{N}$) верно равенство

$$m_1\mathbf{Z} \cap m_2\mathbf{Z} \cap \dots \cap m_n\mathbf{Z} = k\mathbf{Z}$$

для единственного натурального числа k , являющегося НОК чисел $m_1, m_2, \dots, m_n$. Например, $12\mathbf{Z} \cap (-20)\mathbf{Z} \cap 36\mathbf{Z} = 180\mathbf{Z}$.

3) Любая возрастающая относительно включения последовательность строго вложенных друг в друга идеалов кольца $\mathbf{Z}$ конечна.

4) Максимальные идеалы кольца $\mathbf{Z}$ совпадают с идеалами $p\mathbf{Z}$ по всем простым числам p . Нулевой идеал является единственным простым немаксимальным идеалом в кольце $\mathbf{Z}$.

Система рациональных чисел. Систему $\mathbf{Q}$ рациональных чисел можно определить как минимальное счетное линейно упорядоченное поле.

Алгебраически система $\mathbf{Q}$ также определяется и строится как поле частных кольца $\mathbf{Z}$ с линейным порядком, продолжающим имеющийся на $\mathbf{Z}$ порядок. На множестве $\mathbf{Z} \times \mathbf{N}$ упорядоченных пар (a, b) чисел $a \in \mathbf{Z}$ и $b \in \mathbf{N}$ определяются операции сложения $+$ и умножения $\cdot$ и отношение эквивалентности $\sim$, исходя из «понимания» пары (a, b) как частного a/b . Отношение эквивалентности $\sim$ на алгебраической структуре $\langle \mathbf{Z} \times \mathbf{N}, +, \cdot \rangle$ является конгруэнцией, фактор-структура по которой и будет полем частных кольца $\mathbf{Z}$. Полагаем $\mathbf{Q} = (\mathbf{Z} \times \mathbf{N})/\sim$. Поле $\mathbf{Q}$ является минимальным полем нулевой характеристики (суммы единиц 1 не равны 0). Это также воплощение метода пар.

Содержательно линейно упорядоченное поле $\mathbf{Q}$ есть множество дробей $m/n = mn^{-1}$, где $m \in \mathbf{Z}$ и $n \in \mathbf{N}$, со стандартными правилами сложения и умножения дробей, наделенное следующим порядком: $m/n \leq k/l \Leftrightarrow ml \leq nk$ в $\mathbf{Z}$.

Система действительных чисел. Приведем современное определение системы $\mathbf{R}$ действительных (вещественных) чисел. Системой $\mathbf{R}$ называется непрерывное линейно упорядоченное поле.

Пусть F – линейно упорядоченное поле. Его наименьшее подполе изоморфно полю $\mathbf{Q}$. Поэтому можно считать, что $\mathbf{Q} \subseteq F$. Говорят, что $\mathbf{Q}$ *плотно* в F , когда для любых элементов $a < b$ из F существует такое рациональное число q , что $a < q < b$. Поле F называется *архимедовым*, если в нем выполняется *аксиома Архимеда*: для любых $a > 0$ и b из F существует такое натуральное число n , что $b < na$.

Сечением $A|B$ линейно упорядоченного множества $\langle X, \leq \rangle$ называется разбиение X на два непересекающихся непустых множества A и B , дающих в объединении X , при котором $x < y$ для любых $x \in A$ и $y \in B$. Элемент $r \in X$ называется *рубежом сечения* $A|B$, если $x \leq r \leq y$ при любых $x \in A$ и $y \in B$. Сечение может иметь 0 рубежей (*щель*), 1 рубеж (*дедекиндово сечение*) или 2 рубежа (*скачок*). Отметим, что *дискретность* линейно упорядоченного множества как раз и означает, что все его сечения – скачки. Линейно упорядоченные множества $\langle \mathbf{N}, \leq \rangle$ и $\langle \mathbf{Z}, \leq \rangle$ дискретно упорядоченные. Каждое сечение $\langle \mathbf{Q}, \leq \rangle$ либо дедекиндово (рубежом служит рациональное число), либо является щелью («рубежом» служит иррациональное число).

Имеют место следующие утверждения.

Утверждение 1. Для всякого линейно упорядоченного поля F эквивалентны следующие условия: 1) F архимедово; 2) в F для любого $b > 0$ найдется натуральное n , такое, что $\frac{1}{n} < b$; 3) $\mathbf{Q}$ плотно в F .

Утверждение 2. Для любого линейно упорядоченного поля F эквивалентны следующие свойства: 1) F непрерывно по Вейерштрассу, то есть любое

ограниченное сверху непустое подмножество в F обладает точной верхней гранью; 2) F полно по Дедекинду, то есть каждое сечение F дедекиндово; 3) F архимедово и любая последовательность вложенных друг в друга отрезков в F имеет непустое пересечение (непрерывна по Кантору); 4) F архимедово и все фундаментальные последовательности в F сходящиеся (полнота по Кантору).

Линейно упорядоченное поле называется *непрерывным*, если оно обладает одним из эквивалентных свойств утверждения 2.

Утверждение 3. Все положительные элементы линейно упорядоченного поля $\mathbf{R}$ являются квадратами, любой многочлен нечетной степени из $\mathbf{R}[x]$ имеет корень в $\mathbf{R}$ и каждое линейно упорядоченное алгебраическое расширение $\mathbf{R}$ совпадает с $\mathbf{R}$.

Укажем три главных подхода к построению системы $\mathbf{R}$.

1. *Подход Рихарда Дедекина:* действительные числа определяются как сечения линейно упорядоченного множества $\mathbf{Q}$. При этом отождествляются сечения $\mathbf{Q}$ вида $(-\infty, q] | (q, \infty)$ и $(-\infty, q) | [q, \infty)$ для любого рационального числа q . На множестве всех таких сечений естественным образом вводятся операции сложения и умножения и отношение порядка. Можно проверить, что полученная алгебраическая система будет непрерывным линейно упорядоченным полем.

2. *Подход Георга Кантора:* под действительным числом понимается класс эквивалентности множества K всех фундаментальных последовательностей рациональных чисел. Последовательности (q_n) и (p_n) называются *эквивалентными*, $(q_n) \sim (p_n)$, если $q_n \rightarrow p_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Последовательности (q_n) и (p_n) складываются и умножаются почленно. При этом K становится целостным кольцом, в котором множество M всех сходящихся к нулю последовательностей будет максимальным идеалом. Фактор-кольцо $K/M = K/\sim$ является полем, на котором задается порядок, превращающий K/M в непрерывное линейно упорядоченное поле $\mathbf{R}$.

3. *Бесконечные десятичные дроби.* Действительные числа вводятся как бесконечные десятичные дроби. При этом бесконечную смешанную периодическую дробь следует отождествить с соответствующей конечной десятичной дробью, например, $3,1415(9) \equiv 3,1416$.

Мы отдаем предпочтение подходу Кантора. При подходе Кантора действительное число, определяемое довольно абстрактно, быстро становится элементом числовой алгебраической системы. По ходу изучения повторяются и используются исходные понятия математического анализа и общей алгебры. Алгебра и анализ «работают сообща». Методика Кантора продолжает метод пар, превращаясь в метод последовательностей. Заметим, что методом пар (удвоение по размерности) можно определить поле $\mathbf{C}$ комплексных чисел над $\mathbf{R}$ (Гамильтон) и тело $\mathbf{H}$ кватернионов над $\mathbf{C}$ (Гамильтон ввел кватернионы как четверки действительных чисел).

Об изучении элементарной теории чисел. 1. Изучение строится на содержательном знании основных числовых систем.

2. Главные темы: делимость целых чисел; сравнимость целых чисел; арифметические приложения.

3. Фундаментальные понятия: отношение делимости, отношение сравнимости, простые числа.

4. Методически целесообразно доказывать теоремы о делимости и сравнимости целых чисел двумя способами – непосредственно и абстрактно-алгебраически. Так, теорему о линейном представлении НОД мы доказываем как по алгоритму Евклида, так и на основании теоремы об идеалах. Многие теоремы о сравнениях легко получаются алгебраически с применением конечных циклических групп и колец классов вычетов.

5. Важную роль в освоении начал теории чисел играют арифметические приложения и решение занимательных задач, связанных с возможностью применения теоретико-числовых методов.

6. При обучении студентов теории чисел желательно составить собственный практикум с задачами, контрольными работами, тестами.

Коллектив преподавателей (Е.М. Вечтомов, Е.Н. Лубягина, Д.В. Широков) кафедры фундаментальной математики Вятского государственного университета готовит к изданию учебное пособие для вузов «Курс элементарной теории чисел», учитывающее пункты 1–6.

Список литературы

1. Арнольд И.В. Теоретическая арифметика. 2-е изд. М.: Учпедгиз, 1939. 400 с.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. 2-е изд., испр. М.: Просвещение, 1966. 384 с.
3. Вечтомов Е.М. Натуральный ряд // Математика в высшем образовании. 2012. № 10. С. 15–34.
4. Вечтомов Е.М., Широков Д.В. Упорядоченные множества и решетки. СПб.: Лань, 2024. 248 с.
5. Виноградов И.М. Основы теории чисел. 8-е изд., испр. М.: Наука, 1972. 168 с.
6. Игошин В.И. Курс числовых систем для педагогического вуза // Математика в высшем образовании. 2010. № 8. С. 19–36.
7. Феферман С. Числовые системы. Основания алгебры и анализа: пер. с англ. М.: Наука, 1971. 440 с.

ТЕОРИЯ ТИПА КАРМАНА – ТИМОШЕНКО – НАГДИ ИЗГИБА ПЛОСКИХ ПЛАСТИН

А.В. Ермоленко, канд. физ.-мат. наук, доцент
Сыктывкарский государственный университет
им. Питирима Сорокина (Россия, Сыктывкар)
e-mail: ea74@list.ru

Аннотация. В статье представлена теория типа Кармана – Тимошенко – Нагди, уточняющая теорию Кармана изгиба плоских пластин за счет учета вариаций параметров поперечного обжатия. Показываются преимущества представленной теории при решении контактных задач со свободной границей. Приводится вариант теории относительно произвольной отсчетной поверхности, позволяющий существенно упростить условия контакта. Формулируются актуальные задачи, связанные с уточненной теорией.

Ключевые слова: контактные задачи, теория пластин

THE KARMAN–TIMOSHENKO–NAGHDI TYPE THEORY BENDING FLAT PLATES

A.V. Yermolenko, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University (Russia, Syktyvkar)

Abstract. The article presents the Karman – Timoshenko – Naghdi type theory, which refines the well-known Karman theory of bending of flat plates by taking into account variations in the parameters of transverse compression. The advantages of the presented theory in solving contact problems with a free boundary are shown. A version of the theory regarding an arbitrary reference surface is presented, which makes it possible to significantly simplify the contact conditions. Current problems associated with the refined theory are formulated.

Keywords: contact problems, theory of plates

В рамках научной школы академика В.В. Новожилова [8] в Сыктывкарском университете была предложена теория пластин, уточняющая теорию Кармана за счет учета параметров поперечного обжатия [9].

Полевые уравнения названной теории можно записать в виде:

$$\begin{aligned} D\Delta^2 w &= q_n - (h_\psi^2 - h_\lambda^2)\Delta q_n + (I - h_\psi^2\Delta)\Lambda(\Phi, w), \\ \frac{1}{Eh}\Delta^2\Phi &= \frac{\nu}{Eh}\Delta m_n - \frac{1}{2}\Lambda(w, w), \\ \psi_{1,1} + \psi_{2,2} &= -\frac{2(1+\nu)}{Eh}(q_n + \Lambda(\Phi, w)). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь Δ – оператор Лапласа, I – тождественный оператор, $\Lambda(\Phi, w) = \Phi_{,11}w_{,22} - 2\Phi_{,12}w_{,12} + \Phi_{,22}w_{,11}$ – билинейная форма Кармана, $\psi_{1,1} \stackrel{\text{def}}{=} \partial\psi_1/\partial x_1$. Неизвестными являются w (прогиб срединной поверхности пластины), Φ (функция напряжения), $\psi_i, i = 1, 2$ (поперечные сдвиги). Исходными параметрами являются h (толщина), E (модуль Юнга), ν (коэффициент Пуассона), $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, q_n^+, q_n^- (нагрузки на лицевых поверхностях), связанные с функциями q_n, m_n следующими соотношениями:

$$q_n = q_n^+ - q_n^-, m_n = \frac{h}{2}(q_n^+ + q_n^-).$$

Параметры $h_\psi^2 = \frac{h^2}{6(1-\nu)}$ и $h_\lambda^2 = \frac{\nu h^2}{8(1-\nu)}$ связаны с учетом поперечных сдвигов и обжатия. Если не учитывать уравнение (1)₃ и данные параметры, то получатся уравнения Кармана.

При выводе уравнений (1) использованы допущения:

- напряжения и тангенциальные перемещения изменяются по толщине пластины линейно, а прогиб – по квадратичной параболе [1];
- по аналогии с монографией [14] для задания прогиба по параболе вводятся функции λ_ξ, κ_ξ , которые в отличие от названной работы являются варьируемыми;
- учитываются поперечные сдвиги в соответствии с подходом С.П. Тимошенко [13];
- для описания деформации срединной пластины используются компоненты тензора Грина – Лагранжа, при этом в тангенциальных компонентах используются нелинейные слагаемые, только связанные с прогибом, а поперечная деформация описывается компонентами тензора деформации Коши;
- связь между тензорами напряжений и деформаций записывается в линейном виде и по форме схожа с законом Гука;
- разрешающие уравнения выводятся с использованием вариационного уравнения Лагранжа.

В статье [9] показано, что при использовании традиционного варианта граничных величин система уравнений (1) не является замкнутой, т. к. при формулировке определенных граничных величин, например, закрепления в тангенциальной плоскости, приходится интегрировать дополнительную систему. Для устранения названного недостатка на основании подхода К.Ф. Черныха [14] получен полудеформационный вариант граничных величин.

Используя подход статьи [9], также получены уравнения общей теории жесткогибких оболочек, теория типа Маргера – Тимошенко – Нагди изгиба пологих оболочек как с непосредственным использованием вариационного уравнения Лагранжа, так и с применением экспресс-алгоритма учета трансверсальных деформаций [7].

Построение уточненных теорий ориентировано на решение контактных задач со свободной границей. Так, в работе [9] показано, что при решении контактной

задачи для пластины и абсолютно жесткого идеально гладкого основания с использованием уравнений (1) контактные реакции имеют на границе зоны контакта пиковые значения, но при этом являются квадратично суммируемыми функциями.

Еще одно влияние внесенных уточнений показано в работах [2, 10]. Показано, что при изгибе пластин под действием нагрузки, близкой к сосредоточенной, наблюдается «эффект противофазы» – максимальные значения моментов, связанных с кривизной, соответствуют минимальным значениям моментов, связанных с изменением поперечных сдвигов. Как результат, максимальные значения момента при использовании теории типа Кармана – Тимошенко – Нагди уменьшаются.

Примеры решенных контактных задач можно изучить в учебных пособиях [6, 10].

При решении контактных задач со свободной границей необходимо ставить условия сопряжения или пластин и основания, или пластины и пластины. При этом если используется теория, не учитывающая поперечное обжатие, то условие контакта пластины и основания можно записать так:

$$w(x) = z, \quad (2)$$

где z – зазор между пластиной и основанием до деформации.

Однако если искать решение по теории, учитывающей поперечное обжатие, то условие (2) принимает вид:

$$w^{-h/2}(x) = z,$$

где $w^{-h/2}(x)$ – прогиб нижней лицевой поверхности, является достаточно громоздким выражением относительно неизвестных функций системы (1). При этом достаточно часто решение ищется с использованием метода обобщенной реакции, см., например, [6], который является итерационным, что существенно увеличивает потребность в ресурсах при проведении численных экспериментов. Поэтому востребованы методы или теории, которые ускорят вычисление значений $w^{-h/2}(x)$.

В статье [5] строится вариант уточненной теории относительно произвольной отсчетной поверхности. Можно выделить следующие основные отличия:

- трансверсальная переменная ξ изменяется от $(b - h)/2$ до $(b + h)/2$, где параметр b определяет поверхность, к которой приводятся уравнения;
- для перехода от трехмерной к двумерной модели усилия и моменты вводятся так:

$$T_{ij} = \int_{(b-h)/2}^{(b+h)/2} \left(J\sigma_{ij}^{\xi} - \frac{\nu}{1-\nu} J\sigma_{33}^{\xi} \delta_{ij} \right) d\xi,$$

$$M_{ij} = \int_{(b-h)/2}^{(b+h)/2} \xi \left(J\sigma_{ij}^{\xi} - \frac{\nu}{1-\nu} J\sigma_{33}^{\xi} \delta_{ij} \right) d\xi,$$

где $J\sigma_{ij}^{\xi}$ – компоненты тензора Пиолы – Кирхгофа, δ_{ij} – символ Кронекера.

В результате получается система, по виду совпадающая с системой (1), однако при этом

$$m_n = \frac{h+b}{2} q_n^+ + \frac{h-b}{2} q_n^-,$$

$$h_\lambda^2 = \frac{v(h^2 - b^2)}{8(1-v)}.$$

Достоинство полученной теории заключается в упрощении формулировки условий контакта. Так, если решается задача о контакте пластины с основанием, то, полагая $b = h$, получаем условие контакта в виде (2).

Следует отметить, что актуальность проводимых научных исследований обуславливается, в частности, бурным ростом строительства высотных и большепролетных зданий, которое требует снижения металлоемкости при увеличении несущей способности, а использование нелинейных теорий позволяет строить более адекватные модели.

Также об актуальности говорят продолжающиеся защиты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук как в области контактных задач, так и механики пластин и оболочек в целом, см., например, [3, 4].

В заключение можно сформулировать по аналогии с работами [11, 12] следующие актуальные задачи, связанные с теорией типа Кармана – Тимошенко – Нагди:

- применение теории к более трудным конкретным задачам, например расчету пластин и оболочек произвольного очертания, на упругом основании или с подкрепленным краем;
- разработка программных комплексов для автоматизации расчетов;
- формулировка деформационных и полудеформационных граничных величин для теории пластин и пологих оболочек относительно произвольной базовой поверхности;
- определение напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек из материалов, обладающих конструктивной нелинейностью, например, резиноподобных материалов, армированных нерастяжимыми нитями;
- построение общей теории оболочек.

Список литературы

1. Naghdi P.M. On the theory of thin elastic shells // Quarterly of Applied Mathematics. 1957. 14. № 4. Pp. 369–380.
2. Yermolenko A.V., Mironov V.V. Mechanism of the effect of transverse shifts on the stress state in the problems of plate and shell mechanics // International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE). 2019, Vol. Issue-5, 2019. Pp 318–321.
3. Дао Нгок Кхоа. Расчёт гибких прямоугольных пластин по методу последовательных аппроксимаций : автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2023. 21 с.
4. Егоров Д.Л. Контактное взаимодействие пластин на упругом основании с жесткими телами : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Казань, 2011. 15 с.

5. Ермоленко А.В. Теория плоских пластин типа Кармана – Тимошенко – Нагди относительно произвольной базовой плоскости // В мире научных открытий. 2011. № 8.1 (20). С. 336–347.
6. Ермоленко А.В. Контактные задачи со свободной границей. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2020. 105 с.
7. Михайловский Е.И. Математические модели механики упругих тел. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского университета, 2007. 516 с.
8. Михайловский Е.И. Школа механики оболочек академика Новожилова. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2005. 172 с.
9. Михайловский Е.И., Бадюкин К.В., Ермоленко А.В. Теория изгиба плоских пластин типа Кармана без гипотез Кирхгофа // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 1999. Вып. 3. С. 181–202.
10. Михайловский Е.И., Ермоленко А.В., Миронов В.В., Тулубенская Е.В. Уточненные нелинейные уравнения в неклассических задачах механики оболочек. Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2009. 141 с.
11. Михайловский Е.И., Черных К.Ф. Развитие механики оболочек в трудах школы академика В.В. Новожилова // Успехи механики. 2003. Т. 2. № 3. С. 87.
12. Новожилов В.В. Краткий очерк развития теории оболочек в СССР // Исследования по теории пластин и оболочек. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1968. Вып. 6. С. 3–22.
13. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. Ч. II. Стержни и пластинки. Петроград: Изд-во ин-та инж. путей сообщения, 1916. Изд. 2-е. Киев: Наукова думка, 1972. 507 с.
14. Черных К.Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах. Л.: Машиностроение, 1986. 336 с.

АНТИПЕРИФЕРИЧЕСКИЕ ГРАФЫ ВЕЩЕСТВЕННЫХ ТРИГОНАЛЬНЫХ КРИВЫХ

В.И. Звонилов, канд. физ.-мат. наук, доцент
*Нижегородский государственный университет им.
 Н.И. Лобачевского (Россия, Нижний Новгород)*
 e-mail: zvoniлов@gmail.com

Аннотация. В работах [1–3] вещественные тригональные кривые изучались с помощью графов, вложенных в круг. Было доказано, что в классе деформационной эквивалентности кривой граф можно считать периферическим (имеющим вершины лишь на границе круга). В классе же жёсткой изотопности кривой удобно искать антипериферический граф (имеющий минимум вершин на границе круга). В настоящей работе изучаются антипериферические графы. Полученная теория используется для завершения жёсткой изотопической

классификации вещественных алгебраических кривых бистепени (4,3) на гипер-
болоиде, начатой в [4, 5].

Ключевые слова: вещественные тригональные кривые, кривые на гипер-
болоиде, вложенные графы

CHAMBERS AND WALLS IN THE SPACES OF REAL ALGEBRAIC CURVES OF SMALL DEGREES

V.I. Zvonilov, Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Russia, Nizhny Novgorod)

Abstract. In [1–3], real trigonal curves were studied using graphs embedded in a disk. It was proven that in the class of deformation equivalence of a curve the graph can be considered peripheral (having vertices only on the boundary of the disk). In the class of rigid isotopy of a curve, it is convenient to look for an antiperipheral graph (having a minimum of vertices on the boundary of the disk). In this paper, antiperipheral graphs are studied. The resulting theory is used to complete the rigid isotopic classification of real algebraic curves of bidegree (4,3) on a hyperboloid, begun in [4], [5].

Keywords: real trigonal curves, curves on a hyperboloid, embedded graphs

Работа выполнена в рамках государственного задания FSWR-2023-0034.

1. Определения

Поверхность Хирцебруха Σ_d – это пространство линейного расслоения $q: \Sigma_d \rightarrow \mathbb{P}^1$ с исключительным сечением E , $E^2 = -d < 0$. Алгебраическая кривая $C \subset \Sigma_d$ называется тригональной, если сужение $q|_C$ является трёхлистным разветвлённым накрытием. Всюду ниже поверхности и кривые считаются вещественными.

Деформация кривой $C \subset \Sigma_d$ – это послойная деформация (в смысле Кодайры – Спенсера) пары $(q: \Sigma_d \rightarrow \mathbb{P}^1, C)$, в частности, в ходе деформации не меняется тип пересечения кривой C со слоем проекции q .

Отношение, более слабое, чем деформационная эквивалентность, которое не учитывает пересечение кривой со слоями, – это жёсткая изотопия, т. е. путь в пространстве вещественных тригональных кривых заданного класса. Понятие жёсткой изотопии было введено В.А. Рохлиным [6] в 1978 году. Жёсткая изотопность ставит задачу более тонкой классификации вещественных алгебраических кривых на плоскости или на алгебраической поверхности, чем вещественная изотопность в 16-й проблеме Гильберта.

2. Граф тригональной кривой

В аффинной карте на Σ_d исключительное сечение E и кривая C определяются уравнениями $y = \infty$ и $y^3 + b(x)y + w(x) = 0$, где b и w — некоторые сечения расслоения q , которые можно рассматривать как однородные многочлены

степеней $2d$ и $3d$. Рациональная функция $j = j_C = \frac{4b^3}{\Delta} = 1 - \frac{27w^2}{\Delta}$ называется - инвариантом кривой C , где $\Delta = 4b^3 + 27w^2$ – дискриминант.

Пусть круг D — фактор-пространство прямой $\mathbb{P}^1$ по комплексному сопряжению, а $\text{pr}: \mathbb{P}^1 \rightarrow D$ — проекция. В образе -инварианта $j_C: \mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{P}^1 = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ вещественной тригональной кривой $C \subset \Sigma_d$ – раскрасим $\mathbb{RP}^1$ следующим образом: 0 , 1 , и ∞ — это соответственно чёрная, белая и крест-вершина; $(\infty, 0)$, $(0, 1)$ и $(1, \infty)$ – это соответственно сплошное, волнистое и штриховое ребро. Прообраз $\Gamma_C = \text{pr}(j_C^{-1}(\mathbb{RP}^1))$, наделённый соответствующей раскраской, называется графом тригональной кривой C . Граф называется *периферическим*, если все его вершины вещественны, т. е. лежат на ∂D . В работах [2, 3] была получена деформационная классификация неособых вещественных тригональных кривых с помощью периферических графов. Жёсткую изотопическую классификацию таких кривых проще описывать с помощью *антипериферических* графов (имеющих минимум вершин на ∂D). Найдены условия существования антипериферических графов и указаны их вещественные вершины.

3. Применения: кривые на гиперboloиде

Гиперboloидом называется поверхность $P^1 \times P^1$, на которой комплексное сопряжение сохраняет сомножители. Вещественная алгебраическая кривая бистепени (m_1, m_2) на квадрике определяется уравнением $F(x_0, x_1; y_0, y_1) = 0$, где F — вещественный однородный многочлен степеней m_1 и m_2 по x_0, x_1 и y_0, y_1 .

Пусть $C_{m,n}$ — пространство вещественных алгебраических кривых бистепени (m, n) на гиперboloиде и $\Delta \subset C_{m,n}$ — подмножество особых кривых. Множество $\Delta_1 \subset \Delta$ состоит из кривых с одной невырожденной двойной точкой или точкой возврата. Компоненты связности множества $C_{m,n} \setminus \Delta$ (соответственно Δ_1) называются *камерами* (соответственно *стенками*).

Вещественная схема вещественной алгебраической кривой A (на плоскости, на поверхности) — это схема взаимного расположения компонент её вещественной части $\mathbb{R}A$ (вещественных ветвей — для особой кривой). *Овалом* называется компонента, стягиваемая на плоскости, на поверхности.

Вещественная алгебраическая кривая A принадлежит *типу I*, если множество $\mathbb{C}\tilde{A} \setminus \mathbb{R}\tilde{A}$ несвязно, где $\tilde{A}$ — нормализация кривой A , и *типу II*, если оно связно. Если A принадлежит типу *I*, то ориентация множества $\mathbb{R}\tilde{A}$ как края замыкания одной из двух половин множества $\mathbb{C}\tilde{A} \setminus \mathbb{R}\tilde{A}$ называется *комплексной*. *Комплексная схема* кривой есть вещественная схема + тип + комплексные ориентации (для типа *I*).

Неособая действительная алгебраическая кривая C имеет тип *I*, если её действительная часть (т. е. множество её вещественных точек) непуста и фундаментальный класс вещественной части обращается в нуль в $H_1(C; \mathbb{Z}_2)$; в противном случае C имеет тип *II*.

Теорема. Камеры и стенки пространства вещественных алгебраических кривых бистепени $(4,3)$ на гиперboloиде однозначно определяются комплексными схемами соответствующих кривых (см. рис. 1).

На рис. 1 комплексная схема кривой с l -оовами и нестягиваемой на $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$ компонентой, реализующей класс $c_1 e_1 + c_2 e_2 \in H_1(\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1)$, обозначается через $\langle(c_1, c_2), l\rangle$ с индексом I или II , если данная вещественная схема неопределённая, т. е. содержит комплексные схемы как типа I , так и типа II .

Доказательство теоремы начато в [1, 2]. Для его завершения достаточно перечислить все стенки. Это делается переходом от кривой на гиперboloиде к вещественной тригональной кривой на поверхности Хирцебруха Σ_3 и нахождением канонического антипериферического графа такой кривой.

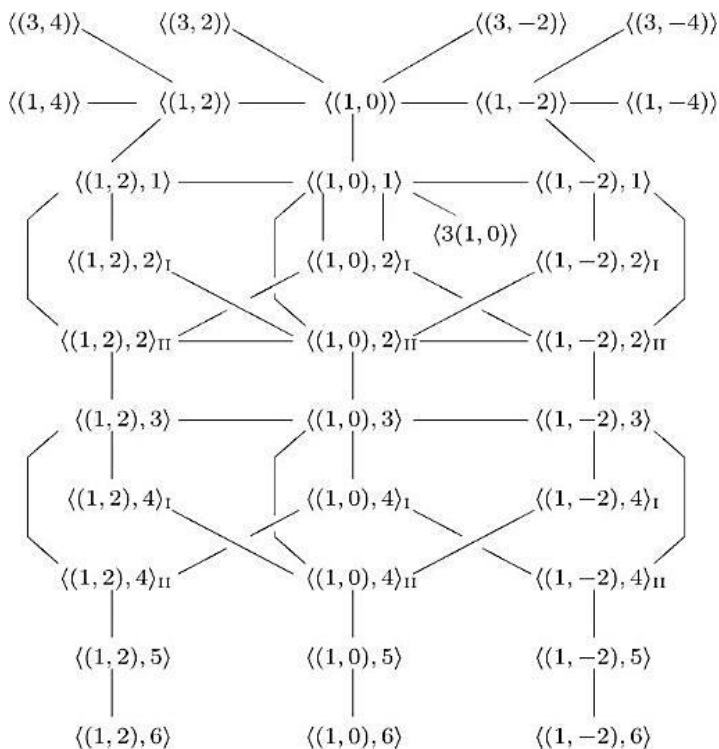


Рис. 1. Камеры и стенки пространства кривых бистепени $(4,3)$ на гиперboloиде

Список литературы

1. Degtyarev A., Itenberg I., Kharlamov V. On deformation types of real elliptic surfaces // Amer. J. Math. 130 (2008). N. 6. 1561–1627.
2. Degtyarev A., Itenberg I., Zvonilov V. Real trigonal curves and real elliptic surfaces of type I // J. Reine Angew. Math. 686 (2014). 221–246.
3. Zvonilov V.I. Maximally inflected real trigonal curves on Hirzebruch surfaces // Lobachevskii Journal of Mathematics. 43 (2022). N. 3. 720–727.
4. Звонилов В.И. Жесткая изотопическая классификация вещественных алгебраических кривых бистепени (4,3) на гиперboloиде // Вестник Сыктывкарского университета. 1999. Сер. 1. вып. 3. С. 81–88.
5. Звонилов В.И. Жесткая изотопическая классификация вещественных алгебраических кривых бистепени (4,3) на гиперboloиде. Приложение // Вестник Сыктывкарского университета. 2003. Сер. 1. Вып. 5. С. 239–242.
6. Рохлин В.А. Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых // УМН, 33:5 (1978). С. 77–89.

О НАЧАЛАХ АНАЛИЗА В ШКОЛЕ

С.Р. Коголовский, канд. физ.-мат. наук, профессор

Шуйский филиал Ивановского государственного университета

(Россия, Шуя)

e-mail: askogal@yandex.ru

Аннотация. Описывается путь, ведущий школьника от элементарной задачи и анализа ее «очевидного» решения к преобразованию интуитивных представлений о полноте (упорядоченного) множества действительных чисел в «средства производства» эффективных орудий математического анализа. Находимые на этом пути строгие доказательства ведущих теорем, относящихся к началам математического анализа, непосредственно используют полноту $\mathbb{R}$ и доступны для школьников.

Ключевые слова: полнота $\mathbb{R}$, разные формы представления полноты $\mathbb{R}$, функции, непрерывные на отрезках: равномерная непрерывность, признаки монотонности, теорема Лагранжа о конечных приращениях

ON MATHEMATICAL ANALYSIS IN GENERAL SCHOOL

S.R. Kogalovskii, Candidate of Physics and Mathematics Sciences

Shuya Branch of Ivanovo State University

(Russia, Shuya)

Abstract. The article describes the path leading a student from an elementary problem and the analysis of its "obvious" solution to the transformation of intuitive ideas

about the completeness of an (ordered) set of real numbers into "means of production" of effective mathematical analysis tools. The rigorous proofs of the leading theorems related to the beginnings of mathematical analysis found along the way directly use the completeness of $\mathbf{R}$ and are available to schoolchildren.

Keywords: completeness of $\mathbf{R}$, various forms of representation of completeness of $\mathbf{R}$, functions continuous on segments: uniform continuity, signs of monotony, Lagrange's theorem on finite increments

Доклад профессора П.В. Семенова на прошлогоднем семинаре (см. [3, с. 43–46]) делает целесообразным вновь обратиться к изложенным в нем результатам, с тем чтобы раскрыть скрывающиеся за ними и за названными их ценностями другие значимые результаты и более высокие ценности.

Обучение школьников началам анализа предполагает превращение интуитивных представлений о полноте упорядоченного множества действительных чисел $\mathbf{R}$ в эффективные орудия поисково-исследовательской деятельности и в «средства производства» таких орудий.

Широкое многообразие исследуемых вопросов, относящихся к началам анализа, делает естественным и продуктивным приобщение учащихся к широкому многообразию форм представления полноты $\mathbf{R}$. Таковы, прежде всего, широко и эффективно применимое ее представление с помощью дедекиндовых сечений, лемма Бореля и теорема о вложенных отрезках. Первые две формы позволяют достаточно легко выводить из выполнимости для функции тех или иных локальных условий на промежутке, из условий, выполняющихся для всякой точки промежутка, таких, как непрерывность или дифференцируемость в каждой его точке, подходящие целостные ее свойства, зримо демонстрирующие свою прагматическую ценность.

Верно ли, что если функция возрастает в каждом из двух интервалов, покрывающих данный промежуток, то она возрастает на всем промежутке? Обсуждение этого, казалось бы тривиального, вопроса приводит учащихся к следующему вопросу: верно ли, что у промежутка, ограниченного справа/слева, есть правый/левый конец (не обязательно ему принадлежащий)? Тем самым отправной вопрос служит побуждающим средством обращения к вопросу о полноте $\mathbf{R}$. Обсуждение этого вопроса приводит к усмотрению того, что утвердительный ответ на него равносильен утверждению, выражающему сплошность, или полноту, множества действительных чисел с помощью дедекиндовых сечений. Это утверждение вначале полагается в качестве *Постулата*.

Основываясь на Постулате, школьники приходят к осознанию того, что начала анализа, его методы зиждятся на полноте $\mathbf{R}$, что они пронизываются ею, что и ведущие теоремы из начал анализа равносильны утверждению о полноте $\mathbf{R}$. На этом пути находятся прямые, не опосредуемые какими-либо промежуточными теоремами их доказательства. Такова теорема Вейерштрасса о непрерывных на отрезках функциях. Такова теорема о равномерной непрерывности на отрезке непрерывной на нем функции. Такова теорема, дающая достаточное условие

возрастания/убывания. Такова и теорема, утверждающая, что всякий промежуток на $\mathbf{R}$ есть отрезок, интервал или полуинтервал. Показывается, что все эти теоремы равносильны Постулату. Их доказательства отличаются простотой и достаточным единообразием. Они доступны старшеклассникам.

Такова и следующая теорема: Пусть $f'(x) \geq 0$ для всякой точки x промежутка. Тогда функция f является неубывающей/невозрастающей на нем. Здесь уместно привести ее доказательство. Докажем, что функция f является неубывающей на нем. Допустим противное, то есть что для некоторых точек c и $d > c$ из I имеет место $f(c) > f(d)$. Пусть k – какое-нибудь положительное число, для которого $k(d - c) < f(c) - f(d)$. Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) + kx$. Так как $g'(x) > 0$ в I , то эта функция – возрастающая на I , то есть такая, что $b > a \rightarrow g(b) > g(a)$ для всяких a и b из I . В частности, $d > c \rightarrow g(d) > g(c)$. С другой стороны, из предположения, что $f(c) > f(d)$, следует $k(d - c) < f(c) - f(d)$, или $f(c) + kc > f(d) + kd$, то есть $g(c) > g(d)$. Пришли к противоречию.

Находится настолько же строгое, насколько и простое и естественное доказательство теоремы Лагранжа о конечных приращениях.

Рассматривается следующее естественное усиление понятия равномерной непрерывности: функцию f мы называем строго равномерно непрерывной на промежутке I , если существует такое число $\gamma > 0$, что для всякого $\varepsilon > 0$ и всяких точек a и b , принадлежащих I , из $|b - a| < \gamma\varepsilon$ следует $|f(b) - f(a)| < \varepsilon$. Замечается, что если f дифференцируема на I и ее производная ограничена, то f строго равномерно непрерывна на нем, и что строго равномерная непрерывность непрерывно дифференцируемой на I функции равносильна ограниченности на нем ее производной.

Бесконечно большими называют такие числа a , что $|a|$ больше всякого рационального числа. Использование Постулата позволяет просто доказать **утверждение А**: бесконечно большие числа не существуют (в $\mathbf{R}$). Допущение противного влечет, что, согласно Постулату, множество $\mathbf{I}$ всех положительных бесконечно больших чисел имеет наибольшую нижнюю грань i . Пусть U – окрестность i , длина которой меньше 1. U , как и всякая окрестность i , содержит бесконечно большие числа. Пусть a – такое число. Но число $a - 1$ тоже (положительное) бесконечно большое и $a - 1 < i$. А это противоречит тому, что i – нижняя грань $\mathbf{I}$.

Бесконечно малым называют всякое такое число $a \neq 0$, что $|a|$ меньше всякого положительного рационального числа. Так как числа, обратные бесконечно малым, бесконечно большие, то из доказанного следует истинность **утверждения Б**: бесконечно малые числа не существуют.

Замечается, что из Постулата выводится равносильное аксиоме индукции **утверждение В**: во всяком непустом множестве M натуральных чисел (из $\mathbf{R}$) имеется наименьшее число. В самом деле, из Постулата следует существование наибольшей нижней грани m такого множества M . В любой окрестности m имеются числа из M . А это возможно только тогда, когда m само принадлежит M . Таким образом, m есть наименьшее число в M .

Замечается, что уже из аксиомы индукции следует, что в $\mathbf{R}$ нет бесконечно больших, а значит и бесконечно малых чисел.

Пусть $\mathbf{R}^*$ – упорядоченное «числовое» поле, включающее $\mathbf{R}$ и удовлетворяющее Постулату. Легко доказывается, что утверждения А, Б и В истинны в $\mathbf{R}^*$. Использованием этих утверждений доказывается, что $\mathbf{R}^*$ совпадает с $\mathbf{R}$.

Отправляясь от представления действительных чисел бесконечными десятичными дробями, мы доказываем Постулат.

Под числовой прямой будем понимать прямую с заданными на ней начальной, или нулевой, и единичной точками. Мы используем следующие положения (выводимые из аксиом евклидовой геометрии), обеспечивающие идеальную измерительную процедуру нахождения длины отрезка (при заданной на числовой прямой единице масштаба) с любой степенью точности:

Положение 1. Какой бы отрезок на числовой прямой мы ни взяли, от всякой ее точки можно и влево, и вправо отложить на ней (единственный) равный ему отрезок.

Положение 2. На любом отрезке прямой существуют точки, разбивающие его на десять равных отрезков.

Эти положения обеспечивают всюду плотность точек на числовой прямой. А добавление к ним следующего аналога теоремы полноты обеспечивает идеальную процедуру точного вычисления длины отрезка:

Положение 3. На какие бы два куска прямую ни разбили, либо у левого куска будет самая правая точка, либо у правого – самая левая.

Эти три положения обеспечивают взаимно однозначную представимость всех чисел из $\mathbf{R}$ точками на числовой прямой. Но заполняют ли такие точки всю числовую прямую? Нет ли на ней бесконечно далеких или бесконечно близких точек? Приводится использующее положения 1–3 несложное доказательство следующей теоремы: *множество точек числовой прямой и множество действительных чисел изоморфны как упорядоченные множества.*

Рассуждения, входящие в доказательство этой теоремы, родственны приведенным выше рассуждениям, доказывающим истинность утверждений А, Б и В. И за всеми этими рассуждениями усматриваются рассмотрения более общего характера, ведущие к значимым результатам, относящимся к упорядоченным полям, группам и множествам.

Доступные школьникам доказательства названных теорем из начал математического анализа, непосредственно основывающиеся на полноте $\mathbf{R}$, были нами получены и использованы в обучении школьников г. Иваново и студентов разных факультетов Шуйского педагогического университета в 90-е – начале 2000-х годов. Впервые они были опубликованы в [1] (см. также [2]).

Список литературы

1. Когаловский С.Р. Поиски метода и методы поиска. Шуя: Изд-во ШГПУ, 2006. 368 с.

2. Коголовский С.Р. Онтогенетический подход к обучению школьников математике. Иваново: Изд-во ИвГУ, 2018. 315 с.

3. Семенов П.В. Исследование функций, минующее классические теоремы дифференциального исчисления // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы : материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2023. 430 с.

КАРТЫ ГРАФА ТЕТРАЭДРА

Ю.В. Маслова, канд. физ.-мат. наук, доцент

Г.Р. Загорская, бакалавр педагогического образования

Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена

(Россия, Санкт-Петербург)

e-mail: yuliapetrova@mail.ru

Аннотация. В статье приведена оценка, показывающая на поверхностях, с какой эйлеровой характеристикой можно построить карты, соответствующие данному графу; описан способ построения всевозможных (с точностью до введённого отношения эквивалентности) карт, степень вершин графов которых не превосходит 3; построены все карты графа тетраэдра.

Ключевые слова: граф, компактная поверхность, вложение, карта

MAPS OF THE TETRAHEDRON GRAPH

Yu.V. Maslova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

G.R. Zagorskaya, Bachelor of Pedagogical Education

Herzen Russian State Pedagogical University

(Russia, Saint Petersburg)

Abstract. The article provides an estimate showing on surfaces with which Eulerian characteristic maps corresponding to a given graph can be constructed; describes a method for constructing all possible (up to the introduced equivalence ratio) maps, the degree of vertices of which does not exceed 3; all maps of the tetrahedron graph are constructed.

Keywords: graph, compact surface, embedding, map.

Современная математика не стоит на месте, она постоянно развивается: вводятся в рассмотрение новые объекты, строятся различные теории, доказываются и опровергаются сформулированные гипотезы. Теория карт, в рамках которой было проведено наше исследование, не является исключением. Как и во многих направлениях современной математики, в ней наблюдается

тенденция к всё более высокой степени абстракции. Большое количество результатов, связанных с картами [2], выражено формулами, соотношениями, числовыми характеристиками рассматриваемых объектов, что затрудняет понимание сути происходящего. В 2016 году Е.С. Краско и А.В. Омельченко, используя идею фактор-карт, представили рекуррентные соотношения, характеризующие количество помеченных и непомеченных регулярных карт на двумерных ориентируемых поверхностях произвольного рода [3]. В 2020 году они же опубликовали статью, в которой перечислили непомеченные карты с r -рёбрами на неориентируемых и ориентируемых поверхностях заданного рода [4]. Вопрос, связанный именно с геометрическим построением карт для данного графа, стал для нас центральным. Нами были даны строгие определения введённым объектам и проведены доказательства всех сформулированных утверждений.

Определение 1. *Граф* – связное конечное одномерное клеточное пространство. Нульмерные клетки графа называются его вершинами, а одномерные – рёбрами.

Пусть дан граф G и поверхность M . Под поверхностью мы понимаем связное компактное двумерное многообразие.

Определение 2. *Вложением графа G в поверхность M* называется отображение $f: G \rightarrow M$, такое, что f – вложение и графы G и $f(G)$ изоморфны.

Определение 3. *Картой (M, G)* называется пара (M, G) , где G – граф, вложенный в поверхность M , и множество $M \setminus G$ является дизъюнктым объединением открытых кругов.

Вершины и рёбра графа G , вложенного в поверхность M , будем называть вершинами и рёбрами соответственно карты (M, G) , а каждую компоненту связности множества $M \setminus G$ – гранью этой карты.

Пусть (M_1, G_1) и (M_2, G_2) – карты.

Определение 4. Будем говорить, что карты (M_1, G_1) и (M_2, G_2) *эквивалентны*, если существует гомеоморфизм h поверхностей M_1 и M_2 , т. е. $h: M_1 \rightarrow M_2$, такой, что его сужение на граф G_1 является изоморфизмом графов G_1 и G_2 .

Пусть дана произвольная карта (M, G) . Обозначим через v , e и f количество вершин, рёбер и граней данной карты. Нетрудно проверить, что имеет место следующее неравенство: $v - e + 1 \leq \chi \leq 2$, где χ – эйлерова характеристика поверхности M .

Пусть, кроме того, карта (M, G) такова, что граф G содержит хотя бы один нетривиальный цикл и степень каждой его вершины не превосходит 3 (см. рис. 1). Выберем у графа G максимальное дерево T . Всякий граф гомотопически эквивалентен букету m окружностей [1], причём количество окружностей в букете является инвариантом для фиксированного графа ($m = e - v + 1$). Нетрудно видеть, что, стянув дерево в точку, получим карту букета m окружностей, то есть $(M, B(m))$. Рассмотрим трубчатую окрестность дерева T на поверхности M .

Хорошо известно, что её замыкание гомеоморфно диску. Обозначим замыкание рассматриваемой окрестности через $\bar{D}$. Внутри множества $\bar{D}$ выберем ещё один диск D^* , такой, что дерево T принадлежит внутренности диска D^* , за исключением вершин дерева, которым инцидентны рёбра графа G , не входящие в дерево T , они располагаются на границе диска D^* . При этом никакие внутренние точки рёбер графа G , не входящих в дерево T , не принадлежат диску D^* (см. рис. 2). Пусть v_1 – количество вершин дерева T , расположенных на границе диска D^* , будем называть их вершинами-ростками дерева T . Также обозначим через v_2 количество вершин дерева T , не являющихся ростками, будем называть их внутренними вершинами дерева T . Очевидно, что $v = v_1 + v_2$. Ясно, что такой диск D^* всегда можно выбрать.

Заметим, что исходная карта (M, G) задаётся следующими объектами: картой-букетом m окружностей, картой-деревом (D^*, T) , причём v_1 вершин графа T расположены на границе диска D^* , и картой-колесом (K, S) , где S – набор из $2m$ отрезков, вложенных в кольцо K . Кроме того, K – кольцо, граница S_1^1 которого совпадает с границей диска D^* , а граница S_2^1 – с границей диска $\bar{D}$. На границе S_2^1 расположены $2m$ вершин графа S степени 1, а на границе S_1^1 – v_1 вершин графа S , сумма степеней которых равна $2m$ (см., например, рисунки 3а, 3б и 3в).

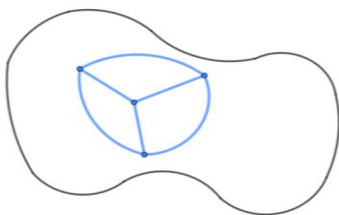


Рис. 1.

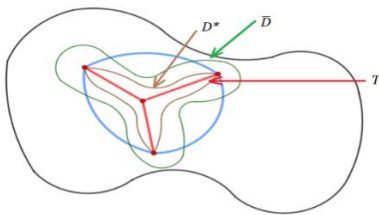
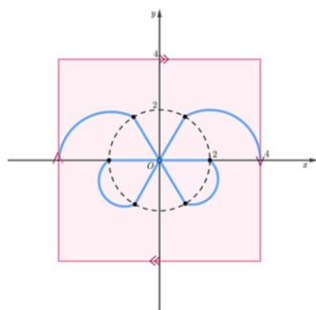
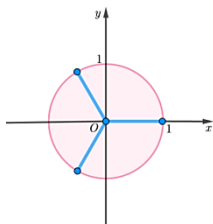


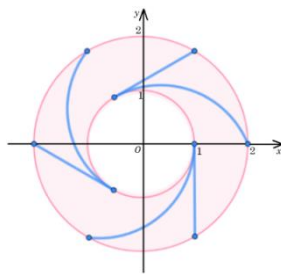
Рис. 2.



3а



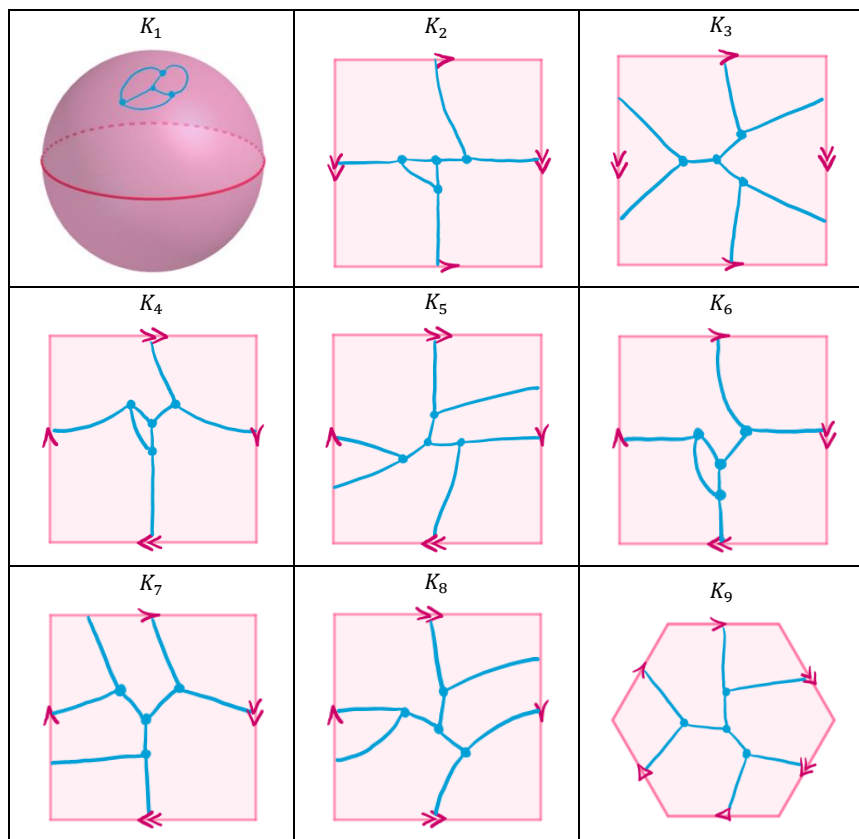
3б



3в

Рис. 3.

Карты графа тетраэдра



Для удобства иногда мы изображаем карту с помощью фундаментального многоугольника (см., напр., рис. 3а), при отождествлении соответствующих пар сторон которого получаем необходимую поверхность и граф на ней [1].

Для построения всевозможных карт (M, G) с v -вершинами и e -ребрами достаточно решить следующие задачи:

- 1) построить все возможные карты-букеты t окружностей, где $t = e - v + 1$;
- 2) построить все возможные карты-деревья (D, T) , где T – дерево с v вершинами, причём v_1 вершин графа T расположены на границе диска D , $0 < v_1 \leq v$;
- 3) построить все возможные карты-колёса (K, S) , где S – набор из $2m$ отрезков, вложенных в кольцо K , причём на границе S_2^1 расположены $2m$ вершин

графа S степени 1, а на границе $S_1^1 - v_1$ вершин графа S , сумма степеней которых равна $2m$.

Нами были построены все карты-букеты, карты-деревья, карты-колёса, соответствующие графу тетраэдра, а также определено отображение-конструктор, описывающее способ построения всевозможных карт данного графа. Все 9 карт графа тетраэдра перечислены в таблице 1.

Список литературы

1. Виро О.Я., Иванов О.А., Нецветаев Н.Ю., Харламов В.М. и др. Элементарная топология. 2-е изд., испр. М.: МЦНМО, 2012. 358 с.
2. Звонкин А.К., Ландо С.К. Графы на поверхностях и их приложения. М.: МЦНМО. 2010. 480 с.
3. Краско Е.С., Омельченко А.В. Перечисление регулярных карт на поверхностях заданного рода // Зап. научн. сем. ПОМИ, 2016. Т. 450. С. 74–108.
4. Krasko E.S., Omelchenko A.V. Enumeration of unsensed orientable and non-orientable maps // European Journal of Combinatorics, 2020. Vol. 86. P. 103093.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЧИСЛОВЫХ РЯДОВ

Л.В. Панкратова, канд. пед. наук, доцент
Вятский государственный университет (Россия, Киров)
e-mail: pankratovalaris19@rambler.ru

Аннотация. В статье приводятся задания по теме «Числовые ряды», решение которых не только требует от студентов обращения к нескольким разделам математического анализа, но и предполагает владение техникой преобразований, а также способность к математическому творчеству.

Ключевые слова: числовой ряд, частичная сумма ряда, сходимость ряда

ABOUT USING NON-STANDARD TASKS WHEN STUDYING NUMBER SERIES

L.V. Pankratova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The article presents tasks on the topic «Number series», the solution of which not only requires students to turn to several sections of mathematical analysis, but also assumes their mastery of transformation techniques, as well as the ability to be mathematically creative.

Keywords: number series, partial sum of a series, series convergence

Изучению раздела «Ряды» в курсе математического анализа на направлениях подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика, информатика» в ВятГУ отводится целый семестр. Это подчеркивает одновременно и важность, и сложность данного раздела. Действительно, многие прикладные математические задачи, в частности приближенное решение дифференциальных уравнений или вычисление определенных интегралов с заданной степенью точности, могут быть решены посредством обращения к степенным рядам, с рядами Фурье тесно сопряжены уравнения математической физики.

Однако освоение числовых рядов зачастую предусматривает помимо изучения теоретических вопросов курса лишь выработку умения исследовать ряды на сходимость (абсолютную или неабсолютную). В данных условиях довольно сложно продемонстрировать студентам значимость раздела «Ряды» для математики и ее прикладных областей. Тем не менее изучение функциональных рядов базируется именно на числовых рядах, значит, необходимо сделать знакомство с ними увлекательным и полезным для студентов. Этого можно добиться несколькими способами: за счет варьирования содержания, использования нестандартных формулировок задач, демонстрации (см., например, [3]) внутрипредметных связей математического анализа и др.

В настоящей статье мы предложим примеры задач, которые могут разнообразить процесс изучения студентами числовых рядов. Помимо решения данных задач укажем, какие ранее изученные факты анализа будут при этом использоваться, отметим возможные пути работы с задачами после завершения их решения.

Первый тип заданий – на непосредственное применение определения суммы ряда.

Задача 1. Рассмотрим предел частичной суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left((n+3) \sin \frac{\pi}{2(n+3)} - (n+2) \sin \frac{\pi}{2(n+2)} \right),$$

установить его сходимость и величину суммы [1, с. 192, № 28].

Решение. Запишем n -ю частичную сумму ряда:

$$S_n = 4 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 4} - 3 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3} + 5 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 5} - 4 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 4} + \dots + (n+3) \sin \frac{\pi}{2(n+3)} - (n+2) \sin \frac{\pi}{2(n+2)} = (n+3) \sin \frac{\pi}{2(n+3)} - 3 \sin \frac{\pi}{2 \cdot 3} = (n+3) \sin \frac{\pi}{2(n+3)} - \frac{3}{2}.$$

Осталось исследовать существование предела $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$. Поскольку имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+3) \sin \frac{\pi}{2(n+3)} - \frac{3}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{3}{2},$$

закключаем, что данный ряд сходится и его сумма равна $\frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}$.

Замечание 1. Помимо определений сходящегося ряда и суммы ряда при решении данной задачи потребовалось вычислить предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+3) \sin \frac{\pi}{2(n+3)},$$

содержащий неопределенность и сводящийся к использованию первого замечательного предела.

З а д а ч а 2. Рассмотрим предел частичной суммы ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)}$, установить его сходимость и величину суммы [1, с. 192, № 26].

Р е ш е н и е. Преобразуем n -й член ряда следующим образом:

$$a_n = \frac{1}{n!(n+2)} = \frac{n+1}{(n+2)!} = \frac{(n+2)-1}{(n+2)!} = \frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!}.$$

Тогда

$$S_n = \frac{1}{1!} - \frac{1}{2!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!} = 1 - \frac{1}{(n+2)!}.$$

Сейчас нетрудно заметить, что данный ряд сходится и его сумма равна 1.

З а м е ч а н и е 2. Основная сложность в процессе решения задачи 2 заключается в преобразовании общего члена ряда для упрощения вычисления его частичной суммы. С целью закрепления этого приема можно предложить студентам придумать задачи, которые решались бы схожим образом.

Следующий тип заданий – на изучение сходимости рядов с нестандартной записью общего члена.

З а д а ч а 3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ с общим членом $u_n = \int_0^{\pi/n} \frac{\sin^3 x}{1+x} dx$ [2, с. 234, № 2646].

Р е ш е н и е. Отметим, что подобные задания обычно не предполагают вычисления интеграла, задающего u_n .

Воспользуемся оценкой определенного интеграла и применим простой признак сравнения для рядов с неотрицательными членами. Поскольку для $x \in [0; \frac{\pi}{n}]$ справедливо неравенство $0 \leq \sin x \leq x \leq \frac{\pi}{n}$, то

$$\int_0^{\pi/n} \frac{\sin^3 x}{1+x} dx \leq \frac{\pi^3}{n^3} \int_0^{\pi/n} \frac{dx}{1+x} = \frac{\pi^3}{n^3} \ln(1 + \frac{\pi}{n}).$$

Но ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^3}{n^3} \ln(1 + \frac{\pi}{n})$ сходится (достаточно сравнить его с рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^4}{n^4}$), значит, и данный ряд также сходится.

З а м е ч а н и е 3. Можно продолжить работу с задачей, выбирая в качестве общего члена ряда $u_n = \int_0^{\pi/n} \frac{\sin^3 x}{1+x^2} dx$, варьируя показатель степени у функции $\sin^3 x$.

Представляют интерес и задачи, решение которых предполагает использование взаимосвязи между понятиями числовой последовательности и числового ряда. Приведем соответствующие примеры.

З а д а ч а 4. Заменяя последовательность $x_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}$ ($n = 1, 2, \dots$) соответствующим рядом, исследовать ее сходимость [2, с. 234, № 2653].

Р е ш е н и е. Для произвольного числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ справедливо следующее:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = S_n = S_1 + (S_2 - S_1) + \dots + (S_n - S_{n-1}).$$

Тогда, если рассматривать $x_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}$ как частичную сумму некоторого ряда, общий член этого ряда есть

$$x_n - x_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n} + 2\sqrt{n-1} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = -\frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt{n} + \sqrt{n-1})^2}.$$

Поскольку ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt{n} + \sqrt{n-1})^2}$ сходящийся (ведет себя так же, как ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$), его последовательность частичных сумм тоже сходится. Но эта

последовательность и есть $x_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}$ ($n = 1, 2, \dots$), следовательно, задача решена.

З а д а ч а 5. Рассматривая a_n как член соответствующего ряда, доказать, что последовательность $\{a_n\}$, где $a_n = \frac{(n!)^n}{n^{n!}}$, сходится [1, с. 207, № 332].

Р е ш е н и е. Рассмотрим числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^n}{n^{n!}}$ и исследуем его на сходимость, применяя радикальный признак Коши в предельной форме. Будем иметь:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^n}{n^{n!}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^{(n-1)!}} = 0.$$

В справедливости последнего равенства несложно убедиться, например, если обозначить $p = (n-1)!$. Тогда $n! = np$, $n^{(n-1)!} = n^p$. В этих обозначениях $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^{(n-1)!}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{np}{n^p}$ и значение предела очевидно.

Так как $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(n!)^n}{n^{n!}}} = 0 < 1$, ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^n}{n^{n!}}$ сходится, значит, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{n^{n!}} = 0$ в силу необходимого условия сходимости числового ряда. Итак, последовательность $a_n = \frac{(n!)^n}{n^{n!}}$ сходится, что и требовалось доказать.

З а м е ч а н и е 4. Г.М. Фихтенгольц подчеркивает, что, хотя «рассмотрение бесконечного ряда и его суммы есть просто новая форма изучения варианты ... эта форма ... представляет неоценимые преимущества как при установлении самого существования предела, так и при его вычислении. Это обстоятельство делает бесконечные ряды важнейшим орудием исследования в математическом анализе и его приложениях» [4, с. 285]. Нам представляется, что в задачах, подобных последним, преимущества обращения к числовым рядам особенно убедительны, а использование таких задач в процессе обучения студентов имеет большое значение.

Список литературы

1. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу : пособие для университетов, пед. вузов : в 2 ч. 3-е изд., испр. М.: Дрофа, 2001. Ч. 2: Ряды, несобственные интегралы, ряды Фурье, преобразование Фурье. 712 с.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб. пособие. М.: Астрель; АСТ, 2002. 558.
3. Панкратова Л.В. Реализация внутрипредметных связей математического анализа при изучении числовых рядов // Advanced science. 2020. № 4. С. 31–35.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. 8-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, Лаборатория знаний. 2003. 864 с.

**ОБ ИЗУЧЕНИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА
В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

В.В. Сушков, канд. физ.-мат. наук

Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина

(Россия, Сыктывкар)

e-mail: vvsu@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрена проблематика обучения теории уравнений в частных производных первого порядка в рамках преподавания высшей математики в университете. Приведен анализ современного состояния вопроса, описаны основные содержательно-методические линии материала. Предложена концепция преподавания на примере опубликованного учебного пособия.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка, уравнения математической физики, характеристические уравнения и системы, линейные, квазилинейные и нелинейные уравнения

**ON THE STUDY OF FIRST-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS
IN HIGHER MATHEMATICS LEARNING**

V.V. Sushkov, Candidate of Physics and Mathematics Sciences

Pitirim Sorokin Syktivkar State University

(Russia, Syktivkar)

Abstract. The article discusses the problems of teaching the theory of partial differential equations of the first order in the higher mathematics teaching. An analysis of the current state of the issue is given, the main content and methodological lines of

the material are described. The concept of teaching is proposed on the example of a published textbook.

Keywords: first-order partial differential equations, mathematical physics equations, characteristic equations and systems, linear, quasilinear and nonlinear equations

В университетском курсе высшей математики теория уравнений в частных производных первого порядка занимает неоднозначное положение. Классические курсы «Уравнения математической физики» [1, 2] подчеркнуто начинают изложение материала с уравнений второго порядка, относя рассмотрение уравнений первого порядка к сфере дисциплины «Дифференциальные уравнения» [3–6], что выглядит на первый взгляд неожиданно с учетом ее альтернативного названия – «Обыкновенные дифференциальные уравнения» (очевидно, что уравнения в частных производных к указанной категории не относятся никоим образом).

В то же время в последние годы материал дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка многие авторы относят к дисциплине «Уравнения математической физики» [7, 8], чья традиционная альтернативная формулировка «Уравнения в частных производных» с формальной точки зрения идеально подходит для рассматриваемого материала.

Более того, казалось бы, концептуально единый материал уравнений первого порядка разрывается авторами в зависимости от задач, решаемых в рамках конкретного учебника или учебного пособия, – так, например, в работе [6] соответствующий раздел посвящен описанию линейных и квазилинейных уравнений, в [4] дана максимально исчерпывающая классификация и методика решения нелинейных уравнений.

Идеальным для разрешения возникших противоречий являлся бы курс с наименованием «Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными» [9, 10], но в силу объема и разношерстности включаемого материала он, как правило, встречается только в учебных планах студентов педагогических направлений подготовки.

Подобная кажущаяся неразбериха с включением либо невключением материала в структуру того или иного математического курса объясняется прежде всего его естественной дуальностью – значительная часть материала, необходимого для обоснования методов решения уравнений первого порядка, относится к теории автономных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в то время как идеологически связанная с рассматриваемой теория уравнений в частных производных второго порядка – основа курса математической физики. Более того, методологическая основа (метод характеристик и др.) и область практических приложений (волновые процессы и др.) связывают уравнения в частных производных первого порядка с их аналогами более высоких порядков.

В силу всего сказанного возникает логичная задача подготовки методического сопровождения, охватывающего все необходимые студенту разделы университетского курса по данной тематике, вне зависимости от места изучаемого материала в перечне дисциплин образовательной программы. Разработка такого пособия позволяет преподавателю варьировать глубину погружения в те или иные разделы как математической физики, так и обыкновенных дифференциальных уравнений и при необходимости даёт инструмент для организации самостоятельной работы обучающихся в рамках изучаемого материала.

В 2023 году в Сыктывкарском государственном университете имени Питирима Сорокина было подготовлено и издано учебное пособие «Уравнения в частных производных первого порядка» [11], структура и материал которого были разработаны в соответствии с сформулированной концепцией.

Изложение материала непрерывно сопровождается набором исторических справок, дающих возможность не только отследить при желании хронологию вопроса, но и, что более важно, осознать взаимосвязь изучаемых вопросов с другими отраслями физики и математики в их исторической динамике, понять практическую значимость рассматриваемой теории, оценить и теоретический, и прикладной характер результатов. Безусловно, одними из базовых уравнений, на примере которых разбирается значительная часть материала пособия, являются уравнение бегущей волны и уравнение Хопфа (соответственно, простейшие линейное и квазилинейное уравнения первого порядка). Однако в работе сделана попытка дать максимально широкий обзор классических уравнений в частных производных как первого порядка (уравнение Кортевега де Фриза, уравнение Гамильтона–Якоби, уравнение эйконала), так и старших порядков (уравнение синус-Гордона, уравнение Бюргерса, нелинейное волновое уравнения Гейзенберга) – с указанием на физический смысл уравнений и, по возможности, на постановку задач, приводящих к ним. Так, при рассмотрении уравнения синус-Гордона возникает возможность упомянуть отдельный класс решений задач математической физики – солитонные решения. Рассмотрение уравнений бегущей волны и Хопфа естественным путем приводит к понятию линейных и нелинейных волн, коррелирующих с волновыми свойствами уравнений в частных производных старших порядков – отсюда автоматически к концепциям ударной волны и градиентной катастрофы.

Структура пособия выстроена в соответствии с общепринятой классификацией дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка – от линейных уравнений к квазилинейным и далее к нелинейным. Это принципиально отличает пособие от большинства учебных изданий по данной тематике, в которых, как правило, делается акцент на методы решения либо линейных (с квазилинейными), либо нелинейных уравнений. Связующим понятием для таких принципиально различных разделов оказывается понятие характеристик и характеристических систем, что, с одной стороны, отсылает к теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а с другой – обеспечивает

идеологическую привязку выстраиваемой методической схемы к «классическим разделам» математической физики, для которых метод характеристик является одним из базовых. При этом материал, изложенный в разделе «Автономные системы и их первые интегралы», необходимый для методологии решения линейных и квазилинейных уравнений, но не относящийся напрямую к теме «Уравнения в частных производных первого порядка», может без потери логики изложения оставлен преподавателем для самостоятельного изучения студентам – либо просто быть использован в качестве справочника.

Материал, изложенный в пособии, апробирован при чтении дисциплин, посвященных изучению методов и моделей математической физики, в Институте точных наук и информационных технологий Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина. Разделы, посвященные постановке задач, приводящих к рассмотрению уравнений в частных производных первого порядка, идеологически предшествуют соответствующим главам дисциплины «Уравнения математической физики», посвящённым постановке задач, приводящих к классическим уравнениям колебаний струны, мембраны, уравнения теплопроводности и др. Методология поиска характеристик для построения решения линейного и квазилинейного уравнения первого порядка приводит к методу характеристик решения уравнений второго порядка.

Определенный параллелизм может быть обнаружен в подходах к решению нелинейных уравнений первого и более высокого порядков. Материал курса обыкновенных дифференциальных уравнений, используемый для построения характеристических систем, не требует углубленного изучения и может быть изложен в рамках занятий по изучаемой дисциплине. В книге приведены задания для самостоятельного решения, примерная тематика курсовых и выпускных квалификационных работ, примерные варианты контрольных работ, что может быть использовано и для организации самостоятельной работы студентов, и для проведения занятий в контактной форме.

Таким образом, пособие может использоваться как для формирования части лекционного курса по соответствующим дисциплинам, так и при практической подготовке по тематике – при этом полностью подтверждая выдвинутую идею о возможности и логичности выделения теории уравнений в частных производных первого порядка в самостоятельный, логически и методически цельный раздел, допустимый к изложению в таком виде в рамках обеих упомянутых дисциплин – «Дифференциальные уравнения» и «Уравнения математической физики» – или в рамках иной дисциплины.

Список литературы

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1988. 456 с.

3. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Лань, 2003. 434 с.
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений: учебник. 11-е изд., испр. М.: ЛКИ, 2016. 512 с.
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: учеб. пособие для вузов. 8-е изд., доп. М.: Интеграл-пресс, 1998. 208 с.
6. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 448 с.
7. Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 260 с.
8. Палин В.В., Радкевич Е.В. Лекционный курс: Методы математической физики. Часть I. М.: Изд-во попечительского совета механико-математического факультета МГУ, 2016. 120 с.
9. Асланов Р.М., Матросов В.Л., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. Том I. Теоретический курс. М.: Изд-во МПГУ, 2003. 338 с.
10. Асланов Р.М., Матросов В.Л., Тепунов М.В., Тетеруков А.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. Т. II. Сборник задач. М.: Изд-во МПГУ, 2004. 400 с.
11. Сушков В.В. Уравнения в частных производных первого порядка : учебное пособие. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2023. 72 с.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

ФОРМИРОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ НАУЧНОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ В ХОДЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В.С. Абатурова, канд. пед. наук

*Южный математический институт – филиал Владикавказского научного
центра РАН, Северо-Кавказский центр математических исследований ВШЦ РАН
(Россия, Владикавказ)*

e-mail: veronika-abaturova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема формирования и развития научного стиля мышления школьников в ходе обучения математике. Обоснована актуальность проблемы, связанная с необходимостью формирования в ходе обучения в школе личности, способной ориентироваться в сложном современном научно-технологическом мире, моделировать оптимальные решения реальных задач, возникающих в жизни. Представлены авторское определение и характеристики научного стиля мышления школьников, формы, средства, методы и технология формирования научного стиля мышления школьников в ходе обучения математике на основе применения алгоритма научного метода решения учебных математических задач.

Ключевые слова: научный стиль мышления школьников, научный метод, методика обучения математике, учебные математические задачи

THE FORMATION AND DEVELOPMENT OF SCHOOLCHILDREN'S SCIENTIFIC STYLE OF THINKING DURING TEACHING MATHEMATICS

V.S. Abaturova, Candidate of Pedagogical Sciences

*Southern Mathematical Institute – the Affiliate of Vladikavkaz Scientific Center
of Russian Academy of Sciences, North Caucasus Center
for Mathematical Research VSC RAS
(Russia, Vladikavkaz)*

Abstract. The article deals with the problem of formation and development of the scientific style of thinking of schoolchildren in the course of teaching mathematics. The urgency of the problem associated with the need to form a personality during school education that is able to navigate the complex modern scientific and technological world, to model optimal solutions to real problems arising in life, is substantiated. The author's definition and characteristics of the scientific style of thinking of schoolchildren, forms, means, methods and technology of forming the scientific style of thinking of schoolchildren in the course of teaching mathematics based on the application of the algorithm of the scientific method of solving educational mathematical problems are presented.

Keywords: the scientific style of thinking of schoolchildren, the scientific method, the methodology of teaching mathematics, educational mathematical problems

Стоящая перед системой образования задача перехода от воспитания «квалифицированного потребителя» к формированию человека-творца, создателя новых технологий, связана с возрастающим спросом на фундаментальные и прикладные научные исследования, направленные на достижение национальной цели научно-технологического развития – обеспечение независимости и конкурентоспособности страны. Создание возможности для выявления и воспитания талантливой молодежи, построения успешной карьеры в области науки, технологий и технологического предпринимательства определено в Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации, утвержденной Указом Президента РФ 24 февраля 2024 г. [1] одной из основных задач, способствующих достижению этой цели. В связи с этим актуальной задачей системы школьного образования является формирование личности, способной ориентироваться и развиваться в современном научно-технологическом мире, находить оптимальные решения возникающих в жизни реальных задач, которые теперь чаще становятся информационно-насыщенными и наукоемкими.

Анализ федеральных государственных образовательных стандартов основного общего и среднего общего образования [2; 3], являющихся ориентиром для понимания, насколько заложенные в них цели соответствуют поставленным целям научно-технологического развития страны, показывает, что в числе предметных (математических) и метапредметных результатов освоения образовательных программ учащимися основной и средней школы присутствуют следующие умения (базовые логические действия): выявлять и характеризовать существенные признаки объектов (явлений); устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; с учетом предложенной задачи выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых фактах, данных и наблюдениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий; выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов. Фактически эти умения являются признаками научного (исследовательского) стиля мышления школьников. Заложенный в программу старшей школы обязательный блок проектно-исследовательской деятельности школьников предполагает фактически применение научного метода и, следовательно, формирование научного стиля мышления при реализации учебного исследования. Таким образом, разработка дидактических основ формирования научного (исследовательского) стиля мышления школьников является актуальной задачей теории и методики обучения математике.

Исследования по проблеме развития мышления, когнитивных (познавательных) стилей проводились российскими и зарубежными философами (Г. Гегель, В.С. Готт, Э.В. Ильенков, И. Кант и др.), психологами (Б.В. Ананьев, Г.А. Борулава, Д.Н. Богоявленский, Дж. Брунер, А.В. Брушлинский,

Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, Е.Л. Григоренко, В.В. Давыдов, Б. Лу Ливер, С.Л. Рубинштейн, Ю.А. Самарин, Р. Стернберг, Н.Ф. Талызина, В.Д. Шадриков, Г. Уиткин, И.С. Якиманская и др.), специалистами в области общей дидактики (В.Б. Беспалько, И.Я. Лернер, П.И. Пидкасистый, П.М. Эрдниев и др.), специалистами в области математики и теории и методики обучения математике (Г. Вейль, В.А. Гусев, С.Н. Дворяткина, В.А. Крутецкий, А.Н. Колмогоров, Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, А.Я. Хинчин и др.). В работе М.А. Холодной [4] проведен историогенез, представлено современное состояние и перспективы стилевого подхода в психологии познания, отмечено, что значение слова «стиль» является междисциплинарным понятием, дано определение понятиям: *когнитивные стили (стили переработки информации)* – «индивидуально-своеобразные способы переработки информации о своем окружении (его анализа, категоризации, прогнозирования и т. п.)», *стили мышления (стили постановки и решения проблем)* – «это индивидуально-своеобразные способы выявления и формулирования проблемной ситуации, а также поиска средств её решения», *стили познавательного отношения к миру (эпистемологические стили)* – «это индивидуально-своеобразные формы познавательного отношения к окружающему миру и самому себе как субъекту познавательной деятельности», представлена концепция *познавательных стилей в учебной деятельности (стилей учения)* – «это индивидуальные способы усвоения информации в учебной деятельности».

Под научным стилем мышления в нашем исследовании понимается *индивидуально-своеобразный способ выявления, формулирования, поиска средств решения и собственно решения проблемной ситуации (задачи), основанный на научном методе.*

Научный метод решения проблемных ситуаций (задач) предполагает следующий алгоритм действий исследователя: I этап – постановка задачи (проблемной ситуации); II этап – наблюдение, эксперименты и их анализ; III этап – поиск закономерностей, выдвижение гипотезы; IV этап – построение теории, модели, методики; V этап – проверка гипотезы, выводы; VI – принятие гипотезы в случае её подтверждения (задача решена) или непринятие гипотезы и возвращение ко второму этапу алгоритма (продолжение решения задачи) [5].

Основными характеристиками (компонентами) научного стиля мышления школьников являются следующие умения: наблюдать, анализировать информацию, сравнивать данные, формулировать гипотезы, проводить эксперименты, искать закономерности и причинно-следственные связи.

Одним из основных средств формирования научного стиля мышления школьников в ходе обучения математики в нашем исследовании является процесс обучения школьников решению мотивационно-прикладных (условно реальных) задач. При этом под мотивационно-прикладными задачами нами понимаются контекстные (сюжетные) текстовые задачи, а также задачи практико-ориентированного и междисциплинарного характера, описывающие реальные или условно реальные (приближенные к реальным) жизненные ситуации и процессы в

природе, обществе и производстве, решаемые математическими средствами, в том числе методом математического моделирования [5].

Под методом математического моделирования в обучении математике мы понимаем процесс построения, исследования и интерпретации математических моделей, возникающих при решении учащимися математических и мотивационно-прикладных учебных задач, разработанных с учетом реальных учебно-познавательных возможностей учащихся [5].

В таблице показано соответствие алгоритма научного метода решения проблемных ситуаций (задач) и алгоритма метода математического моделирования при решении мотивационно-прикладных задач.

В числе основных факторов, влияющих на формирование научного стиля мышления школьников в нашем исследовании выделены:

- адаптация сложного знания (современных достижений в науке) к школьной математике [6; 7];
- наличие у учителей математики исследовательской методической компетенции [8–10];
- наличие интегрированной региональной научно-образовательной среды [11];
- интеграция математики и информатики, междисциплинарный подход в обучении математике [12];
- наличие системы мероприятий – конференций, конкурсов и олимпиад для учителей и школьников исследовательской направленности [13].

При этом под исследовательской методической компетенцией мы понимаем «готовность, способность и успешное осуществление собственной исследовательской деятельности в области теории и методики обучения математике (исследовательской методической деятельности), которая означает умение применять научный метод при решении исследовательских методических задач» [7].

Таблица

Алгоритм действий исследователя

<i>Этапы</i>	<i>Алгоритм решения проблемных ситуаций (задач) научным методом</i>	<i>Алгоритм решения мотивационно-прикладных математических задач методом математического моделирования</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
I	постановка задачи (проблемной ситуации)	постановка проблемы (задачи)
II	наблюдение, эксперименты и их анализ	анализ данных задачи, поиск взаимосвязей и закономерностей (работа по созданию предмодели)
III	поиск закономерностей выдвижение гипотезы	формализация проблемы, построение математической модели
IV	построение теории, модели, методики	внутримодельное решение
V	проверка гипотезы, выводы	интерпретация модели, проверка адекватности

1	2	3
VI	принятие гипотезы в случае её подтверждения (задача решена) или непринятие гипотезы и возвращение ко второму этапу алгоритма (продолжение решения задачи)	чувствительность модели (построение модифицированной проблемы (задачи))

Нами в Республике Северная Осетия-Алания организована и функционирует региональная интегрированная научно-образовательная математическая среда «школьник – студент – учитель – молодой ученый – профессор» с включением в неё научных организаций, вузов, общеобразовательных школ, центров дополнительного образования, организаций повышения квалификации учителей математики, общественных объединений – ассоциаций учителей математики, школ и центров дополнительного образования. На базе региональной научно-образовательной среды более 15 лет проводятся мероприятия для учителей математики (сезонные школы – летние, весенние, осенние; научно-практические конференции, методические воркшопы и интенсивы, семинары и лектории), а также мероприятия для школьников основной и старшей школы (сезонные школы – зимние, весенние, осенние, конкурсы исследовательских работ, командные турниры и олимпиады). Эта среда позволяет генерировать синергетические эффекты на горизонтальном уровне (ученик – ученик; студент – студент; учитель – учитель; исследователь – исследователь) и вертикальном (школьник – учитель; учитель – исследователь-методист; учитель – исследователь (математик); студент – исследователь (математик); студент – исследователь-методист; школьник – учитель – студент – исследователь-методист – исследователь-математик).

Результаты проведенного нами исследования показывают, что уровень сформированности научного стиля мышления у школьников, вовлеченных в исследование, меняется с начального (умение решать мотивационно-прикладные задачи) до высокого (умение осуществлять исследовательскую деятельность).

Список литературы

1. О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации : указ Президента Российской Федерации от 28.02.2024 № 145. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202402280003> (дата обращения: 06.06.2024).
2. Федеральный государственный стандарт среднего общего образования. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202209120008> (дата обращения: 06.06.2024).
3. Федеральный государственный стандарт основного общего образования. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202208170012> (дата обращения: 06.06.2024).

4. Холодная М.А. Когнитивные стили. О природе индивидуального ума. 2-е изд. СПб.: Питер, 2004. 384 с.: ил. (Серия «Мастера психологии»).

5. Абатурова В.С., Дятлов В.Н. Научный метод как методологическая основа формирования у учащихся умения моделировать реальные ситуации и процессы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 1 (25). С. 8–15.

6. Абатурова В. С. Формирование и развитие научного стиля мышления школьников // Математический форум (Итоги науки. Юг России). 2023. Т. 15. С. 16–17.

7. Смирнов Е.И., Абатурова В.С. Современные достижения в науке и школьная математика: вызовы для учителя или обучающегося? // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия 1: Психологические и педагогические науки. 2021. № 2. С. 205–221. DOI 10.24412/2308-717X-2021-2-205-221. EDN YGOEKB.

8. Smirnov E.I., Abaturova V.S., Galaseeva N.M. Measuring the teacher's readiness to manage of student's mathematical and computer modeling in the development of complex systems and knowledge // Perspectives of Science and Education. 2022. No 6 (60). Pp. 566–582.

9. Абатурова В.С. Развитие исследовательской методической компетенции учителя математики: Владикавказский семинар «Наука – Школе» // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2024. № 1 (33). С. 8–17. DOI 10.24888/2500-1957-2024-1-8-17.

1. Абатурова В.С. О развитии исследовательской методической компетенции учителя математики // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Смоленск, 12–14 октября 2023 г. Смоленск: Смоленский государственный университет, 2023. С. 260–264.

2. Малова И.Е., Абатурова В.С., Малинникова Н.А. Методическое наставничество: цели, условия организации, опыт // Математика в школе. 2023. № 8. С. 33–38.

3. Абатурова В.С. Интеграция как ключевая идея развития математического образования в регионе // Математика и проблемы образования : материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Киров, 22–24 сентября 2022 г. Киров: Веси, 2022. С. 187–191.

4. Абатурова В.С., Макаренко М.Д. Интеграция математики и информатики как средство обучения школьников математическому моделированию // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования : сборник тезисов докладов международной научной конференции, Елец, 30 сентября 2022 г. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2022. С. 36–42.

5. Абатурова В.С. Малова И.Е. О роли международной научной конференции в развитии исследовательской методической деятельности учителя математики // Математический форум (Итоги науки. Юг России). 2023. Т. 15. С. 138–139.

**БУДУЩЕЕ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ПЕРСПЕКТИВЫ
ИНТЕГРАЦИИ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИЕ
МАТЕМАТИКИ**

Д.О. Андаев, аспирант, учитель математики и информатики

Томский государственный педагогический университет

(Россия, Томск)

e-mail: denis-den97@mail.ru

Аннотация. В данной статье рассматриваются перспективы интеграции нейросетевых технологий в преподавание математики в школах, их потенциальные возможности, преимущества и вызовы.

Ключевые слова: инновационные технологии, нейросети, искусственный интеллект, математика, школьное образование, обогащающая среда, образование

**THE FUTURE OF SCHOOL EDUCATION: PROSPECTS
FOR THE INTEGRATION OF NEURAL NETWORK TECHNOLOGIES
IN TEACHING MATHEMATICS**

D.O. Andaev, Postgraduate Student, Teacher of Mathematics and Computer Science

Tomsk State Pedagogical University

(Russia, Tomsk)

Abstract. This article examines the prospects for integrating neural network technologies into the teaching of mathematics in schools, their potential capabilities, advantages, and challenges.

Keywords: innovative technologies, neural networks, artificial intelligence, mathematics, school education, enriched environment, education

Современное образование стремительно меняется под влиянием технологических инноваций. Одной из самых перспективных технологий, способных значительно преобразовать учебный процесс и помочь создать обогащающую образовательную среду для обучающихся, являются нейросети. Нейросети, или искусственные нейронные сети, позволяют создавать адаптивные образовательные системы, которые могут персонализировать обучение и повысить его эффективность.

Нейросети – это вычислительные модели, которые словно человеческий мозг обрабатывают информацию, обучаются и составляют нейронные связи [5]. Основные компоненты нейросетей включают нейроны, слои и связи между ними. В процессе обучения нейросеть оптимизирует свои параметры для выполнения конкретных задач, таких как распознавание образов или обработка естественного языка.

На данный момент существует множество типов нейросетей, их можно внедрить в разные образовательные технологии [6].

Искусственные нейронные сети (ANN): относятся к общей категории; она может выстраивать множество архитектур. Искусственные нейронные сети (ANN) – это самообучаемые вычислительные модели, напоминающие своей архитектурой биологические нейронные связи, они словно сети состоят из множества нейронов, которые, поглощая информацию, становятся умнее. ANN задействованы в разных спектрах приложений, с помощью них можно обрабатывать изображения, распознавать речь, прогнозировать события, проводить диагностику текстов и т. д. Искусственные нейронные сети (ANN) могут стать настоящими, эффективными помощниками в построении учебного процесса, благодаря которым можно применить новые способы обучения, адаптации и оценки знаний обучающихся.

Глубокие нейронные сети (DNN) представляют собой тип искусственных нейронных сетей, состоящих из множества слоев, они, в отличие от ANN, состоят из слоев, словно пирог. Они автоматически извлекают признаки и анализируют данные на более абстрактных уровнях. Благодаря многослойности анализа с помощью данных нейросетей можно отслеживать успеваемость обучающихся на разных уровнях, составлять эффективные индивидуальные маршруты, быстро адаптировать учебную программу под особенности знаний обучающихся.

Свёрточные нейронные сети (CNN) являются разновидностью типов глубоких нейронных сетей, они направлены на обработку визуальных данных, таких как видео, изображения. Благодаря данной нейросети можно проектировать учебное пространство, визуальные пособия, распознавать рукописные работы, выявлять недочеты, увеличивать эффективность обработки данных учеников, родителей и т. д.

Рекуррентные нейронные сети (RNN) хорошо подходят для работы с последовательными данными, такими как тексты и временные ряды. Это мощный инструмент, который позволяет составлять планы уроков, индивидуальные маршруты учеников со всеми особенностями обучения, проанализировать ответы обучающихся на уроках, создать чат-боты, которые смогут помочь детям в освоении учебных программ самостоятельно.

В соответствии с Указом Президента Российской Федерации В.В. Путина от 10.10.2019 № 490 «О развитии искусственного интеллекта в Российской Федерации» образование выделяется как одна из ключевых сфер применения искусственного интеллекта [1].

Применение нейросетей в школьной математике с каждым годом становится более популярным и актуальным. Данные технологии можно использовать для разных образовательных целей и не только. Нейросети могут быть направлены на такие аспекты, как: адаптивное и дистанционное обучение, рефлексия, персонализированное обучение, системы автоматической проверки работ, система оценивания, составления математических задач и примеров.

Нейросети могут создать персонализированные образовательные траектории для каждого ученика, анализируя их успехи и трудности. В классах не редкость встретить обучающихся с разным уровнем подготовки по предмету, среди них есть обучающиеся, которым школьный материал по математике кажется достаточно простым и понятным, но в то же время есть и ученики, которые испытывают проблемы в изучении той или иной темы по разным причинам. В такой ситуации технологии нейросетей могут прийти на помощь учителю.

Данные технологии позволяют учитывать сильные и слабые стороны учеников, темп их обучения и предпочтения в стиле обучения, а также адаптировать сложность математических задач под индивидуальные потребности обучающихся, что повышает эффективность учебного процесса. Нейросети могут автоматически изменять уровень сложности заданий, предоставляя более сложные задачи тем ученикам, которые быстро осваивают материал, и предлагая дополнительные объяснения и упражнения тем, кто испытывает трудности, – это позволяет учитывать интересы всех обучающихся.

Технологии позволяют оказывать поддержку не только обучающимся, но также и учителям. Автоматизация рутинных задач, таких как проверка домашних заданий и тестов, позволяет учителям сосредоточиться на более творческих и стратегических аспектах преподавания. Нейросети могут также помогать в подготовке учебных материалов, анализируя учебные планы и подбирая соответствующие ресурсы [4].

Важным аспектом применения нейросетей является возможность генерировать абсолютно новые и уникальные задания, направленные на определенные цели. Помимо всего этого, учитель с помощью искусственных нейронных сетей может получать мгновенную обратную связь от учеников и, наоборот, давать также её своим ученикам.

Например, нейросети могут автоматически проверять решения задач, указывать на ошибки и предлагать объяснения и дополнительные упражнения для закрепления материала, такая система уже активно используется различными крупными компаниями, которые занимаются разными формами онлайн-обучения [3].

Развитие математических навыков также не остается в стороне, нейросети могут использоваться для разработки интерактивных упражнений и игр, которые делают изучение математики более увлекательным и мотивирующим. Такие приложения могут визуализировать сложные математические концепции, помогая ученикам лучше понять и запомнить материал.

Ключевыми преимуществами использования нейросетей в образовательном процессе является:

1. Повышение эффективности обучения: персонализированный подход позволяет каждому ученику учиться в своем собственном темпе.
2. Индивидуализация учебного процесса: нейросети учитывают уникальные особенности каждого ученика, подбирая оптимальные задания и материалы.

3. Расширение доступности качественного образования: автоматизация и адаптивные технологии позволяют повысить качество образования даже в условиях нехватки квалифицированных педагогов.

Помимо преимуществ использование нейросетей формирует и вызовы:

1. Необходимость технической инфраструктуры: внедрение нейросетевых технологий требует наличия соответствующего оборудования и программного обеспечения.

2. Подготовка педагогов: учителя должны быть готовы использовать новые технологии, что требует обучения и поддержки.

3. Конфиденциальность данных и этические вопросы: использование больших данных об учениках вызывает вопросы о защите личной информации и справедливости алгоритмов.

С развитием нейросетевых технологий ожидается появление еще более совершенных адаптивных образовательных систем. В будущем нейросети могут стать, неотъемлемой частью образовательного процесса, изменив роль учителя и подходы к преподаванию. Учителя будут больше сосредоточены на мотивации и поддержке учеников, в то время как нейросети возьмут на себя значительную часть аналитической и организационной работы.

Интеграция нейросетевых технологий в преподавание математики в школах представляет собой значительный шаг вперед в развитии образования. Нейросети обладают огромным потенциалом для повышения эффективности и персонализации учебного процесса. Однако успешное внедрение этих технологий требует решения ряда вызовов, связанных с технической инфраструктурой, подготовкой педагогов и защитой данных. Несмотря на все это, если разобраться в данных технологиях, с точки зрения применения в образовательном процессе и поставить определенные цели, для достижения которых систематически использовать искусственные нейронные сети, то будущее школьного образования с использованием нейросетевых технологий выглядит многообещающим, открывая новые возможности для всех участников учебного процесса.

Список литературы

1. О развитии искусственного интеллекта в Российской Федерации : указ Президента Российской Федерации от 10.10.2019 г. № 490.

2. Мэтью Линч. Искусственный интеллект в образовании: семь вариантов применения, 8 апреля 2019 [Электронный ресурс]. URL: <https://the-accel.ru/iskusstvennyiintellekt-v-obrazovanii-sem-variantov-primeneniya/> (дата обращения: 05.06.2024).

3. Четырбок П.В., Шостак М.А. Возможности использования искусственного интеллекта для дистанционного обучения на уроках математики // Математический талант и математическое образование : сборник материалов IV Всероссийской научно-практической конференции. Майкоп, 2023. С. 69–72.

4. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс : учеб. пособие. М.: Вильямс, 2019. 104 с.

5. Ясницкий Л.Н. Введение в искусственный интеллект [Электронный ресурс]. URL: <https://www.twirpx.com/file/717989/> (дата обращения: 06.05.2024).

ГОРОДСКОЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРОЕКТ «ФИМАФЕСТ»

Е.В. Армеева, учитель математики

О.Н. Труфанова, учитель физики

Средняя школа № 14 с углублённым изучением отдельных предметов имени

Я.И. Лейцингера (Россия, Архангельск)

e-mail: a7enka@yandex.ru; trufanova11@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются задачи и формы проведения городского физико-математического фестиваля «ФиМаФест». Уникальность этого фестиваля состоит в реализации концепции Золотого треугольника: учитель – ученик – родитель. Представлены различные формы проведения совместных мероприятий для учителей, учеников и родителей.

Ключевые слова: золотой треугольник, популяризация, соревнование

CITY PHYSICS AND MATHEMATICS PROJECT «FiMiFest»

E.V. Armeeva, Mathematics Teacher

O.N. Trufanova, Physics Teacher

*Secondary School No. 14 with in-depth study of individual subjects
named after Ya.I. Leitzinger (Russia, Arkhangelsk)*

Abstract. The article discusses the tasks and forms of the city physics and mathematics festival «FiMaFest». The uniqueness of this festival lies in the realization of the concept of the Golden Triangle: teacher-student-parent. Various forms of joint activities for teachers, students and parents are presented.

Keywords: golden triangle, popularization, competition

Нет сомнений в том, что высокий уровень подготовки обучающихся может быть достигнут при условии заинтересованности родителей в образовании своих детей и вовлечением их в образовательную деятельность. Большинство родителей считают, что самые большие затруднения дети испытывают при изучении физики и математики, стремятся оказать своим детям посильную помощь, показывают со своей стороны важность изучения этих сложных предметов.

Реализация проекта «ЗОЛОТОЙ ТРЕУГОЛЬНИК: учитель – ученик – родитель» обеспечит взаимодействие, вовлечение в совместную деятельность всех участников образовательных отношений: учитель – ученик – родитель (законный представитель) через систему соревнований и иных увлекательных форм работы по математике и физике.

Соперничество между семьями или поколениями современных родителей и детей-школьников способствует повышению мотивации обучающихся в изучении математики и физики. А родители (законные представители) получают возможность не только участвовать вместе с детьми в соревнованиях, олимпиадах, конкурсах, конференциях, но и демонстрировать подрастающему поколению свой уровень владения знаниями по данным предметам.

В целом проект направлен на популяризацию математики и физики, создание общественной атмосферы позитивного отношения к наукам и понимания важности математического и физического образования для повседневной жизни и профессиональной деятельности, гордости за научные и технические достижения нашей страны.

Мы предлагаем идею объединения всех участников образовательных отношений через систему различных интересных и увлекательных форм взаимодействия.

Реализация проекта «ЗОЛОТОЙ ТРЕУГОЛЬНИК: учитель – ученик – родитель» соответствует целям реализации федеральных проектов и программ национального проекта «Образование»: «Современная школа» и «Успех каждого ребёнка» [1].

Принципы отбора участников проекта носят добровольный характер.

В рамках проекта ежегодно в марте-апреле проходит открытый городской физико-математический фестиваль «ФиМаФест».

Основной целью и задачами фестиваля являются:

- пропаганда естественно-научных знаний и развитие у обучающихся общеобразовательных организаций городского округа «Город Архангельск» интереса к изучению математики и физики;
- создание условий для развития творческих и интеллектуальных способностей, познавательной и исследовательской активности учащихся, расширения метапредметных умений;
- создание условий для выявления творческих и интеллектуально одарённых учащихся;
- обеспечение взаимодействия, вовлечение в совместную деятельность участников образовательных отношений: учитель – ученик – родитель (законный представитель).

В рамках Фестиваля проводятся конкурсные мероприятия:

- интеллектуальная игра «Эрудит» для обучающихся 7-х классов,
- конкурс семейных команд «Семейная наука»,
- конкурс ребусов для обучающихся 5–6-х классов и их родителей (законных представителей),
- конкурс фотографий «Математика в фотографиях родного города» для обучающихся 5–11-х классов и их родителей (законных представителей), а также педагогов ОУ и ДОУ,

– конкурс «Через тернии к звёздам», посвящённый Дню космонавтики, включающий в себя: конкурс знатоков астрономии и истории освоения космоса для обучающихся 10-го класса, конкурс моделей и макетов космических аппаратов и конкурс рисунков, посвящённых покорителям космоса, освоению и исследованию космического пространства для обучающихся 1–11-х классов и их родителей (законных представителей), а также педагогов ОУ и ДОУ,

– творческий конкурс сказок о настоящих чудесах и приключениях (с физическим и (или) математическим содержанием) для обучающихся 5–11-х классов и их родителей (законных представителей), а также педагогов ОУ и ДОУ,

– конкурс семейных проектов «Физика в быту», «Математика вокруг нас» для обучающихся 5–11-х классов и их родителей (законных представителей),

– конкурс методических разработок настольных игр по математике и физике, «Прибор своими руками», «Физический опыт из подручных средств».

Интеллектуальная игра «Эрудит». Участниками Игры являются обучающиеся 7-х классов общеобразовательных организаций городского округа «Город Архангельск» (не более 2 участников). Игра проводится по трем предметам: русский язык, математика и физика. Участникам Игры будут предложены задания по предметам от базового уровня до уровня олимпиадных заданий. Каждый верный ответ оценивается от 1 до 3 баллов в зависимости от уровня задания. Подведение итогов проводится по каждому предмету отдельно и по всем трем предметам. Участник игры, набравший наибольшее количество баллов по предмету, получает звание «Эрудит по математике», «Эрудит по русскому языку», «Эрудит по физике». Участник Игры, набравший наибольшее суммарное количество баллов по всем предметам, получает звание «СуперЭрудит».

Конкурс «Семейная наука» – командные соревнования, участники которых соревнуются в умении находить правильный ответ на поставленный перед ними вопрос за ограниченное время. Конкурс состоит из вопросов и заданий по математике и физике (устный счёт, задачи на применение математических и естественно-научных знаний в реальной жизни, задания-ребусы). За каждое выполненное задание команде присваиваются баллы по шкале от 0 до 5 в зависимости от сложности конкурсного задания и полноты данного командой ответа. Победители и призёры определяются путем суммирования набранных баллов. К участию в Конкурсе приглашаются команды общеобразовательных учреждений Архангельска, по одной команде от каждого образовательного учреждения. Команда состоит из трёх человек: обучающийся, мама и папа. К участию в Конкурсе допускаются учащиеся 5–9-х классов и их родители (законные представители).

Заочный конкурс «Составь ребус!» К участию в конкурсе допускаются обучающиеся 5–6-х классов общеобразовательных организаций. Участие в Конкурсе только индивидуальное. Конкурс проводится заочно на основании материалов, представленных Организационному комитету в бумажном виде.

Конкурс проводится по номинациям:

«Первое правило математики» – зашифровано высказывание известного математика;

«Давайте познакомимся!» – зашифровано имя известного математика;

«Спрячь термин!» – зашифрован математический термин.

Заочный конкурс фотографий «Математика в фотографиях родного города»

В Конкурсе могут принять участие обучающиеся 1–11-х классов общеобразовательных организаций Архангельска и (или) их родители (законные представители), а также педагоги. Фотография должна раскрывать основную тему конкурса и представлять интересный сюжет, связанный с математикой (природные явления, архитектура и т. д., возникновение и существование которых подчинено законам математики). Участники конкурса представляют авторские фотографии и краткий комментарий к сюжету фотографии.

Конкурс методических разработок «Прибор своими руками», «Физический опыт из подручных средств»

Конкурс проводится в целях поддержки инновационной деятельности педагогов, использующих разнообразные формы работы, призванные не только углублять знания, но и развивать интерес к предмету, любознательность, а также в целях создания информационной базы опытов и демонстраций экспериментов для изучения физики.

От одного автора на Конкурс принимается неограниченное количество заявок. Разработка может быть представлена от авторского коллектива.

Требования к Конкурсным работам:

1. Конкурсные работы должны быть авторскими. Все материалы, использованные в работе, должны иметь ссылки на автора – первоисточник; материалы, не имеющие ссылки на какие-либо источники, являются авторскими. В случае зафиксированных грубых нарушений авторского права (то есть заимствования чужих работ без ссылок на авторство) разработка снимается с Конкурса.

2. Работа должна иметь подробное описание опыта, демонстрационного эксперимента или прибора, может содержать приложение в виде схем, рисунков, фотографий и т.п., относящихся к содержанию работы.

Конкурс авторских разработок настольных игр по математике и по физике

Конкурс проводится в целях поддержки инновационной деятельности педагогов, использующих различные образовательные технологии и формы работы, призванные не только углублять знания, но и развивать интерес к предмету, любознательность, а также в целях создания базы настольных игр для изучения математики и физики.

От одного автора на Конкурс принимается неограниченное количество заявок, также проект игры может быть представлен от авторского коллектива.

Требования к Конкурсным работам:

1. Конкурсные работы должны быть авторскими. Все материалы, использованные в работе, должны иметь ссылки на автора – первоисточник; материалы, не имеющие ссылки на какие-либо источники, являются авторскими. В случае зафиксированных грубых нарушений авторского права (то есть заимствования чужих работ без ссылок на авторство) разработка снимается с Конкурса.

2. На Конкурс принимается проект (подробное описание) настольной игры: по математике; по физике.

3. Проект игры должен иметь подробное описание содержания самой игры, правила игры, приложение в виде схем, рисунков, фотографий и т.п., относящихся к содержанию игры.

Конкурс семейных проектов «Физика в быту», «Математика вокруг нас»

Проекты, представленные на конкурс, должны иметь практическую направленность. В работе могут содержаться элементы исследовательской деятельности.

Проект может быть посвящён физическим процессам (явлениям), с которыми человек сталкивается в быту, безопасному поведению, изобретению (оборудованию, прибору, техническому устройству) применению математических знаний в жизнедеятельности, прикладной математике.

Творческий конкурс сказок о настоящих чудесах и приключениях (с физическим и (или) математическим содержанием)

Конкурс представляет собой заочный конкурс творческих работ – прозаических произведений с вымышленным содержанием волшебного (фантастического) или бытового характера. Ученики и их родители выступают в роли сказочников, проявляют своё воображение, но по условиям конкурса любые чудеса (волшебство) или приключения, происходящие с героями сказки, должны иметь научное объяснение (обоснование). Сказка бытового содержания должна популяризировать естественно-научные, математические знания.

Конкурс «Через тернии к звёздам», посвящённый Дню космонавтики

Конкурс проводится с целью создания условий для развития интереса обучающихся к физике, астрономии и технике, формирования устойчивого интереса обучающихся к истории развития космонавтики, исследованиям космического пространства, к техническому творчеству.

В рамках Конкурса состоятся следующие мероприятия:

– *Конкурс знатоков истории освоения космоса и астрономии*

Конкурс проводится в форме игры «Что? Где? Когда?» между командами.

Участниками Конкурса являются учащиеся 10-х классов общеобразовательных учреждений.

– *Конкурс моделей и макетов космических аппаратов* (кораблей, луноходов, планетоходов и межпланетных кораблей и т.п., выполненных из любых материалов)

– Конкурс рисунков, посвящённых покорителям космоса, освоению и исследованию космического пространства.

В рамках данной статьи приведем примеры заданий конкурса «Семейная наука» (был проведен в форме квиза), предложенных в 2024 году.

1. Разминка

Задание 1

Два кружочка рядом встали –
Что за дивные очки?
Поверни хоть вверх ногами,
Одинаковы они!

Задание 2

Где можно прибавить 2 к 11 и получить 1?

Задание 3

В каком числе цифр столько, сколько букв в его названии?

Задание 4

Какое следующее число в ряду? 7645, 5764, 4576, ...

Задание 5

ослик – 2,
кошка – 3,
кукушка – 4,
лошадь – 5,
петух – ?

2. Единицы измерения

- 1) 5 суток 11 часов = _____ часов
- 2) 3 часа 14 минут = _____ минут
- 3) 8 кг 65 г = _____ г
- 4) 7 т 15 ц = _____ кг
- 5) 3 ц 120 г = _____ г
- 6) 3 м 25 см = _____ см
- 7) $93 \text{ а} = \text{_____ м}^2$
- 8) $25 \text{ м}^2 3 \text{ дм}^2 = \text{_____ дм}^2$
- 9) $42 \text{ дм}^2 = \text{_____ мм}^2$
- 10) $4320 \text{ м}^2 = \text{_____ см}^2$

3. Математические термины

1. Десять, сто, тысяча, миллион, миллиард, триллион. Что дальше?
2. Результат умножения.
3. Часть прямой, имеющая начало, но не имеющая конца.
4. Множество чисел, используемое для счета предметов.
5. Пуд – это единица измерения...
6. Автор книги по геометрии «Начала».
7. Автор теоремы, помогающей определять корни квадратного уравнения.
8. Четырёхугольник, у которого одна пара параллельных сторон.

9. Отрезок, соединяющий две произвольные точки на окружности.

10. Число, показывающее во сколько раз длина окружности больше диаметра этой окружности.

4. Великие люди

1) Кому из известных русских писателей принадлежит это меткое арифметическое сравнение: «Человек подобен дроби, числитель которой есть то, что представляет собой человек, а знаменатель – то, что он о себе думает. Чем большего мнения о себе человек, тем больше знаменатель, а значит – меньше дробь». В 1874 году им был написан учебник «Арифметика».

2) Великий учёный часто именуется физиком и химиком. На самом деле он был сведущ во множестве наук, его иногда называют “универсальным человеком”, преуспевшим во всех областях сразу. Лично разработал проект постройки Императорского университета в Москве, названного в его честь. За свою жизнь сделал множество открытий, но ещё большее влияние он оказал на дальнейшее развитие науки.

3) С 14 лет жизнь этого человека была связана с Казанским университетом. С 22 лет он преподаёт в университете: читает лекции по математике, физике, астрономии; заведует обсерваторией, возглавляет библиотеку. Он выдвинул новую теорию геометрии, является создателем неевклидовой геометрии, которую в его время почти никто не понял.

4) Российский математик, первая в мире женщина – профессор математики и первая женщина, избранная членом-корреспондентом Петербургской академии наук. Известна также как писательница. Среди ранних литературных опытов – стихи на русском, французском и шведском языках.

5) Большая потребность в грамотных людях привела к созданию в России общеобразовательных и специальных школ и училищ. С этой целью в 1701 году Петром I была создана « Математических и навигационных наук школа». В 1702 году в школу был назначен преподавать арифметику, алгебру, геометрию и тригонометрию математик, который затем стал старшим учителем и заведующим учебной частью школы. Его учебник «Арифметика» Михаил Ломоносов назвал «вратами учёности».

5. Земляника

Катя и Оля очень любят землянику. Обычно зрелая земляника красная и очень ароматная. Недавно Катя прочитала в интернете, что существует и жёлтая земляника. Катя решила вырастить её из семян. Она нашла таблицу со сведениями о самых популярных сортах жёлтой земляники. Для обсуждения свойств этих сортов она позвала свою младшую сестру Олю. Вместе девочки стали изучать таблицу.

Название сорта	Время плодоношения	Высота куста, см	Масса ягоды, г
Золотинка	июнь–сентябрь	12–14	9–11
Золотой десерт	июнь–октябрь	20–25	2–3
Жёлтое чудо	июнь–сентябрь	15–20	5–8
Капелька	июнь–октябрь	15–20	2–3

1) Девочки решили посадить сорт ягод с самым длинным сроком плодоношения, с мелкими ягодами и наибольшей высотой куста. Какой сорт ягод подходит под требования девочек?

2) В руководстве по посадке семян указано, если семена высадить в начале февраля, то первые ягоды могут появиться уже в конце мая. Катя пропустила этот срок и посадила семена только в начале марта. Запишите примерный срок, когда Катя может ожидать появления первых ягод.

3) В сутки пятикласснику нужно 100 мг витамина С. Катя съела кружку земляники, которая вмещает 200 г ягод. Получила ли она с помощью этого количества ягод дневную норму витамина С?

Витамин	Содержание витамина (мг) в ягодах земляники (на 1000 г ягод)
С	600
Е	5
В5	2
В6	1

6. Практическая физика

1) Известно, что ходьба со скоростью 3 км/ч сжигает 180 ккал в час. Сколько необходимо секунд для расхода 3000 ккал?

2) В частично заполненную водой мензурку начали тонкой струйкой доливать жидкость со скоростью 120 мл/мин. Через какое время мензурка наполнится до края?

Список литературы

1. Национальный проект «Образование». URL: <https://edu.gov.ru/national-project> (дата обращения: 12.06.2024)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРАЕВЕДЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ОГЭ

Е.В. Басина, учитель математики

Новодвинская гимназия, г. Новодвинск Архангельской области

(Россия, Новодвинск)

e-mail: evbasina@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются задачи, составленные на краеведческом материале Архангельской области, которые способствуют формированию умения решать практико-ориентированные задачи ОГЭ. Эти задачи направлены в первую очередь на умение осуществлять поиск и выделять из текста значимые данные для решения задач; работать с внетекстовыми

источниками информации; проводить рассуждения, абстрагируясь от незнакомой ситуации и терминологии.

Ключевые слова: *контекстная задача, читательская грамотность, краеведение, основной государственный экзамен*

THE USE OF LOCAL HISTORY MATERIAL IN PREPARING STUDENTS TO SOLVE PRACTICE-ORIENTED TASKS OF THE OGE

E.V. Basina Mathematics Teacher

*Novodvinsk Gymnasium, Novodvinsk, Arkhangelsk region
(Russia, Arkhangelsk)*

Abstract. *The article considers the tasks based on the local history material of the Arkhangelsk region, which contribute to the formation of the ability to solve practice-oriented tasks of the basic state exam. These tasks are primarily aimed at the ability to search and extract meaningful data from the text to solve problems; work with non-textual sources of information; conduct reasoning, abstracting from an unfamiliar situation and terminology.*

Keywords: *contextual task, reader's literacy, local history, basic state exam*

В 2019–2020 учебном году, в связи с завершением полного перехода основной школы на федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС), форма и содержание контрольно-измерительных материалов (КИМ) государственной итоговой аттестации учащихся основной школы претерпели некоторые изменения в соответствии с требованиями стандарта. В обновленной модели КИМ ОГЭ 2020 года акцент был сделан на проверку способности учащихся применять полученные в школе математические знания к решению задач в разнообразных контекстах реального мира. Традиционные для системы российского образования сюжетные задачи были заменены комплексными контекстными задачами. Главным отличием комплексных контекстных задач ОГЭ от сюжетных является наличие неструктурированных избыточных данных, представленных в различной форме: текст, рисунок, схема, график, диаграмма; постановка нескольких вопросов (заданий) в одном контексте.

В 2021 году в структуре контрольно-измерительных материалов ОГЭ по математике произошли серьезные изменения. Сюжетные практико-ориентированные задачи были заменены контекстными, что привело к резкому снижению процента выполнения таких заданий. В табл. 1 представлены данные о результатах выполнения пяти первых практико-ориентированных задач участниками ОГЭ по Архангельской области [4]. Похожее снижение наблюдается во всех регионах.

Средний процент выполнения контекстных практико-ориентированных заданий ОГЭ по математике выпускниками 9-х классов Архангельской области

Год	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5
2021	87,37	60,37	57,54	23,64	64,59
2022	95,4	61,9	43,7	41,7	16,7
2023	83,2	64,2	70,0	47,7	82,0

Анализ решения задачи № 4 КИМ ОГЭ в демоверсии 2021 года [2] показал, что оно требовало от учащихся проявления следующих дополнительных умений: оперировать понятием «масштаб», осуществлять перевод одних единиц измерения в другие, сопоставлять данные, представленные в разной форме (текст, схема), а также осуществлять отбор значимых для решения данной задачи данных.

Задача № 5 демоверсии 2022 года требовала определить промежуток времени, за которое окупятся дополнительные расходы на установку более дорогого оборудования по данным, представленным в табличной форме. Подобные задачи ранее встречались в КИМ ЕГЭ по математике, но не ОГЭ.

Полученные данные позволили сделать следующие выводы о причинах снижения процента выполнения практико-ориентированных заданий при изменении формы их постановки:

- недостаточная сформированность умений осуществлять поиск и выделять из текста значимые данные для решения задач;
- недостаточная сформированность умений работать с внетекстовыми источниками информации (таблицы, схемы, диаграммы, графики, рисунки);
- невозможность привлечения к решению задач здравого смысла из-за оторванности контекстов постановки практико-ориентированных задач от содержания субъектного опыта;
- неумение проводить рассуждения, абстрагируясь от незнакомой терминологии.

Для снятия трудностей, вызванных необходимостью проводить рассуждения в малознакомых и незнакомых контекстах, привлекать не только научные знания, логику, но и здравый смысл к решению практико-ориентированных задач мы предлагаем начинать подготовку к решению подобных задач с использования контекстов, основанных на краеведческом материале, а уже затем переходить к использованию контекстов, не имеющих отражения в житейском опыте учащихся. Для обучения учащихся работе с контекстными задачами могут быть использованы приемы смыслового чтения [1, 3]. Они позволяют снять трудности, связанные с недостаточным уровнем развития читательской грамотности выпускников 9-го класса.

Приведем в качестве примера серию заданий в одном краеведческом контексте.

Контекст «Архангельская область»

На севере Европейской части России располагается Архангельская область. Площадь территории – 589913 км². На 1 октября 2021 года на территории Архангельской области действуют 159 муниципальных образований, 7 городских округов, 5 муниципальных округов, 14 муниципальных районов. Данные о семи самых крупных муниципальных образованиях Архангельской области представлены ниже (см. табл. 2).

Таблица 2

Данные о муниципальных образованиях Архангельской области

№	Муниципальное образование	Площадь, км ²	Население	
			01.01.2021	01.01.2022
1	Архангельск	294,42	352032	349190
2	Коряжма	22,17	35345	34778
3	Котлас	78,95	74656	74556
4	Мирный	50,8	33321	33519
5	Новая Земля	137800	3576	3672
6	Новодвинск	41	37256	36832
7	Северодвинск	120	180668	179742

Таблица 3

Муниципальные образования Архангельской области

Утверждение	Истина	Ложь	Невозможно установить
1. В Архангельской области только 7 городов			
2. Из всех городов, представленных в таблице, самым большим по площади является Северодвинск			
3. Численность населения за 2021 год в Мирном увеличилась, а в Котласе уменьшилась			
4. Площадь Новодвинска составляет треть от площади Северодвинска			
5. Численность населения Архангельска в 36 раз меньше численности населения Москвы			
6. Площадь Архангельска больше площади Вологды			
7. Площадь Новодвинска меньше площади Северодвинска, но больше площади Котласа			
8. Численность населения за 2021 год в Котласе уменьшилась, а в Мирном выросла			

Подготовительные задания (на формирование УУД по работе с информацией и чтению).

1. Приём «верные – неверные утверждения». Оцените, является ли каждое утверждение о муниципальных образованиях Архангельской области истинным, ложным или утверждением, истинность которого невозможно установить на основе приведенных данных (см. табл. 3).

2. Приёмы «Выделение деталей», «Составление суждений». Составьте два утверждения о муниципальных образованиях Архангельской области, одно из которых является истинным, а другое ложным. Подчеркните в тексте зеленым цветом данные, которые подтверждают истинность первого утверждения, а красным данные, которые подтверждают ложность второго утверждения.

Ответ: 1) _____ (истина);

2) _____ (ложь).

Задания в формате ОГЭ

Задание 1. **Плотность населения** – это число, приходящееся на 1 км^2 территории. Заполните таблицу (см. табл. 4), показывающую плотность населения в четырех муниципальных образованиях Архангельской области, названиями соответствующих городов по данным на 01.01.2022, пользуясь представленными сведениями о семи муниципальных образованиях Архангельской области.

Таблица 4

Плотность населения муниципальных образований Архангельской области

Название города				
Плотность населения, чел. на 1 км^2	946	19	0,4	1196

б) По данным таблиц расставьте города в порядке убывания плотности населения.

Задание 2. Вычислите с точностью до десятых долю площади Архангельской области, которую занимает его столица – г. Архангельск.

Задание 3. По результатам переписи 2022 года численность населения Архангельска за 20 лет значительно изменилась. На сколько процентов, по сравнению с данными 2001 года, уменьшилось население Архангельска?

Справка: численность населения г. Архангельска на 01.01.2001 – 358500 человек.

Задание 4. Два судна вышли из порта Архангельска, одно со скоростью 30 км/ч отправилось на Новую Землю, другое со скоростью 25 км/ч – на Соловецкие острова. Какое расстояние будет между ними через 2 часа, если угол между направлениями движения 30° ?

Задание 5. Семья из трех человек: родители и ребенок-школьник планирует поездку из Архангельска в Коряжму и обратно. На сколько поездка на поезде дешевле поездки на автобусе, если известно, что стоимость плацкартного места в

поезде «Архангельск – Котлас» стоит 1331 руб., при этом школьники имеют право на 50 % скидку. Проезд на автобусе «Архангельск– Коряжма» стоит 2588 руб., а «Котлас – Коряжма» – 50 руб.

Серии подготовительных заданий в формате ОГЭ в краеведческих контекстах составляют содержание разработанной рабочей тетради по математике, адресованной учащимся 9-х классов. Её апробация прошла на базе МОУ «Гимназия» г. Новодвинска в рамках элективного курса по математике для 9-го класса. Анализ результатов показывает, что после проведения занятий курса внеурочной деятельности большая часть учащихся стала с интересом относиться к новым задачам, к новым контекстам.

Мы надеемся, что внедрение в образовательную практику данной рабочей тетради поможет учащимся Архангельской области преодолеть трудности, связанные с решением практико-ориентированных задач ОГЭ по математике.

Список литературы

1.Александрова З.А., Овсянникова Т.А. Приемы смыслового чтения как способ формирования познавательных УУД обучающихся на уроках математики в 7 классе // Прорывные научные исследования: проблемы, закономерности, перспективы: сборник статей IX Международной научно-практической конференции : в 4 частях, Пенза, 30 декабря 2017 г. Пенза: Наука и Просвещение (ИП Гуляев Г.Ю.), 2017. С. 115–117. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=32232692>

2.ДемOVERсии, кодификаторы, спецификация: URL: <https://fipi.ru/oge/demoversii-specifikacii-kodifikatory> (дата обращения: 12.06.2024)

3.Дербуш М.В., Микуцкая Т.Н. Использование приемов смыслового чтения при обучении математике в 5-6 классах // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития : материалы Всероссийской научно-практической конференции: Сургут, 27 февраля – 02 марта 2019 г. Сургут: Сургутский государственный университет, 2019. С. 52–57.

4.Статистико-аналитический отчет по результатам ОГЭ. URL: <https://www.aocoko.ru/gia/gia-9/9-statistiko-analiticheskie-otchety/index.php> (дата обращения: 12.06.2024)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАДАНИЙ С ЭЛЕМЕНТАМИ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В 7-9-х КЛАССАХ

Е.В. Безенкова, аспирант кафедры ВМиМОМ

*Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)*

e-mail: elena-bezenkova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы включения сведений из истории математики в процесс обучения геометрии школьников 7-9-х классов. Описана методика, сутью которой является работа с цепочками заданий на основе истории математики. Каждая цепочка соответствует главе курса геометрии и проходит параллельно с ней. Задания классифицированы по степени стимулирования к учебной деятельности, по характеру учебной деятельности и по количественно-качественному влиянию на достижение личностных и метапредметных результатов обучения. Приведены примеры.

Ключевые слова: обучение геометрии в средней школе, история математики, цепочки заданий

USING TASKS WITH ELEMENTS OF THE HISTORY OF MATHEMATICS IN THE PROCESS OF LEARNING GEOMETRY IN GRADES 7-9

E.V. Bezenkova, Post-Graduate Student of the Department of Higher Mathematics and
Methods of Teaching Mathematics
Perm State University of Humanities and Education (Perm, Russia)

Abstract. The article discusses the issues of including information from the history of mathematics in the process of teaching geometry to schoolchildren in grades 7-9. A technique is described, the essence of which is to work with chains of tasks based on the history of mathematics. Each chain corresponds to a chapter of the geometry course and runs parallel to it. The tasks are classified according to the degree of stimulation to learning activities, the nature of learning activities and the quantitative and qualitative impact on the achievement of personal and meta-subject learning outcomes. Examples are given.

Keywords: Teaching geometry in high school, history of mathematics, chains of tasks

Обоснованное, методически грамотное использование сведений из истории математики в процессе обучения геометрии школьников 7–9-х классов может способствовать формированию научного мировоззрения школьников, развитию мышления, познавательного интереса, творческих, исследовательских способностей, читательской культуры, цифровой грамотности, воспитанию нравственных, патриотических, коммуникативных качеств, тем самым стимулируя достижение школьниками образовательных результатов, перечисленных в федеральном государственном образовательном стандарте. Возможно это в силу того, «что история математики раскрывает процесс научного познания и его методы, практику творческой деятельности, культуру и стиль мышления. Содержит предмет и методы математики, математический язык, ведущие идеи и понятия, связь с другими науками и практикой» [1].

Российские ученые-математики и педагоги-методисты собрали значительный материал по вопросам включения элементов истории математики в процесс обучения школьников. Со временем сформировалась библиотека специальной литературы, в которой следует выделить таких авторов, как Г.И. Глейзер, А.А. Свечников, В.Д. Чистяков, Г.Н. Попов, И.И. Баврин, Е.А. Фрибус, С.С. Перли, Б.С. Перли и многих других [2]. Однако учителя математики отмечают, что на уроке недостаточно времени для включения исторической составляющей, нет разработанных методик. Использование сведений из истории математики не носит систематический характер, а зачастую и вовсе отсутствует.

Мы предлагаем методику включения сведений из истории математики в процесс обучения геометрии школьников 7–9-х классов. Сутью ее является работа по цепочкам заданий. Где каждая цепочка соответствует отдельной главе курса геометрии. Вслед за В.А. Гусевым под *цепочками заданий на основе материала из истории математики* будем считать последовательность взаимосвязанных (по фабуле, назначению в обучении, виду деятельности) заданий [3]. Опираясь на определение А.И. Уман, *учебным заданием на основе материала из истории математики* будем считать все то, что учитель предлагает выполнить ученикам на основе материала из истории математики в процессе обучения, включая работу с теоретическими текстами, в том числе с использованием цифровых технологий [4].

Каждая цепочка содержит от трех до шести заданий, связанных с материалом из истории математики. Их выполнение не должно занимать много времени на уроке, большую часть школьники выполняют самостоятельно в виде домашнего задания. Интересные работы представляются одноклассникам в виде докладов, презентаций, стенгазет или интерактивных листов, по которым предусмотрена дальнейшая работа. При выполнении заданий каждой цепочки используются такие методические приемы, как беседы, краткие рассказы, доклады, работа с интерактивными рабочими листами, кроссвордами и текстами, игры, викторины, тесты, шарады.

Для удобства использования все задания на основе материала из истории математики классифицированы по степени стимулирования к учебной деятельности, по характеру учебной деятельности и по количественно-качественному влиянию на достижение личностных и метапредметных результатов обучения.

По степени стимулирования к учебной деятельности:

- формирование мотивации учебной самостоятельной деятельности (заинтересовать фактами из истории математики);
- поддержание познавательного интереса в процессе выполнения учебной самостоятельной деятельности (учитываются желания, интересы учащихся и уровень их подготовки).

К типам заданий *по характеру учебной деятельности* отнесем те, которые направлены:

- на осознанное восприятие и запоминание материала (задания типа «прослушайте», «посмотрите», «прочитайте», «определите»);

- воспроизведение способа деятельности по примеру (задания типа «решите», «докажите», «нарисуйте»);
- творческое применение знаний и умений в незнакомой ситуации (задания типа «найдите», «создайте», «обобщите»).

По количественно-качественному влиянию на достижение личностных и метапредметных результатов обучения:

- 1) задания, направленные на достижение одного из личностных или метапредметных результатов на основе одного исторического факта или биографии ученого;
- 2) задания, направленные на достижение одного из личностных или метапредметных результатов на основе нескольких исторических фактов;
- 3) задания, направленные на достижение нескольких личностных или метапредметных результатов на основе одного исторического факта или биографии ученого.

Приведем пример цепочки заданий, сопровождающей 1-ю главу раздела геометрии в 7-м классе «Простейшие геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин». Цепочка состоит из пяти заданий *первого* вида (направленных на достижение одного из личностных, предметных или метапредметных результатов на основе одного исторического факта или биографии ученого). Задания данной цепочки способствуют достижению метапредметного результата *«работа с информацией»* на основе материала «Евклид». На одном из первых уроков геометрии предложить школьникам:

- 1) прослушать рассказ о том, почему геометрия евклидова (портрет, даты жизни, эпитафия «К геометрии нет царской дороги»), – задание, мотивирующее интерес, направленное на осознанное восприятие и запоминание материала;
- 2) разгадать кроссворд с выделенным словом «начала», состоящий из определений и характеристик основных геометрических понятий (точка, прямая, луч, отрезок, угол, треугольник, квадрат, окружность, диаметр), – задание, поддерживающее интерес, направленное на воспроизведение способа деятельности по примеру;
- 3) составить небольшой рассказ об этом сочинении (когда, кто, зачем, сколько книг, о чем, их значение) – задание, поддерживающее интерес, направленное на творческое применение знаний и умений;
- 4) выделить ключевое слово каждой книги «Начал» и составить кроссворд из этих слов – задание, поддерживающее интерес, направленное на творческое применение знаний и умений;
- 5) решить кроссворды, составленные одноклассниками, – задание, поддерживающее интерес, направленное на воспроизведение способа деятельности по примеру.

Первое задание в цепочке является формирующим мотивацию и направлено на осознанное восприятие и запоминание материала. Остальные задания направлены на воспроизведение способа деятельности по примеру или на творческое применение знаний и умений и поддерживают познавательный

интерес. Логично сначала заинтересовать фактами, затем поддерживать интерес некоторыми заданиями.

Обратим внимание на то, что, выполняя задания данной цепочки, ученики прорабатывают основные приемы работы с информацией: восприятие, поиск, анализ, представление в разных формах.

Таким образом, систематическая работа по предложенной методике способствует достижению школьниками ряда личностных и метапредметных результатов.

Список литературы

1. Безенкова Е.В. Историческое сопровождение курса геометрии к учебнику Л.С. Атанасяна для 7–9 классов // Геометрические аспекты в преподавании математики в высшей и средней школе : материалы международной конференции «Классическая и современная геометрия» (к 100-летию со дня рождения Л.С. Атанасяна), г. Москва, 1–4 ноября 2021 г. / под общ. ред. Н.И. Гусевой [Электронное издание]. М.: МПГУ, 2022. 216 с.

2. Безенкова Е.В. Цифровые технологии при работе с элементами истории математики в школе // Математика и проблемы образования : материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров: ВятГУ; ООО «ВЕСИ», 2022. 292 с.

3. Методика обучения геометрии : учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчишина и др.; под ред. В.А. Гусева. М. : Академия, 2004. 368 с.

4. Уман А.И. Технологический подход к обучению : учебное пособие для магистров направления «Социальная работа». М.: Изд-во Моск. гос. обл. ун-та, 2007. 186 с.

К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ «СХЕМЫ» ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧ НА КРЕДИТЫ

Г.Ю. Боброва, учитель математики

Лицей для одаренных детей (Россия, Сыктывкар)

e-mail: galinayurevnabobrova@gmail.com

Аннотация. Представлены задания, на примере которых показывается, какая информация в тексте указывает на выбор «схемы» при составлении математической модели для решения задач на кредиты. Особое значение уделяется анализу условия задачи.

Ключевые слова: задачи на кредиты, математическая модель, обучение математике, «схема дифференцированных платежей»

ON THE QUESTION OF CHOOSING A «SCHEME» FOR DEVELOPING A MATHEMATICAL MODEL IN SOLUTIONS TO PROBLEMS FOR CREDITS**G.Yu. Bobrova**, Mathematics Teacher*Lyceum for gifted children (Russia, Syktyvkar)*

Abstract. Tasks are presented, examples of which show what information in the text indicates the choice of «scheme» when drawing up a mathematical model for solving credit problems. Particular importance is given to the analysis of the problem conditions.

Keywords: problems for loans, mathematical model, teaching mathematics, «differentiated payment scheme»

В 2015 году во второй части экзамена по профильной математике была добавлена задача с экономическим содержанием. Задание практико-ориентированное, в ходе его решения выпускнику необходимо продемонстрировать умение анализировать условие, составить математическую модель и ответить на вопрос задачи, используя методы, изученные в курсе математики в средней школе.

Как правило, выпускникам предлагаются задачи на кредиты. Их можно условно разделить на три типа (см. рис.).

Несмотря на то что типов три, применяются всего две схемы для составления математической модели: первая – когда выплаты производятся равными платежами, или имеется информация о платежах; вторая – сумма долга (тело кредита) уменьшается равномерно, или содержится информация о том, как уменьшается сумма, взятая в кредит. Первую схему иногда называют «аннуитет», вторую – «схема с дифференцированными платежами».

Практика показывает, что интерпретировать условие задачи удобнее с помощью таблиц. Рассмотрим несколько заданий, на примере которых покажем, какая информация в тексте указывает на применение первой или второй схемы или на их комбинацию.

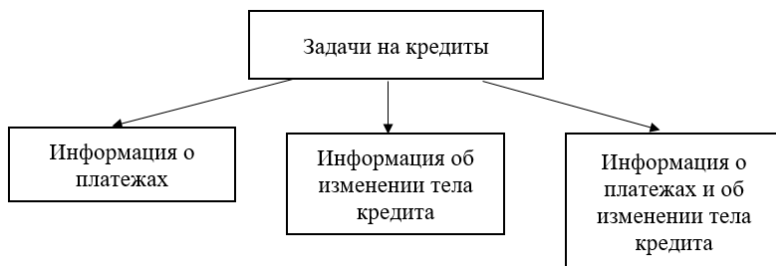


Рис. 1. Классификация задач на кредиты

Задача 1. В июле 2025 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить часть долга одним платежом.

Сколько рублей придется заплатить банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (т. е. за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 77200 рублей больше суммы, взятой в кредит [1].

Решение. В тексте имеется только информация о платежах («три равными платежами»), поэтому применяем первую схему, «аннуитет». Возьмем сумму кредита равной S рублей, ежегодный платеж равным x .

Таблица 1

Пример таблицы для схемы «аннуитет»

Платежный период	Долг до начисления процентов	Долг после начисления процентов	Платеж
1 (2026)	S	$1,2S$	x
2 (2027)	$1,2S - x$	$1,2(1,2S - x)$	x
3 (2028)	$1,2(1,2S - x) - x$	$1,2(1,2(1,2S - x) - x)$	x

Общая сумма выплат – $3x$, она на 77200 рублей больше суммы, взятой в кредит, запишем это в виде уравнения: $3x = S + 77200$. По условию задачи кредит погашен за три года, т. е. сумма долга после платежа 2023 года равна 0, составим уравнение: $1,2(1,2(1,2S - x) - x) - x = 0$.

Таким образом, математической моделью к задаче будет система:

$$\begin{cases} 1,2(1,2(1,2S - x) - x) - x = 0 \\ 3x = S + 77200 \end{cases}, \text{ решив которую, получим } \begin{cases} x = 86400 \\ S = 182000 \end{cases}.$$

Банку придется заплатить $182000 + 77200 = 259200$.

Ответ: 259200 рублей.

Задача 2. В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1100 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июне 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1630 тыс. рублей. Сколько рублей составит платеж в 2035 году [1]?

В тексте задачи содержится только информация об изменении суммы, взятой в кредит: «долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года», поэтому применяем «схему дифференцированных платежей», отдельным столбцом в таблице будет отражено погашение суммы основного долга (тела кредита). Возьмем сумму кредита равной S тыс. рублей, уменьшение тела кредита с 2026 по 2030 год равным x , уменьшение тела кредита с 2031 по 2035 год равным y .

Таблица 2

Пример таблицы для схемы дифференцированных платежей

Платежный период	Сумма кредита на начало платежного периода	Платеж по кредиту (начисленные проценты + погашение тела кредита)	
		Начисленные проценты	Погашение тела кредита
1 (2026)	S	$0,1S$	x
2 (2027)	$S - x$	$0,1(S - x)$	x
3 (2028)	$S - 2x$	$0,1(S - 2x)$	x
4 (2029)	$S - 3x$	$0,1(S - 3x)$	x
5 (2030)	$S - 4x$	$0,1(S - 4x)$	x
6 (2031)	$S - 5x$	$0,1(S - 5x)$	y
7 (2032)	$S - 5x - y$	$0,1(S - 5x - y)$	y
8 (2033)	$S - 5x - 2y$	$0,1(S - 5x - 2y)$	y
9 (2034)	$S - 5x - 3y$	$0,1(S - 5x - 3y)$	y
10 (2035)	$S - 5x - 4y$	$0,1(S - 5x - 4y)$	y

Итог по столбцу «Погашение тела кредита» равен сумме, взятой в кредит, запишем это в виде уравнения: $5x + 5y = 1100$. Общая сумма выплат состоит из суммы, взятой в кредит, и начисленных процентов, получаем уравнение: $S + \frac{1}{10}(S + S - x + S - 2x + \dots + S - 5x - 4y) = 1630$. Таким образом, математическая модель к данной задаче – система уравнений:

$$\begin{cases} S + \frac{1}{10}(S + S - x + S - 2x + \dots + S - 5x - 4y) = 1630 \\ 5x + 5y = 1100 \end{cases}, \text{ решив систему, получаем } \begin{cases} x = 140 \\ y = 80 \end{cases}.$$

Платеж в 2035 году (последний платеж) равен $\frac{1}{10}(S - 5x - 4y) + y$. Подставляя найденные значения, получаем 88 тыс. рублей.

Ответ: 88 тыс. рублей.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Задача 3 (автор задачи Дмитрий Прохоров). 4 декабря 2020 года Ваня взял кредит на сумму 3 млн рублей сроком на 1 год. Условия возврата кредита таковы:

- 3-го числа каждого месяца долг возрастает на 10 %.
- с 4-го по 25-е число каждого месяца, начиная с января 2021 года, необходимо погасить часть долга одним платежом;
- в период с 04.01.2021 по 25.01.2021 необходимо заплатить x тыс. рублей;
- с февраля по ноябрь 2021 года 26-го числа каждого месяца долг (вместе с начисленными процентами) должен быть меньше долга на 26-е число предыдущего месяца на одну и ту же величину;
- в период с 04.12.2021 по 25.12.2021 необходимо заплатить x тыс. рублей.

Общая сумма выплат составит 5,06 млн руб. Найдите x [1].

В тексте задачи содержится информация об изменении суммы, взятой в кредит: «долг должен быть меньше на одну и ту же величину», что указывает на применение «схемы дифференцированных платежей»; но при этом в задаче имеется информация и о платеже x тыс. руб. (в январе и декабре), в эти месяцы применим схему «аннуитет», объединим их в одной таблице.

Возьмем сумму кредита равной S тыс. рублей ($S = 3000$ тыс. руб.), уменьшение тела кредита с февраля по ноябрь месяц равным y .

Таблица 3

Пример таблицы для комбинированной схемы

Платежны й период (2021 год)	Сумма кредита на начало платежног о периода	Долг после начисления процентов	Плате ж	Платеж по кредиту (начисленные проценты + погашение тела кредита)	
				Начисленные проценты	Погашение тела кредита
1	2	3	4	5	6
январь	S	$1,1S$	x		
февраль	$1,1S - x$			$0,1(1,1S - x)$	y
март	$1,1S - x - y$			$0,1(1,1S - x - y)$	y
...	...			...	...
ноябрь	$1,1S - x - 9y$			$0,1(1,1S - x - 9y)$	y
декабрь	$1,1S - x - 10y$	$1,1(1,1S - x - 10y)$	x		

Общая сумма выплат: $2x + 10y + 0,1(1,1S - x + \dots + 1,1S - x - 9y) = 5060$. По условию кредит погашен за 12 месяцев, т. е. сумма долга после декабрьского платежа равна 0, составим уравнение: $1,1(1,1S - x - 10y) - x = 0$.
Математическая модель – система:

$$\begin{cases} 2x + 10y + 0,1(1,1S - x + \dots + 1,1S - x - 9y) = 5060 \\ 1,1(1,1S - x - 10y) - x = 0 \end{cases}$$
, решив которую,

получим $\begin{cases} x = 1100 \\ y = 120 \end{cases}$.

Ответ: 1100 тыс. рублей.

Список литературы

1. Ларин А.А. Математика. Репетитор. URL: <https://alexlarin.net/> (дата обращения: 01.06.2024).

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ДЕТЕЙ 6–8 ЛЕТ

О.А. Борзенкова, канд. пед. наук, доцент

Самарский государственный социально-педагогический университет

(Россия, Самара)

e-mail: borzenkova@pgsga.ru

Аннотация. Статья демонстрирует авторскую позицию к вопросу обеспечения качества математического образования в дошкольной образовательной организации и в начальных классах. Автор обосновывает комплексный подход к развитию познавательной деятельности обучающихся.

Ключевые слова: математическое образование, познавательная деятельность, комплексный подход, дошкольная организация, начальная школа, методические умения, поисковые задания

TO THE ISSUE OF OPTIMIZING MATHEMATICAL EDUCATION FOR 6–8 YEAR-OLDS

O.A. Borzenkova, Candidate of Pedagogical. Sciences, Associate Professor

Samara State University of Social Sciences and Education (Russia, Samara)

Abstract. The article demonstrates the author's position on the issue of ensuring the quality of mathematics education in preschool educational organizations and in primary school. The author substantiates an integrated approach to the development of pupils' cognitive activity.

Keywords: mathematical education, cognitive activity, integrated approach, preschool organization, primary school, methodological skills, search tasks

Проблема повышения качества математической подготовки детей всегда остается актуальной. Поиск инновационных подходов, дидактических средств,

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

новых образовательных ресурсов и технологий – важная методическая составляющая современного образования.

Важность развития всех обучающихся (в рамках деятельностного подхода) – ключевая сторона Федерального государственного образовательного стандарта дошкольного образования и начального общего образования (далее – ФГОС ДО и ФГОС НОО).

Чем активнее деятельность обучающихся по усвоению учебного материала, тем успешнее осуществляется ее развитие. Такая психологическая закономерность была сформулирована, изучена и обоснована Л.С. Выготским [1].

Таблица

Структура комплекса поисковых заданий с использованием исторических сведений обучающимися

<i>Блок</i>	<i>Планируемые образовательные (предметные) результаты</i>	<i>Виды поисковых заданий</i>	<i>Примечание</i>
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Представления о числах и величинах	Умение обозначать числа. Обобщенное представление об измерении величины. Умение использовать разные мерки для измерения длины, площади, времени, массы (в том числе и старинные мерки). Представления о разных мерках величин	– Задания по обозначению количества цифрами; – задания по измерению длины разными мерками (в том числе старинными); – задания по измерению площади разными мерками (в том числе старинными); – задания по установлению истинности или ложности высказываний (утверждений); – старинные игры-головоломки	Развитие продуктивной деятельности дошкольников и младших школьников. Вариативность мышления. Умение строить «догадки или предположения». Умение находить ошибки (под руководством педагога). Умение исправлять ошибки. Умение доказывать предположения. Умение устанавливать истинность утверждений. Умение строить правильные заключения
Пространственные представления	Умение ориентироваться на плоскости (лево – право, выше – ниже и т. п.).	– Задания на установление закономерностей («Продолжи узор», «Найди ошибку» и др.);	
	Умение «срисовывать» и продолжать узор.	– задания на составление узоров (на клетчатой бумаге);	

1	2	3	4
	Умение дорисовывать узор. Умение составлять несложные (простые) узоры на клетчатой бумаге. Представления о геометрических фигурах (шар, куб, цилиндр, конус)	– задание на составление узоров из простейших геометрических фигур; – задания на анализ ситуации с целью выявления и распознавания геометрических фигур; – задания на сравнение, обобщение, – задания по установлению истинности или ложности высказываний (утверждений)	
Личностный образовательный результат			
Коррекция			
Мотивация к изучению элементов истории в обучении математике			
Познавательная деятельность			
Повышение качества обучения			

Трудности в обучении (Т.И. Бабаева [2], О.Б. Елишева [3], Н.Б. Истомина [4]) возникают из-за отсутствия мотивации, активности, познавательного интереса; поэтому необходимо создать условия (или их комплекс) по преодолению трудностей, начиная с уровня дошкольного образования. Обозначим некоторые из них: положительный эмоциональный настрой ↔ опора на мыслительную деятельность детей ↔ включение обучающихся в обсуждение познавательных проблем ↔ использование поисковых заданий (зона ближайшего развития) ↔ реализация деятельностного подхода в обучении ↔ анализ собственной деятельности (под руководством педагога).

Поисковые задания строятся на междисциплинарной основе; подбираются (или разрабатываются) с учетом рациональной последовательности их предъявления; формулируются «четко и ясно»; способствуют формированию гибкости ума, умению выдвигать гипотезы, строить правильные умозаключения [5].

Использование элементов истории в обучении детей 6-8 лет математике выступает результативным средством развития учебной мотивации, познавательной деятельности, повышения результативности образовательной деятельности. Ряд авторов (Ю.А. Дробышев [6], В.Ф. Ефимов [7], О.А. Иванова [8], З.У. Колокольникова [9], А.В. Тихоненко [10] и др.) исследуют комплексный подход к изучению математического содержания школьниками средствами включения

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

исторических сведений для организации познавательной деятельности. Знакомство с историей математики – приоритетная задача развития личности обучающихся. Рационально использовать исторические сведения в обучении математике детей – важное методическое умение педагога.

Структура поисковых заданий для детей 6–8 лет с использованием элементов истории представлена в таблице. (Примечание: комплекс поисковых заданий с применением исторического материала совместно разработан с выпускницей факультета начального образования А.В. Муталаповой.)

Рассмотрим пример по математике для старших дошкольников с использованием элементов истории.

Блок: задания, направленные на формирование представлений о числе и величине.

Формулировка задания. Постановка вопросов.

Когда-то на Руси жили наши предки – древние славяне. Цифры писали совсем не так, как мы сейчас. Каждую цифру обозначали буквами, над которой рисовали «волну». Древние славяне называли ее «титло».

Мы сегодня отправимся в путешествие на машине времени к нашим предкам. Внимательно посмотрите на рисунок. Исправьте ошибки в утверждениях древних славян.

Вопросы для старших дошкольников.

На этом рисунке



кузнец.

У кузнеца



молотка.

В руках находится



инструмента.

Дополнительный материал.

Славянская система счисления								
Ѧ	Ѣ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
аз	веди	глаголь	добро	есть	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
и	како	люди	мыслете	наш	кси	он	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ	Ѧ
рцы	слово	твердь	ук	фрети	ха	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Рис. 1. Обозначение цифр у древних славян



Рис. 2. Кузнец

Рациональное использование педагогом комплексного подхода способствует организации познавательной деятельности детей.

Реализация инновационных подходов в организации преемственности между дошкольным и начальным математическим образованием – перспектива исследования.

Список литературы

1. Выготский Л.С. Вопросы детской психологии. М.: Юрайт, 2024. 160 с. (Антология мысли) // Образовательная платформа Юрайт. URL: <https://urait.ru/bcode/538601> (дата обращения: 06.05.2024).

2. Бабаева Т.И. Младший дошкольник в детском саду. Как работать по программе «Детство»: учеб.-метод. пособие / сост. и ред.: Т.И. Бабаева,

М.В. Крулехт, З.А. Михайлова. СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007. 288 с. (Библиотека программы «Детство»).

3. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельного подхода: книга для учителя. М.: Просвещение, 2003. 222 с. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01002096995?ysclid=lval318rne861779276> (дата обращения: 06.05.2024).

4. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах: учеб. пособие для студентов сред. пед. учеб. заведений и фак. нач. кл. педвузов. М.: Linka-press: AcademiA, 1998. 285 с. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01000574082?ysclid=lval6krrfo410334989> (дата обращения: 06.05.2024).

5. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. М.: Просвещение, 1983. 160 с. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001147726?ysclid=lval05n1di364962431> (дата обращения: 06.05.2024).

6. Дробышев Ю.А. История математики в российских школьных учебниках: критический анализ // Вестник набережночелнинского государственного педагогического университета учредители: Набережночелнинский государственный педагогический университет. 2021. № S2–1 (31). С. 76–78. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=46463291> (дата обращения: 06.05.2024).

7. Ефимов В.Ф., Макара О.Н. Задачи с историческим содержанием в обучении математике // Начальная школа. 2013. № 7. С. 36–38. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21131144> (дата обращения: 06.05.2024).

8. Иванова О.А. Исторический материал как средство формирования у учащихся начальных классов познавательного интереса к математике // Молодой ученый. 2018. № 13 (199). С. 122–124. URL: <https://moluch.ru/archive/199/49031/> (дата обращения: 06.05.2024).

9. Колокольникова З.У., Лобанова О.Б. Из опыта использования старинных задач на уроках математики в начальной школе // Научное обозрение. Педагогические науки. 2018. № 2. С. 11–19. URL: <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=1746> (дата обращения: 06.05.2024).

10. Тихоненко А.В. Теоретические и методические основы изучения математики в начальной школе. Ростов н/Д.: Феникс, 2008. 349 с. URL: https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_004119023/ (дата обращения: 06.05.2024).

МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ В ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧАХ

А.Д. Гришко, студент

Н.Г. Кузина, канд. пед. наук, доцент

Н.В. Сидорова, канд. пед. наук, доцент

*Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова
(Россия, Ульяновск)*

Аннотация. В статье рассматриваются задания математических олимпиад, которые могут решаться методом математической индукции, представлена классификация таких задач, предложены информационные ресурсы для подготовки к решению такого вида задач.

Ключевые слова: метод математической индукции, математические олимпиады

METHOD OF MATHEMATICAL INDUCTION IN OLYMPIAD PROBLEMS

A.D. Grishko, Student

H.G. Kuzina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

H.V. Sidorova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov (Russia, Ulyanovsk)

Abstract. Annotation. The article discusses tasks of mathematical Olympiads that can be solved by the method of mathematical induction, presents a classification of such problems, and offers information resources for preparing for solving this type of problem.

Keywords: method of mathematical induction, mathematical Olympiads

В современном мире важно не только развивать способности учащихся в рамках школьной программы, но и углублять их знания в разных разделах математики через участие в различных олимпиадах. Это позволяет учащимся лучше понимать разного рода математические концепции, что улучшает способности учащихся и их математическое мышление, а это, в свою очередь, является важным для развития эффективности мыслительных процессов.

Решение олимпиадных задач требует не только теоретических знаний, но и умений применять эти знания на практике, включая использование метода математической индукции. Данный метод является одним из инструментов в решении задач олимпиадного уровня. Метод математической индукции считается универсальным методом доказательства математических утверждений, который служит основой для решения многих математических задач, в том числе олимпиадного уровня.

Проанализируем задания известных олимпиад на наличие задач, которые могут быть решены методом математической индукции. Рассмотрим Всероссийскую олимпиаду школьников по математике за 2022–2023 учебный год.

В региональном этапе Всероссийской олимпиады для 9-х класса в первом туре встречается задача, решаемая методом математической индукции: дано натуральное число n . На клетчатой доске $2n \times 2n$ расставили $2n$ ладей так, что никакие две не стоят в одной горизонтали или одной вертикали. После этого доску разрежали по линиям сетки на две связные части, симметричные друг другу

относительно центра доски. Какое наибольшее количество ладей могло оказаться в одной из частей? (Клетчатая фигура называется связной, если по этой фигуре от любой её клетки можно добраться до любой другой, переходя каждый раз в соседнюю по стороне клетку.)

В региональном этапе Всероссийской олимпиады для 10-х класса в первом туре можем обнаружить искомую задачу: в городе N прошли 50 городских олимпиад по разным предметам, при этом в каждой из этих олимпиад участвовало ровно 30 школьников, но не было двух олимпиад с одним и тем же составом участников. Известно, что для любых 30 олимпиад найдется школьник, который участвовал во всех этих 30 олимпиадах. Докажите, что найдется школьник, который участвовал во всех 50 олимпиадах.

Для учащихся 11-го класса в первом туре также в региональном этапе была представлена задача, аналогичная задаче для 10-го класса.

Рассмотрим региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике за 2023–2024 год.

В первом туре для учащихся 10-х классов была обнаружена одна подходящая задача: В ряд выписаны по одному разу все натуральные числа от 1 до 1000 в каком-то порядке. Докажите, что можно выбрать несколько стоящих подряд выписанных чисел, сумма которых больше 100000, но не превосходит 100500.

В региональном этапе для учащихся 11-х классов из двух туров задача, решаемая методом математической индукции, встретилась во втором туре, её формулировка такова: дано натуральное число $n > 100$. Изначально на доске написано число 1. Каждую минуту Петя представляет число, записанное на доске, в виде суммы двух неравных положительных несократимых дробей, а Вася оставляет на доске только одну из этих двух дробей. Докажите, что Петя может добиться того, чтобы знаменатель оставшейся дроби через n минут не превышал $2n + 50$ вне зависимости от действий Васи [3].

Проанализируем задания Международного математического турнира городов за 2022–2023 и 2023–2024 учебные года на предмет наличия задач, решаемых методом математической индукции [7].

По заданиям из 44-го турнира городов, который проходил в 2022–2023 учебном году, можно сделать следующие выводы: была обнаружена одна задача, предназначенная для учащихся 8–9-х классов (сложный вариант), которая решается указанным методом, формулировка задачи звучит так: пусть $n > 1$ – целое число. В одной из клеток бесконечной белой клетчатой доски стоит ладья. Каждым ходом она сдвигается по доске ровно на n клеток по вертикали или по горизонтали, закрашивая пройденные n клеток в чёрный цвет. Сделав несколько таких ходов, не проходя никакую клетку дважды, ладья вернулась в исходную клетку. Чёрные клетки образуют замкнутый контур. Докажите, что число белых клеток внутри этого контура даёт при делении на n остаток 1.

Если рассмотреть 45-й турнир городов, который проходил в 2023–2024 году, то можно найти две задачи для учащихся 10–11-х классов, решаемые методом математической индукции, их формулировки: 1) Взяли все 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых каждая цифра – какая-то из цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7. Сколько из этих чисел делятся на 2100?

2) Для какого наибольшего N существует N -значное число со свойством: в его десятичной записи среди любых нескольких подряд идущих цифр какая-то цифра встречается ровно один раз?

Проанализируем олимпиаду по математике «Ломоносов». Всероссийская математическая олимпиада «Ломоносов» – это ежегодное соревнование для школьников 4–11-х классов по математике, организованное Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова. Олимпиада «Ломоносов» отличается высоким уровнем заданий, требующих глубокого понимания математики и нестандартных решений.

В отборочном этапе 2022–2023 учебного года для учащихся 10–11-х классов задач, решаемых методом математической индукции, обнаружено не было, однако в заключительном этапе для тех же классов была замечена следующая задача, решаемая данным методом: Есть два ряда – верхний и нижний, каждый из 6 точек. Проводят отрезки с концами в противоположных рядах так, чтобы из каждой точки выходил ровно один отрезок. Сколько существует способов провести отрезки, чтобы среди всех пар отрезков было ровно 7 пар пересекающихся отрезков [9]?

Таким образом, можно сделать вывод, что задачи, которые могут решаться методом математической индукции, в олимпиадных заданиях встречаются не часто, но необходимость использования указанного метода решения задач важна для улучшения результатов учащихся.

Задачи, решаемые методом математической индукции, совершенно разнообразны, они не ограничиваются одной темой. В таблице представлены некоторые типы задач, которые могут быть решены рассматриваемым методом.

Можем заметить, что представленные задачи действительно относятся к разным темам школьного курса математики, но для решения каждой задачи используется метод математической индукции.

Разнообразие задач и методов подхода способствует глубокому и всестороннему пониманию концепций индукции, а также развитию умения их применения в различных ситуациях. Это помогает учащимся не только освоить метод индукции, но и развить аналитическое мышление, логическую последовательность и творческий подход к решению проблем. При выборе задач и подходов для изучения математической индукции важно учитывать уровень подготовки учащихся, их возрастные особенности и цели обучения.

Классификация задач, решаемых методом математической индукции

<i>Тип задачи</i>	<i>Пример задачи</i>
Доказательство свойств последовательностей	Доказать формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии $S_n = \frac{(2a_1 + d(n-1))n}{2},$ где d – разность членов прогрессии, a_1 – первый член прогрессии
Доказательство утверждений о делимости	Доказать, что для всех натуральных n $(3^{2n+1} + 2^{n+2}) : 7$
Доказательство тождеств	Доказать, что равенство $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1)n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$ верно для любого натурального n
Доказательство неравенств	Доказать неравенство Бернулли для всех натуральных n $(1+x)^n \geq 1+nx$, где $x \geq 0$
Задачи арифметического характера	Рассмотрим всевозможные обыкновенные дроби с числителем 1 и любым (целым положительным) знаменателем: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$. Доказать, что для любого $n \geq 3$ можно представить единицу в виде суммы n различных дробей такого вида
Тригонометрические задачи	Доказать тождество $\cos a \cdot \cos 2a \cdot \cos 4a \cdot \dots \cdot \cos 2^n a = \frac{\sin 2^{n+1} a}{2^{n+1} \cdot \sin a}$
Геометрические задачи	На плоскости даны $2n+1$ точек. Необходимо построить $(2n+1)$ -угольник, для которого эти точки являются серединами сторон

Для успешной подготовки к решению таких типов задач можно рекомендовать учебно-методические материалы и цифровые ресурсы, специально подобранные для тренировки в решении олимпиадных задач методом математической индукции.

Учебники и пособия:

- «Алгебра и математический анализ» учебное пособие с углубленным изучением математики Н.Я. Виленкина [1];
- «Сборник задач (метод математической индукции)»: учебно-методическое пособие А.В. Леонтьева [6].

Онлайн-ресурсы:

- Сайт олимпиадных задач. Проект МЦНМО [5];
- Сайт Всероссийской олимпиады школьников, где можно найти задания олимпиады прошлых лет [3].

Тренировочные задания и задачи:

- «Сборник задач московских математических олимпиад» А.А. Лемана [8].

Сборники задач:

- «1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике» Э.Н. Балаяна [2];
- «Сборник олимпиадных задач по математике» Н.В. Горбачёва [4].

Представленные учебно-методические материалы помогут учащимся освоить метод математической индукции и успешно подготовиться к решению олимпиадных задач по математике.

Метод математической индукции является мощным инструментом в математике и позволяет решать разнообразные задачи, которые требуют строгого доказательства и обоснования.

Список литературы

1. Алгебра и математический анализ. 10 кл. : учеб. пособие для шк. и кл. с углуб. изуч. математики / Н. Я. Виленкин и др. 11-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2009. 335 с.
2. Балаян Э.Н. 1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике. 3-е изд. Ростов н/Д.: Феникс, 2008. 364 с.
3. Всероссийская олимпиада школьников. URL: <https://vserosolimp.edsoo.ru/> (дата обращения: 23.04.2024)
4. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. 3-е изд., стер. М.: МЦНМО, 2013. 559 с.
5. Задачи. Проект МЦНМО. URL: <http://www.problems.ru/> (дата обращения: 23.04.2024).
6. Леонтьева А.В. Сборник задач (метод математической индукции) : учеб.-метод. пособие. Н. Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. 19 с.
7. Международный математический турнир городов. URL: <https://turgor.ru/> (дата обращения 31.05.2024).

8. Сборник задач московских математических олимпиад : пособие для внеклассной работы по математике / авт.-сост. А.А. Леман; под ред. В.Г. Болтянского. М.: Просвещение, 1965. 384 с.

9. Олимпиада школьников «Ломоносов». URL: <https://olymp.msu.ru/> (дата обращения: 31.05.2024).

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ОБУЧЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ ДОКАЗАТЕЛЬНЫМ РАССУЖДЕНИЯМ

С.Н. Дорофеев, д-р пед. наук, профессор
Тольяттинский государственный университет
(Россия, Тольятти)
e-mail: komrad.dorofeev2010@yandex.ru

Аннотация. В данной статье исследуются трудности формирования у старшеклассников умения решать геометрические задачи на доказательство, выявляются и раскрываются характерные психолого-педагогические особенности школьников, которые препятствуют поиску нахождения решения геометрических задач на доказательство. В связи с проблемами обучения школьников геометрическим фактам и понятиям в статье выдвигается предположение о том, что развитие аналитических и логических способностей учащихся через формирование умения решать геометрические задачи на доказательство будет эффективнее, если при этом будут учитываться психолого-педагогические аспекты этой проблемы как составляющие компоненты методики обучения доказательным рассуждениям.

Ключевые слова: доказательные рассуждения, логика доказательства, геометрические задачи на доказательство, способность к проведению доказательных рассуждений, проблемы обучения геометрии, психолого-педагогические аспекты обучения, методы обучения школьников решению задач на доказательство

ON SOME PROBLEMS OF TEACHING HIGH SCHOOL STUDENTS EVIDENCE-BASED REASONING

S.N. Dorofeev, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Tolyatti State University (Russia, Tolyatti)

Abstract. This article examines and analyzes the difficulties of forming the ability of high school students to solve geometric problems for proof, identifies and reveals the characteristic psychological and pedagogical features of schoolchildren that hinder the search for solutions to geometric problems for proof. Taking into account the problems of teaching geometry to schoolchildren, the article suggests that the development of

analytical and logical abilities of students through the formation of the ability to solve geometric problems for proof will be more effective if the psychological and pedagogical aspects of this problem are taken into account as components of the methodology of teaching evidence-based reasoning.

Keywords: evidence-based reasoning, logic of proof; geometric problems for proof; the ability to solve problems for proof; the ability to conduct evidence-based reasoning; problems of teaching geometry; psychological and pedagogical aspects of teaching; methods of teaching schoolchildren to solve problems for proof

Образовательные стандарты по математике в РФ предполагают как обучение школьников приемам проявления логического и наглядно-образного мышления, так и развитие у них способности к конкретизации и обобщению, аналогии и абстракции, умения проводить доказательные рассуждения, приводить примеры, подтверждающие или отрицающие истинность проводимых рассуждений. Эти качества у учащихся формируются через универсальные учебные действия, эффективная значимость которых достигается именно на уроках математики и, в частности, геометрии. Нет сомнения в том, что универсальным математическим инструментом, обуславливающим эффективное формирование не только этих качеств, но и умения проводить логические суждения, проявлять аналитические способности, служат геометрические задачи на доказательство. Обучение старшеклассников решению таких задач представляет собой достаточно сложный процесс. Во-первых, школьники больше привыкли к решению задач вычислительного характера. Многие факты теоретического материала они воспринимают на веру, способы решения задач они чаще воспринимают по принципу «так надо», к сожалению, это подавляет у них потребность к осознанному восприятию теоретического материала, к доказательству какого-то факта или выводу формулы. Как показывают наши наблюдения, учащиеся помнят формулы вычисления площадей геометрических фигур, но не осознают взаимосвязи между ними, знают теорему Пифагора, могут ее применять при решении задач, но не владеют способами ее доказательства. Доводы их достаточно просты: «но я же умею применять теорему Пифагора, зачем мне знать ее доказательство». Сомнения в этой уверенности у школьников начинают возникать, когда перед ними ставишь вопрос «А уверены ли Вы в том, что квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов?» В качестве обоснования утвердительного ответа многие из них прибегают к построению хорошего прямоугольного треугольника на клетчатой бумаге. Измеряют его катеты и гипотенузу, затем проверяют правильность теоремы Пифагора непосредственными вычислениями. С такими рассуждениями учащихся 6–7-х классов еще можно согласиться, однако с учащимися старших классов (8–11-й класс) требуется серьезная работа по совершенствованию потребности в необходимости более логичного и более структурного доказательства этого замечательного факта. Конечно, надо ознакомить школьников с доказательством этой теоремы в рамках школьного учебника. Однако работу можно продолжить и

в рамках внеурочной деятельности, например дать задание: найти какие-нибудь другие способы доказательства этой теоремы. Затем в рамках кружка или факультативного занятия изучить с учащимися каждый из предложенных способов с соответствующей характеристикой его достоинств и недостатков. Выбрать какой-то один наиболее короткий, доступный и полноценный. На этом этапе мы будем приучать наших обучающихся к критической оценке математических подходов к обсуждению математических фактов. Это не будет голословное провозглашение каких-то математических тезисов, а будет вестись целенаправленная методическая работа по формированию потребности, умений и навыков, связанных с самостоятельным поиском доказательств и обоснованием истинности математических утверждений. Важность такой работы заключается еще и в том, что она обуславливает формирование у школьников потребности в логическом обосновании фактов реальной жизни, в правильной оценке событий, протекающих в окружающем мире.

На современном этапе существования общественно-экономической формации и развития российского образовательного пространства наши школьники должны уметь не только провозглашать тезисы, но еще глубоко их осмысливать, обосновывать, правильно истолковывать и отстаивать в спорах и диспутах разного уровня. Учителю важно помнить, что одна из его основных задач заключается в формировании у каждого обучающегося своей жизненной платформы, опирающейся на общечеловеческие истины и аксиомы, на обоснованные положения, вытекающие из этих истин. Доказательство как процесс предполагает построение последовательных рассуждений, которые образуются в результате логических операций мыслительной деятельности учащихся. Поэтому задачи на доказательство в методике преподавания математики и педагогике воспитания личности рассматриваются как уникальное математическое средство, которое эффективно используется в современных педагогических технологиях обучения доказательным рассуждениям.

Как мы уже отмечали выше, каждая такая задача выступает как фактор, обуславливающий значительное повышение уровня усвоения и закрепления учебного материала, как инструмент, способствующий повышению эффективности формирования интеллектуального потенциала. Поэтому формирование потребности и умений решать задачи на доказательство является актуальным вектором, обуславливающим эффективность повышения качества математического образования школьников в общеобразовательных учреждениях [6].

В психолого-педагогическом отношении задачи на доказательство являются эффективными упражнениями как для отработки умений и навыков выполнять логические операции, так и для повышения интеллектуального потенциала каждого обучающегося. Однако существуют определенные трудности, которые учащиеся испытывают в процессе решения задач на доказательство.

В ходе наших наблюдений мы установили, что учащиеся старших классов испытывают при решении геометрических задач на доказательство трудности, «характеризуемые тем, что:

- 1) большинство из них игнорируют задачи, если в условии содержится формулировка “доказать, что...” либо “докажите...”;
- 2) многие учащиеся не умеют выстраивать процесс доказательства;
- 3) значительная часть учащихся, понимая, что процесс доказательства требует значительных умственных напряжений и усилий, преждевременно останавливают процесс доказательства;
- 4) многие учащиеся, подозревая, что процесс доказательства зашёл в “тупик”, обрывают логическую последовательность суждений;
- 5) наблюдается незначительная часть учащихся, которые, осознавая, что необходимо выполнить контрольную работу, содержащую задачи на доказательство, представляют процесс их решения набором логически не взаимосвязанных суждений. Таким образом, создают псевдодоказательство;
- 6) большая часть учащихся не владеют методами доказательства и не умеют формировать текст доказательства» [1; 6].

В предлагаемой нами методике обучения старшеклассников доказательным рассуждениям мы придерживаемся таких принципов обучения, как доступность, наглядность, логичность, системность, научность и фундаментальность. Мы считаем, что обучение доказательным рассуждениям необходимо строить таким образом, чтобы оно выполняло функции воспитывающего, обучающего и развивающего характера; чтобы все действия, которые осуществляет школьник в процессе решения задачи на доказательство, должны быть глубоко осознанными, а те математические знания, которые он использует, должны носить характер лично значимых. «Следует отметить, что этот подход обуславливает и формирование в сознании учащихся необходимость анализировать свои действия и на основе результатов анализа продумывать и прогнозировать будущие действия, обеспечивающие эффективность доказательных рассуждений в повседневной жизни» [6]. Как известно, результативность методики обучения математике достигается только тогда, когда работа по повышению качества усвоения математических знаний ведется регулярно и систематично при разумном сочетании конкретного и абстрактного, общего и частного.

Список литературы

1. Давыдов А.Н. Методические основы обучения старшеклассников решению геометрических задач на доказательство : магистерская диссертация. Тольятти, 2019. 96 с.
2. Дорофеев С.Н., Есетов Е.Н., Наземнова Н.В. Аналогия как основа обучения школьников векторному методу решения геометрических задач // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2021. Вып. 4 (41). С. 69–79.
3. Дорофеев С.Н. Теория и практика формирования творческой активности будущих учителей математики в педагогическом вузе : дис. ... д-ра пед. наук. Пенза, 2000. 410 с.

4. Dorofeev S.N., Pavlov I.I., Shichiyakh R.F., Prikhodko A.N. Differentiated Training as a Form of Organization of Education and Cognitive Activity of Future Masters of Pedagogical Education // Applied Linguistics Research Journal. 2021. 5 (3). Pp. 216–222.

5. Dorofeev S.N., Shichiyakh R.A., Khasimova L.N. Developing creative activity abilities of students in higher educational establishments // Revista on line de politica e gisao educational. 2021. Vol. 25. № S2. Pp. 883–900.

6. Дорофеев С.Н. Геометрические задачи как средство подготовки учащихся к доказательным рассуждениям // Практико-ориентированный подход в условиях трансформации образования / Мордовский государственный педагогический институт им. М.Е. Евсевьева. Саранск, 2022. С. 7–12.

САМООРГАНИЗАЦИЯ И САМОКОНТРОЛЬ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

М.В. Егупова, д-р пед. наук, профессор

Московский государственный педагогический университет

(Россия, Москва)

e-mail: mv.egupova@mpgu.su

Л.Ю. Есина, учитель математики

Школа «Алгоритм»

(Россия, Москва)

e-mail: laesina@gmail.com

Аннотация. В статье поставлена проблема формирования метапредметных умений самоорганизации и самоконтроля в процессе решения геометрической задачи повышенной сложности. Предполагается, что целенаправленное формирование таких умений будет способствовать повышению результативности выполнения соответствующих заданий ОГЭ и ЕГЭ.

Ключевые слова: обучение решению геометрических задач, самоорганизация, самоконтроль, метапредметные умения

SELF-ORGANIZATION AND SELF-CONTROL OF SCHOOLCHILDREN IN SOLVING A GEOMETRIC PROBLEM

M.V. Egupova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Moscow State Pedagogical University (Russia, Moscow)

L.Y. Yesina, Mathematics Teacher

School «Algorithm» (Russia, Moscow)

Abstract. The article presents the problem of the formation of meta-subject skills of self-organization and self-control in the process of solving a geometric problem of increased complexity. It is assumed that the purposeful formation of such skills will contribute to improving the effectiveness of the relevant tasks of the final exams.

Keywords: learning to solve geometric problems, self-organization, self-control, meta-subject skills

Поддержка естественно-научных и технических предметов и методик их преподавания на сегодня является приоритетом для отечественной системы образования, что нашло отражение и в нормативных документах общего образования. В обновленных ФГОС уже на уровне основного общего образования выделен углубленный уровень обучения математике, что требует разработки новых методических подходов к обучению этому предмету. Несомненно, на этой ступени закладывается фундамент математического образования, который составлен не только из широкой базы сведений, но и умений осуществлять математическую деятельность. Причем именно на углубленном уровне ведется подготовка выпускников школ к дальнейшему получению инженерных и естественно-научных специальностей.

Особые трудности школьники испытывают в изучении геометрии, что определено особенностями содержания этого учебного курса – необходимостью проводить доказательные рассуждения, решать задачи неалгоритмического характера и др. Эта проблема неоднократно ставилась в научно-методических исследованиях, а также подтверждается результатами ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Анализ типичных ошибок и процента выполнения заданий ЕГЭ по математике профильного уровня показывает, что многие выпускники не приступают к решению заданий, содержащих задачи по геометрии повышенного уровня, эти задания решают только наиболее подготовленные из них [4]. Такая ситуация складывается как при решении планиметрической, так и стереометрической задачи, представленных в заданиях 14 и 17 КИМ ЕГЭ 2024 года.

Препятствием для экзаменуемых является не столько потенциальная сложность задач, сколько то, что при подготовке к экзамену школьники акцентируют внимание на обогащении своего опыта решения задач теми задачами, которые предполагают наличие общих схем решения. Для решения геометрических задач, в особенности повышенной сложности, требуется иной подход, связанный с умениями анализировать условие задачи и соответствующую геометрическую ситуацию, применять различные методы поиска решения задач, составлять план решения и реализовывать его, оценивать результат. Для успешности такой математической деятельности особенно важным является наличие у школьника сформированных умений *самоорганизации* и *самоконтроля*.

Во ФГОС ООО самоорганизация и самоконтроль отнесены к универсальным учебным регулятивным действиям [2].

В федеральной рабочей программе (ФРП) по математике для 7–9-х классов (углублённый уровень) понятия самоорганизации и самоконтроля раскрываются в контексте изучаемого предмета:

Самоорганизация: выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях, ориентироваться в различных подходах принятия решений

(индивидуальное, групповое); самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль: владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, самомотивации и рефлексии; предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей; оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту» [3].

Из анализа представленных трактовок метапредметных понятий самоорганизации и самоконтроля через состав определяющих их действий следует, что описанные действия соотносимы с математической деятельностью по решению геометрической задачи, и их целенаправленное формирование может способствовать результативности такой учебной деятельности вследствие преодоления ряда затруднений. Так, например, в процессе поиска решения задачи имеется возможность показать школьникам различные подходы к принятию решений. Развитие умения организовывать процесс поиска задачи, а также осознания его необходимости – это и есть обучение умению самоорганизации.

Приведем примеры. Предложим школьникам три задачи, объединённые общей ключевой идеей поиска решения – обнаружение пары равных треугольников. Задачи подобраны из материалов для проведения школьного этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике в г. Москве [5] и сопровождаются готовыми рисунками.

1. Точки D и E отмечены на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно. Известно, что $AB = BD$, $\angle ABD = 46^\circ$, $\angle DEC = 90^\circ$. Найдите $\angle BDE$, если известно, что $2DE = AD$ (рис. 1).
 Диагонали четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке K . Оказалось, что $AB = BK = KD$. На отрезке KC отметили такую точку L , что $AK = LC$. Найдите $\angle BLA$, если известно, что $\angle ABD = 52^\circ$ и $\angle CDB = 74^\circ$ (рис. 2).

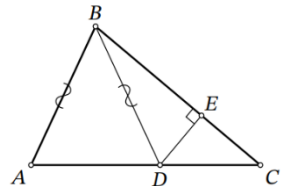


Рис. 1. Чертеж к задаче 1

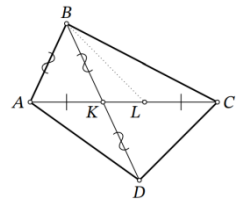


Рис. 2. Чертеж к задаче 2

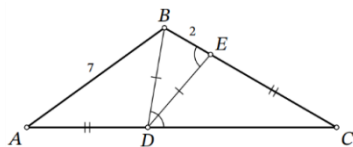


Рис. 3. Чертеж к задаче 3

3. Точки D и E отмечены соответственно на сторонах AC и BC треугольника ABC так, что $AD = EC$. Оказалось, что $BD = ED$, $\angle BDC = \angle DEB$. Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AB = 7$ и $BE = 2$ (рис. 3).

При поиске решения первой задачи поможем школьникам обнаружить эту идею, но не будем сообщать, что она будет «работать» и при решении последующих задач. Этот факт учащиеся должны установить самостоятельно и зафиксировать его на рисунках к этим задачам, раскрасив равные треугольники (рис. 4), что способствует визуальному осознанию и запоминанию примененного приема поиска решения.

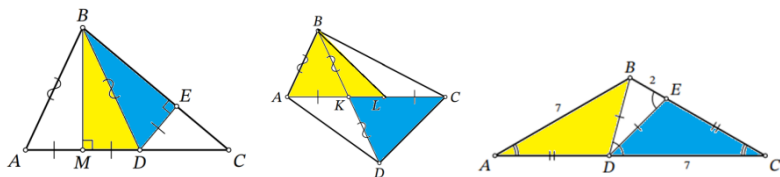


Рис. 4. Иллюстрация равных треугольников

Обратим внимание, что в первой задаче для обнаружения ключевой идеи необходимо выполнить дополнительное построение – провести высоту в равнобедренном треугольнике, в остальных задачах требуется только анализ задачной ситуации, заключающийся в оценке всех имеющихся на рисунке треугольников с позиции наличия у них равных элементов.

Таким образом, формируем одно из действий самоконтроля, связанное с оценкой приобретенного опыта, а также и действие самоорганизации – «коррекция вариантов решений с учётом новой информации» по трактовке ФРП, в нашем случае коррекция идеи решения для новой задачи. Формирование таких умений целесообразно начинать с первых уроков геометрии в 7-м классе на углубленном уровне, уделяя им специальное внимание на всем периоде обучения в 7–9-х классах. Тогда в 10–11-х классах на базе сформированных умений школьники будут результативно готовиться к выполнению заданий повышенной сложности, в которых проверяются умения «выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами» на профильном уровне [1].

Список литературы

1. Единый государственный экзамен по математике. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по математике Профильный уровень. URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege> (дата обращения: 01.05.2024).

2. О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования : приказ Министерства просвещения Российской Федерации № 568 от 18.07.2022 (Зарегистрирован 17.08.2022 № 69675). URL: <https://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения: 01.05.2024).

3. Федеральная рабочая программа. Математика. 7–9 классы (углублённый уровень). URL: <https://edsoo.ru/rabochie-programmy/> (дата обращения: 01.05.2024)

4. Пашкина М.Б. ЕГЭ 2020 в условиях пандемии: разбор заданий // Математика в школе. 2020. № 7. С. 3–11.

5. Этапы всероссийской олимпиады школьников в г. Москве. URL: https://vos.olimpiada.ru/math/2023_2024 (дата обращения: 01.05.2024).

О РАССТОЯНИИ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ

Н.Г. Елизарова, учитель математики

Р.С. Понарядова, канд. физ.-мат. наук

Е.В. Палкина, учитель математики

Лицей для одаренных детей (Россия, Сыктывкар)

e-mail: rozli@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются методы нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми и построения их общего перпендикуляра.

Ключевые слова: методы решения, скрещивающиеся прямые, общий перпендикуляр, расстояние

ON THE DISTANCE BETWEEN INTERSECTING LINES

N.G. Elizarova, Mathematics Teacher

R.S. Ponaryadova, Candidate of Physics and Mathematics Sciences

E.V. Palkina, Mathematics Teacher

Lyceum for gifted children (Russia, Syktывkar)

Abstract. The article discusses methods for finding the distance between intersecting lines and constructing their common perpendicular.

Keywords: solution methods, intersecting lines, common perpendicular, distance

Длина общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых является расстоянием между этими прямыми.

Среди способов нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми a и b выделим следующие:

а) сведение задачи нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми к задаче нахождения расстояния от точки до плоскости;

- б) применение метода ортогонального проектирования на плоскость, перпендикулярную одной из скрещивающихся прямых;
- в) векторный метод.

Рассмотрим более подробно каждый из способов.

Пусть a и b – две скрещивающиеся прямые. Через прямую a и точку $P \in b$ проведём плоскость α . В плоскости α через точку P проведём прямую a' параллельно прямой a .

Прямые a' и b задают плоскость β . Так как $a' \parallel a$, $a' \in \beta$, то прямая a параллельна плоскости β . Расстояние MM' от любой точки M прямой a до плоскости β ($M' \in \beta$) равно расстоянию между скрещивающимися прямыми a и b (рис. 1).

Проведём через точку M' в плоскости β прямую a_1 , параллельную прямой a , a_1 пересекает прямую b в точке N_1 . Тогда $NN_1 \parallel MM'$, $N \in a$; NN_1 – изображение искомого общего перпендикуляра скрещивающихся прямых a и b .

Для вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми нет необходимости строить их общий перпендикуляр. Искомое расстояние находится следующим образом:

1) Через точку $P \in b$ проводится прямая a' , параллельная прямой a . Тогда расстояние между скрещивающимися прямыми a и b равно расстоянию от любой точки прямой a до плоскости, проходящей через пересекающиеся прямые a' и b .

2) Через каждую из двух данных прямых проводим плоскость, параллельную другой прямой. Искомое расстояние равно расстоянию между этими плоскостями.

Задача 1. Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями смежных граней куба с ребром a .

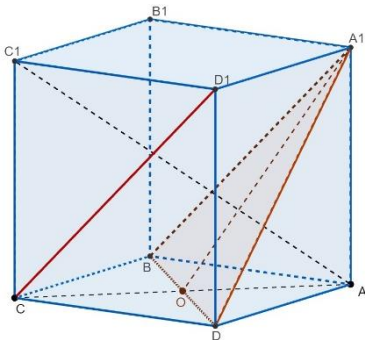


Рис. 2. Чертеж к задаче 1

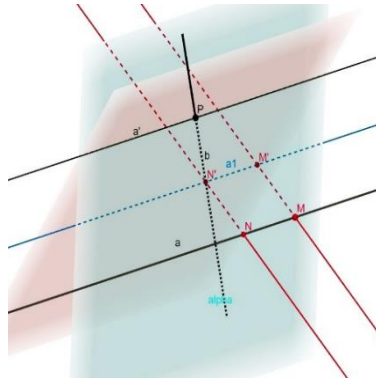


Рис. 1. Иллюстрация решения

Решение. A_1D и D_1C – скрещивающиеся диагонали смежных граней AA_1D_1D и DD_1C_1C куба (рис. 2). Через точку A_1 грани AA_1B_1B проведем диагональ A_1B параллельно D_1C . Прямая D_1C параллельна плоскости, определяемой прямыми A_1B и A_1D . Расстояние от любой точки прямой D_1C до плоскости (A_1BD) равно искомому расстоянию между прямыми A_1D и D_1C : $\rho(A_1D; D_1C) = \rho(D_1C; (A_1BD)) = \rho(C; (A_1BD))$.

Известно, что диагональ куба AC_1 перпендикулярна плоскости (A_1BD) , проходит через точку пересечения медиан ΔA_1BD , и делится этой плоскостью в отношении 1:2, считая от вершины A куба: $\rho(A; (A_1BD)) = \frac{1}{3}AC_1 = a \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Отрезок AC делится прямой BD , а значит, и плоскостью (A_1BD) пополам. Поэтому точки A и C равноудалены от этой плоскости:

$$\rho(C, (A_1BD)) = \rho(A, (A_1BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Замечание. Проведем через диагональ D_1C грани DD_1C_1C плоскостью (B_1D_1C) , параллельную диагонали A_1D . Плоскость (B_1D_1C) параллельна плоскости (A_1BD) . Эти плоскости перпендикулярны диагонали AC_1 куба и делят её на три равные части: $\rho(A_1D; D_1C) = \rho((B_1D_1C), (A_1BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Рассмотрим применение метода ортогонального проектирования при решении задач, в которых требуется построить общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и найти расстояние между этими прямыми.

Пусть a, b – скрещивающиеся прямые, а $АН$ – их общий перпендикуляр, плоскость α перпендикулярна прямой a в точке A' и пересекает прямую b в точке B' (рис. 3). Спроектируем прямые a, b и их общий перпендикуляр $АН$ на плоскость α параллельно прямой a . Проекция прямой a на плоскость α есть точка A' , прямая b' является ортогональной проекцией прямой b на плоскость α . Общий перпендикуляр $АН$ прямых a и b спроектируется в отрезок $A'H'$, перпендикулярный b' , так как плоскость, содержащая прямые b и b' , параллельна прямой a .

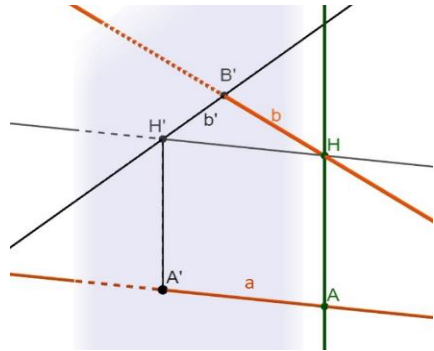


Рис. 3. Иллюстрация решения

Получим следующее утверждение: расстояние между скрещивающимися прямыми равно расстоянию от точки, являющейся ортогональной проекцией одной из данных прямых на перпендикулярную ей плоскость, до проекции другой прямой на эту же плоскость.

Задача 2. Найдите длину общего перпендикуляра скрещивающихся диагоналей смежных граней куба с ребром a и постройте его на изображении куба.

Решение 1. Плоскость AB_1C_1D перпендикулярна диагонали D_1C , поскольку

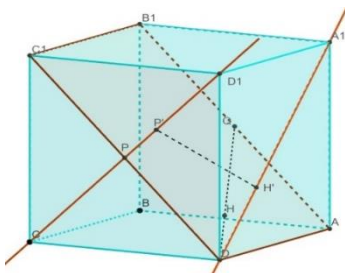


Рис. 4. Чертеж к задаче 2

$D_1C \perp DC_1$, $D_1C \perp AD$. Спроектируем скрещивающиеся прямые D_1C и A_1D на эту плоскость параллельно прямой D_1C (рис. 4).

D_1C проектируется в точку P ; A_1 проектируется в центр грани AA_1B_1B , а отрезок A_1D проектируется в отрезок QD . $PH = \rho(P, QD) = \rho(AD; D_1C)$.

$$PD = \frac{1}{2}DC_1 = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad QP = a; \quad QD = \frac{a\sqrt{6}}{2}; \quad PH = \frac{QP \cdot PD}{QD} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Если проведём общий перпендикуляр $P'H'$ между прямыми A_1D и D_1C , то он спроектируется в PH .

Известно, что при проектировании сохраняется отношение отрезков, расположенных на одной прямой или на параллельных прямых. Общий перпендикуляр между прямыми A_1D и D_1C делит отрезок A_1D в отношении $\frac{QH}{HD}, \frac{A_1H'}{H'D} = \frac{QH}{HD}$. Найдём это отношение $\frac{QH}{HD} = \frac{QP^2}{PD^2} = \frac{2}{1}$. Аналогично, $\frac{CP'}{P'D_1} = \frac{2}{1}$.

Итак, $H'P'$ – изображение общего перпендикуляра скрещивающихся прямых $A'D$ и $D'C$ (рис. 5).

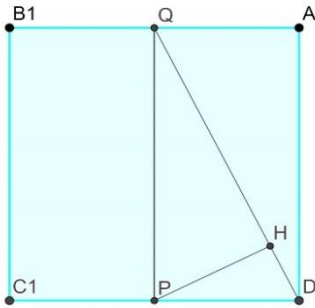


Рис. 5. Иллюстрация решения

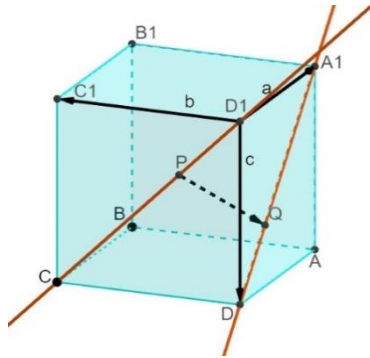


Рис. 6. Чертеж к задаче 2

Решение 2. Рассмотрим построение и вычисление длины общего перпендикуляра векторным методом.

Выберем векторный базис $\vec{a} = \overrightarrow{D_1A_1}$; $\vec{b} = \overrightarrow{D_1C_1}$; $\vec{c} = \overrightarrow{D_1D}$ (рис. 6). Пусть $P \in D_1C$; $Q \in A_1D$. Вектор $\overrightarrow{D_1P} = x\overrightarrow{D_1C} + y\overrightarrow{A_1D}$. Вектор $\overrightarrow{A_1D} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1D} = -\vec{a} + \vec{c}$; $\overrightarrow{A_1Q} = y(\vec{c} - \vec{a})$. Вектор $\overrightarrow{D_1C} = \overrightarrow{D_1D} + \overrightarrow{DC} = \vec{c} + \vec{b}$; $\overrightarrow{D_1P} = x(\vec{b} + \vec{c})$; Вектор $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PD_1} + \overrightarrow{D_1A_1} + \overrightarrow{A_1Q} = -x(\vec{b} + \vec{c}) + \vec{a} + y(\vec{c} - \vec{a}) = -x\vec{b} - x\vec{c} + \vec{a} + y\vec{c} - y\vec{a} = (1 - y)\vec{a} - x\vec{b} + (y - x)\vec{c}$.

Найдём коэффициенты x, y при условии, что вектор $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{A_1D}$; $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{D_1C}$.
 $\overrightarrow{PQ} = (1 - y)\vec{a} - x\vec{b} + (y - x)\vec{c}$; $\overrightarrow{A_1D} = \vec{c} - \vec{a}$; $\overrightarrow{D_1C} = \vec{b} + \vec{c}$; $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{D_1C} = 0$;
 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AD_1} = 0$.

$$\begin{cases} (-\vec{a} + \vec{c})((1-y)\vec{a} - x\vec{b} + (y-x)\vec{c}) = 0, \\ (\vec{b} + \vec{c})((1-y)\vec{a} - x\vec{b} + (y-x)\vec{c}) = 0. \end{cases}$$

Учитывая, что $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

$$\begin{cases} 2y - x - 1 = 0; \\ -2x + y = 0; \end{cases} \quad x = \frac{1}{3}; \quad y = \frac{2}{3}.$$

$$\overrightarrow{D_1P} = \frac{1}{3}\overrightarrow{D_1C}; \quad \overrightarrow{A_1Q} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A_1D}.$$

Построим точки P и Q на рис. 6. PQ – изображение искомого перпендикуляра.

$$\rho(A_1D; D_1C) = |\overrightarrow{PQ}|; \quad \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c},$$

$$|\overrightarrow{PQ}|^2 = \frac{1}{9}(\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + 2\vec{a} - 2\vec{b}\vec{c} = \frac{1}{9} \cdot 3a^2 = \frac{1}{3}a^2, \quad PQ = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Список литературы

1. Ходот Т.Г., Захарченко И.Д., Михайлова А.Б. Задачи по геометрии : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2006. 256 с.
2. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике: Решение задач : учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. М.: Просвещение, 1991. 384 с.

ПРИЕМЫ РАБОТЫ С ОБЛАСТЬЮ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПЕРЕМЕННОЙ В ЗАДАЧАХ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Ю.А. Еловикова, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Брянский государственный университет
имени академика И.Г. Петровского (Россия, Брянск)*
e-mail: elov77@yandex.ru

Аннотация. В статье предлагаются приемы работы с областью допустимых значений переменной, позволяющие школьникам эффективнее и успешнее решать уравнения и неравенства повышенной сложности.

Ключевые слова: область допустимых значений переменной, уравнения и неравенства повышенной сложности

TECHNIQUES FOR WORKING WITH THE RANGE OF ACCEPTABLE VALUES OF A VARIABLE IN PROBLEMS OF INCREASED COMPLEXITY OF SCHOOL MATHEMATICS

I.A. Elovikova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University (Russia, Bryansk)

Abstract. The article offers techniques for working with the range of acceptable values of a variable, allowing students to solve equations and inequalities of increased complexity more effectively and successfully.

Keywords: *the range of acceptable values of a variable, equations and inequalities of increased complexity*

Большинство задач, содержащих переменные величины, рассматривается только при тех значениях переменной, при которых имеют смысл все используемые в задаче аналитические выражения. Таким образом, определение области допустимых значений переменных (далее – ОДЗ) для данной задачи является важнейшим этапом решения.

Опыт проверки работ участников единого государственного экзамена по математике, а также общение с учителями математики показывает наличие ряда проблем при работе с ОДЗ в школьных задачах повышенной сложности. Не все учителя с уверенностью применяют различные способы оформления работы с ОДЗ. Сомнения в математической корректности этих способов приводят к тому, что учитель избегает их применения на уроках, рекомендует ученикам лишь ограниченный набор приемов, неэффективных при решении задач повышенной сложности. Упомянутые проблемы методики работы с ОДЗ влекут сложности и для учеников – неуверенность при формулировке ограничений ОДЗ, излишний объем работы по решению этих условий, или же ложные представления о том, что «ОДЗ исследовать необязательно».

В данной статье выделим ряд приемов, которым, на наш взгляд, следует уделить внимание при работе с областью допустимых значений переменной в уравнениях и неравенствах. Приведенные далее задачи взяты преимущественно из контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по математике прошлых лет. Таким образом, умение решать подобные задачи входит в перечень контролируемых результатов освоения основной образовательной программы среднего общего образования [1].

1. Формулировка ограничений на ОДЗ переменных для основных элементарных функций.

На этом этапе можно сформулировать стандартные вопросы диалога при нахождении ОДЗ уравнения, неравенства, выражения:

- какие функции, входящие в состав выражения, могут терять смысл? (есть ли ситуации, когда значения некоторых функций невозможно вычислить?)
- какие условия требуется наложить на переменные, чтобы эти функции не потеряли смысл (их значения можно было вычислить)?

Полезно составить список таких функций и повторить условия существования функций x^a , $\sqrt[n]{x}$, a^x , $\log_a x$, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$.

Распространенной ошибкой является включение в ограничения ОДЗ условия, не имеющего отношения к условию существования выражений.

Пример 1. При наличии функции $\sin x$ ставится условие $-1 \leq \sin x \leq 1$ (верно, но выражает не ОДЗ, а множество значений функции синуса) или $-1 \leq x \leq 1$, что в общем случае неверно.

Пример 2. При нахождении ОДЗ уравнения $\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a$ записывается система условий $\begin{cases} x^4 - x^2 + a^2 \geq 0 \\ x^2 + x - a \geq 0 \end{cases}$. При этом второе требование не относится к ОДЗ квадратного корня, а только обеспечивает возможность выполнения равенства. Чтобы избежать такой ошибки, можно рекомендовать при записи условий ОДЗ не брать в расчет («закрывать») знак равенства или неравенства и выписывать условия существования левой и правой частей вне зависимости их друг от друга.

2. Распознавание тождественных преобразований, изменяющих ОДЗ выражений.

При подготовке к решению задач повышенной сложности полезно напомнить ученикам ряд верных тождеств, в которых при переходе от левой части к правой может произойти расширение области определения выражения. К таким преобразованиям, в частности, относятся следующие: $f(x) - f(x) = 0$, $\frac{f(x)}{f(x)} = 1$, ${}^{2k}\sqrt{x} \cdot {}^{2k}\sqrt{y} = {}^{2k}\sqrt{x \cdot y}$, $\frac{{}^{2k}\sqrt{x}}{{}^{2k}\sqrt{y}} = {}^{2k}\sqrt{\frac{x}{y}}$, $({}^{2k}\sqrt{x})^{2k} = x$, $x^{\log_x y} = y$, $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$, $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$, $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ и др. Следует искать область определения функции, уравнения, неравенства до применения тождественных преобразований, изменяющих область определения. При расширении области определения после проведения тождественных преобразований из найденных решений отбирают те, которые принадлежат области определения исходного выражения (отсеивают посторонние решения). Тождественных преобразований, сужающих область определения, следует избегать во избежание потери решений.

3. Запись всех ограничений на ОДЗ в начале решения.

Преимуществом этого приема является возможность для ученика максимально сосредоточиться на анализе условий существования данных выражений, причем сделать это до начала преобразований, которые могут изменить ОДЗ. С полученным списком ограничений удобно сверяться в ходе решения задачи. Однако не всегда необходимо сразу же искать решение полученной системы ограничений. Выполнение некоторых из них может быть обеспечено в ходе дальнейшего решения.

Пример 3. $\frac{5\log_2^2 x - 100}{\log_2^2 x - 25} \geq 4$.

Ограничения ОДЗ выражаются условиями $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - 25 \neq 0 \end{cases}$. После записи этой системы не требуется определять значения x , удовлетворяющие второму условию. Достаточно заметить, что после введения новой переменной $t = \log_2 x$ полученное дробно-рациональное неравенство преобразуется к виду $\frac{t^2}{t^2 - 25} \geq 0$ и будет решаться методом интервалов. В ходе применения этого метода ставится

условие на ОДЗ дроби $t^2 \neq 25$, что обеспечит выполнение второго условия исходной системы. После получения решения $t \in (-\infty; -5) \cup \{0\} \cup (5; +\infty)$ и обратной замены, при решении простейших неравенств $\log_2 x < -5$ и $\log_2 x > 5$ следует наложить ограничение $x > 0$, которое в ходе решения еще не было учтено.

4. Использование перехода к равносильному условию (системе условий).

Зачастую запись ограничений ОДЗ и преобразованного уравнения (неравенства) как единой системы условий позволяет избежать рассмотрения некоторых ограничений, которые являются следствиями других условий системы. Это эффективно используется, например, при формулировке алгоритмов решения простейших уравнений и неравенств:

$${}^{2k}\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = (g(x))^2 \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = (g(x))^2 \end{cases}.$$

Здесь третье неравенство выражает ОДЗ корня четной степени, оно может быть опущено, поскольку является следствием первых двух условий.

Пример 4. $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3(x^2 + 3x - 9) \leq \log_3(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10)$.

При первом шаге преобразования левой части – сложении логарифмов с одинаковым основанием – происходит расширение ОДЗ, поэтому ограничения ОДЗ следует записывать, ориентируясь на исходное неравенство (далее, это первые три условия системы). Добавив четвертое условие, полученное после нескольких шагов преобразования исходного неравенства, получим систему, равносильную исходному неравенству:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} > 0, \\ x^2 + 3x - 9 > 0, \\ x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 > 0, \\ (x^2 + 3x - 9) \cdot \frac{1}{x} \leq x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10. \end{cases}$$

Далее, можно заметить, что третье неравенство является следствием остальных условий системы, в связи с чем его можно опустить и продолжить решение системы оставшихся неравенств.

5. Постановка ограничений только на этапе применения преобразований, расширяющих ОДЗ.

В случае, когда ОДЗ уравнения или неравенства ограничена, но применяемые тождественные преобразования ее не изменяют, эти преобразования являются равносильными и не требуют дополнительной записи ограничений ОДЗ. Такое оформление решения требует контроля за применяемыми на каждом шаге преобразованиями (см. п. 2 выше) с точки зрения их влияния на ОДЗ. Для уверенного применения этого приема ученикам необходимы соответствующие упражнения.

Пример 5. $\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5$.

Тождественные преобразования аргументов логарифмов по формулам сокращенного умножения, а также применение свойств логарифмов к числовому основанию 8 и нечетному показателю аргумента 3 не изменяют ОДЗ неравенства: $\frac{1}{3} \log_2(x-1)^3 \geq \log_2(x^2-1) - 5$; $\log_2(x-1) \geq \log_2(x-1)(x+1) - 5$. Далее, преобразование логарифма произведения в сумму логарифмов уменьшит ОДЗ правой части до $x > 1$, однако с учетом ОДЗ левой части $x > 1$ в целом ОДЗ неравенства не изменится: $\log_2(x-1) \geq \log_2(x-1) + \log_2(x+1) - 5$. Только лишь следующий этап – взаимное уничтожение слагаемых вида $\log_2(x-1)$ – расширит ОДЗ неравенства в целом, в связи с чем далее требуется записать и решать систему $\begin{cases} \log_2(x+1) - 5 \leq 0, \\ x - 1 > 0. \end{cases}$

Опыт работы со старшеклассниками показывает, что предложенные в данной статье приемы контроля ОДЗ позволяют существенно уменьшить трудоемкость и объем записей, повысить успешность решения уравнений и неравенств повышенной сложности. Таким образом, можно рекомендовать эти приемы для применения на уроках и при подготовке к различным видам итоговой аттестации.

Список литературы

1. Кодификатор проверяемых требований к результатам освоения ООП СОО и элементов содержания для проведения ЕГЭ по математике [Электронный ресурс] // ФГБНУ ФИПИ: официальный сайт. URL: <https://fipi.ru/egge/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!tab/151883967-2> (дата обращения: 14.06.2024).

ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗАДАЧ В КОРРЕКТИРУЮЩЕМ ОБУЧЕНИИ

В.Г. Ермаков, д-р пед. наук, канд. физ.-мат. наук, доцент
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины
(Беларусь, Гомель)
e-mail: vgermakov@gmail.com

Аннотация. Описаны организационные и методические аспекты использования задач на средней, высшей и дошкольной ступенях образования при проведении корректирующего обучения.

Ключевые слова: корректирующее обучение, развитие мышления, функции задач, математические турниры

ORGANIZATIONAL AND METHODOLOGICAL ASPECTS OF USING TASKS IN CORRECTIVE LEARNING

V.G. Ermakov, Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate professor
Francisk Skorina Gomel State University (Belarus, Gomel)

Abstract. Organizational and methodological aspects of using tasks at the secondary, higher and preschool levels of education during corrective education are described.

Keywords: corrective learning, development of thinking, task functions, mathematical tournaments.

В настоящее время активная разработка корректирующего обучения принципиально важна и в плане решения острых практических проблем современного образования, и в методологическом отношении. Достаточно очевидно, что стабильность, эффективность, устойчивость образовательных процессов снижается на всех ступенях образования. Объективных причин такого падения много, но для его объяснения хватило бы упоминания двух – роста объёма актуальной информации и усложнения её структуры. Они порождают дефицит учебного времени, из-за которого трудные места в материале остаются без должного разъяснения, неуспевающие учащиеся – без требуемой им помощи со стороны педагога, а пропедевтику высокого уровня абстрактности часто даже не начинают, ссылаясь в оправдание на аксиоматический метод изложения математических теорий. Всё это препятствует развитию умственных сил и потенциальных возможностей учащихся, что ещё больше усугубляет влияние на сферу образования деструктивных факторов. Нарастает и противодействие этой тенденции. Например, Г.К. Селевко в двухтомной «Энциклопедии образовательных технологий» (М., 2006. 1632 с.) описал около 500 технологий. Однако, как показано в монографии [1], современные образовательные процессы являются сильно ветвящимися, поэтому разработкой новых педагогических технологий кризисные обострения в этих процессах предупредить нельзя. Весьма часто приходится заниматься ликвидацией последствий от проявившихся сбоев, а не их предупреждением. Эту работу уместно называть педагогической коррекцией, её вкрапление в действующие педагогические технологии переведёт сферу образования на динамический тип устойчивости, поддержка которой должна обеспечиваться усилиями педагога. Различные аспекты этого перехода описаны в монографии [1], здесь отметим только методологический аспект этого перехода: в момент кризисного обострения на первый план выходит небольшое число деструктивных факторов, в них легче сориентироваться, что позволяет педагогу действовать адресно и добиваться существенных и длительных положительных эффектов.

Как уже было сказано, при всём необъятном разнообразии локальных кризисных ситуаций все они связаны с низким уровнем развития мышления учащихся, поэтому в основу любых корректирующих мероприятий должно быть положено именно развитие мышления. В математическом образовании для этого есть верное средство – использование задач. Они успешно выполняют эту функцию на протяжении многих веков, но обострившийся дефицит времени серьёзно сужает эти возможности. Неизменной является традиция проведения математических олимпиад, доказавших свою высокую эффективность.

Характерно, что их проводят во внеучебное время и в отсутствие журнала, т. е. без фиксации неудач в решении задач. Однако нацеленность олимпиад на отбор лучших, а затем лучших из лучших слабо влияет на повышение качества массового образования.

Важная попытка повлиять на общее развитие каждого учащегося – и сильного, и слабого – предпринята в методической системе Л.В. Занкова. Ведущим дидактическим принципом в ней является обучение на высоком уровне трудности. Главный момент в его использовании заключается в предъявлении учащемуся задачи, которая находится по отношению к нему на грани успеха и неуспеха. Если в отведённое время он решит задачу, которая в данный момент превышает его возможности, то, очевидно, его самооценка повысится и запустит позитивные личностные изменения, но подобрать задачу нужно так, чтобы учащийся непременно её решил, иначе отрицательные последствия могут быть очень большими. Так как в средней школе безотметочная система оценивания неприменима, эффект от неудач в решении трудных задач усиливается низкими отметками. Поэтому учителя стремятся не давать таких задач детям, упуская возможность активизировать развитие их мышления. Следовательно, нужно искать резервы в использовании этих задач в массовом образовании.

Данная исследовательская задача разрешима, но способы её решения уже не будут универсальными, так как понадобятся и опора на конкретные условия учебного процесса, и гибкое лавирование в обстоятельствах кризисной ситуации. В то же время именно острота ситуации оправдывает те или иные отступления от действующих регламентов. В качестве примера отметим авторскую концепцию индивидуально-командных турниров, реализуемую нами на разных ступенях образования в течение долгого времени [2]. Главная идея заключается в том, чтобы передать самим учащимся подбор задач, находящихся на грани их наличных возможностей. Для этого двум командам заранее (примерно за неделю) предлагаем набор из 30 задач разного уровня трудности, но по одной теме. Каждый участник должен выбрать из этого набора три задачи, которые умеет решать, и предъявить их условия своему сопернику. Баллы, полученные в индивидуальной части турнира, складываются в копилку команды. Ради победы члены команды могут коллективно потренироваться в решении этих задач, помогая отстающим, что полезно само по себе. Так как поединки проходят на известном соперникам поле, главным становится не решение задачи, а качество его обоснования, оно и станет предметом спора. Учащийся может получить от соперника задачу, которую ещё не умеет решать, но она всё же будет близка к уже освоенному им материалу, и потому у него остаются шансы найти решение. Для более подготовленных членов команд в рамках турнира проводится традиционная олимпиада по той же теме. Другие важные элементы организации этих турниров описаны в статье [2], там же приведены примеры, подтверждающие высокую, порой удивительную эффективность их проведения. В этом залог того, что время, потраченное на организацию турниров, многократно окупится ускорением учебного процесса и повышением его качества.

Не менее важную роль использование задач может сыграть при локальном обращении аксиоматических теорий [3]. Дело в том, что в современных теориях исходные понятия даже с большой натяжкой нельзя считать самоочевидными истинами. Часто ими становятся существенные достижения теории, которые вводятся без обоснований и мотивировок. Они буквально «востанавливают мысль», поэтому для предотвращения такого исхода пропедевтику этих понятий проводить всё-таки необходимо, притом что в программе время для столь сложной работы не отводится вовсе. В этом месте наряду с решением трудных содержательных проблем педагог должен всерьёз позаботиться и о развитии мышления учащегося. Отсюда и вытекает идея выстраивать пропедевтику данных понятий в виде последовательности задач. Известная книга П. Халмоша «Гильбертово пространство в задачах» показывает, что эта идея не нова, но ориентация на решение проблемы школьной и вузовской неуспешности требует намного большей тщательности в подборе задач. Соответствующий пример указан в статье [3] и касается начал курса «Общая топология».

В кризисной ситуации простое предъявление задач учащимся проблему коррекции ещё не решает, здесь необходима также совместно разделённая деятельность педагога и учащегося. Наиболее плотной она является в контрольных мероприятиях, главной целью которых должна стать не фиксация результатов усвоения материала в баллах, а отыскание узких мест в обоснованиях учащегося с целью их быстрого устранения. Повышенные требования к качеству рассуждений учащегося формируют у него профессионально значимую основу для осмысленного изучения всего курса и дают толчок развитию его мышления. Для таких мероприятий тоже требуется много времени, но идти на это приходится, как говорят медики, по жизненным показаниям. Оправдывает такую стратегию поведения педагога и тот факт, что позитивные эффекты от корректирующих мероприятий многократно превышают трудозатраты педагога. Не случайно расширение и уточнение функций контроля оказывается в центре любых вариантов корректирующего обучения. Достаточно универсальный пример такой детализации представлен в статье [4].

Развитие мышления ребёнка является приоритетной целью и на дошкольной ступени образования, но достичь её мешает невозможность наладить с ребёнком надёжную обратную связь, действовать приходится вслепую – стохастически. Поэтому в авторской программе математического воспитания дошкольников центральное место занимает система заданий, требующих выполнения в материализованном плане. Организационно-методические аспекты их использования описаны в статье [5].

Выводы. Социодинамика культуры вынуждает переходить в сфере образования на динамический тип устойчивости, корректирующее обучение становится главным средством её обеспечения, оно отчасти нарушает равномерный ход учебного процесса, но даёт учащемуся время подумать над задачей. На этом пути и сформируется новая парадигма образования.

Список литературы

1. Ермаков В.Г. Педагогическая теория устойчивости: методологические очерки : монография: в 2 т. / под ред. д.ф.н. Н.В. Гусевой. Усть-Каменогорск, 2023. 551 с.
2. Ермаков В.Г. Психологические, педагогические и организационные аспекты математических турниров корректирующей направленности // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. 2015. № 2 (89). С. 36–41.
3. Ермаков В.Г. Функции и структура задач при локальном обращении аксиоматических теорий // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. 2012. № 2 (72). С. 45–52.
4. Ермаков В.Г. Авторская операционализация метода зачётов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности // Красноярское образование: вектор развития. 2022. № 5. С. 112–120.
5. Ермаков В.Г. Стохастические методы обучения в авторской программе математического воспитания дошкольников // Красноярское образование: вектор развития. 2023. № 2 (7). С. 27–34.

**ПРИЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОНТРОЛЯ
У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

С.П. Зубова, канд. пед. наук, доцент

Л.В. Лысогорова, канд. пед. наук, доцент

*Самарский государственный социально-педагогический университет
(Россия, Самара)*

e-mail: zubova@pgsga.ru; lysogorova@pgsga.ru

Аннотация. В статье рассматриваются приемы формирования контроля на уроках математики в начальной школе. Основными операциями в составе действия контроля являются сравнение (в форме сличения) и планирование. Следовательно, для формирования действия контроля целесообразно предусмотреть предварительное формирование названных операций.

Ключевые слова: контроль, приемы формирования контроля, сравнение, методика преподавания математики

**TECHNIQUES FOR FORMING CONTROL IN JUNIOR SCHOOL CHILDREN
IN MATHEMATICS LESSONS**

S.P. Zubova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

L.V. Lysogorova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Samara State University of Social Sciences and Education

(Russia, Samara)

Abstract. The article discusses methods of developing control in mathematics lessons in elementary school. The main operations as part of the control action are comparison (in the form of comparison) and planning. Therefore, in order to formulate a control action, it is advisable to provide for the preliminary formation of these operations.

Keywords: control, methods of forming control, methods of teaching mathematics

Контроль и самоконтроль являются важнейшими регулятивными умениями, входящими в состав умения учиться. Владение этими умениями позволяет вовремя выявить ошибочность осуществляемой деятельности и внести корректировки для быстрого достижения результатов. Вместе с тем контроль и самоконтроль – это сложные действия, их формирование – длительный процесс. Практика показывает, что многие младшие школьники не умеют контролировать правильность выполнения деятельности, в лучшем случае осуществляя контроль только по ее результату, не видят ошибки, поскольку не сравнивают полученные ими результаты с объективно верными. Возможными причинами такого положения дел является ненаправленность обучения на формирование этого действия. Следовательно, возникает необходимость в разработке методических материалов, обеспечивающих целенаправленное формирование у младших школьников контроля и самоконтроля.

Отметим, что любое мыслительное действие может осуществляться только на конкретном предметном содержании. Начальный курс математики содержит большие возможности для организации обучения младших школьников приемам контроля и самоконтроля. Однако для этого учитель должен использовать специальные задания, выполнение которых требует от обучающихся осуществления действий контроля и самоконтроля либо отдельных операций из их составов. В научных источниках формулируются условия формирования названных действий. Охарактеризуем их кратко.

Наличие мотивации к учебной деятельности. Любая деятельность, в том числе и учебная, осуществляется только тогда, когда человек испытывает потребность в ней. Осознание этой потребности влечет за собой появление мотивов. Это означает, что осознание важности и необходимости контроля и самоконтроля при выполнении заданий облегчает формирование этих действий (И.Н. Андреева, Л.И. Божович, Е.И. Изотова, Л.С. Выготский [1, с.247] и др.).

Активность мыслительной деятельности обучающихся. В литературе известна закономерность: «Усвоение знаний происходит только в процессе деятельности, причем чем активнее деятельность, тем успешнее усвоение знаний» (Л.С. Выготский). Учет этой закономерности заключается в создании ситуаций, в которых ученики осуществляют контроль и самоконтроль в процессе активной поисковой деятельности, используя эти действия как инструментальный для получения правильного результата (т. е., результата, соответствующего поставленной цели или объективно верному действию).

Понятно, что названные внутренние условия не возникают сами по себе, их детерминируют внешние условия, т. е. те, которые создает на уроке учитель. Средствами создания таких условий являются специальные приемы. Перечислим их.

Целенаправленное формирование операций из состава действия контроля. Важнейшими операциями, входящими в состав контроля и самоконтроля, являются планирование и сравнение (сличение полученного результата или выполняемого алгоритма с эталоном (объективно верным результатом или замыслом, если выполняется творческое действие, результат которого будет новым)). Названный прием согласуется с закономерностью овладения умственным действием Л.А. Ретуш: «Успех формирования действия зависит от сформированности операций из его состава». Поэтому целесообразно в обучение математике младших школьников включать задания, требующие от обучающихся выполнения этих операций.

Примеры.

1. Решите задачу: «Мальвина задала Буратино решить 8 задач. Буратино уже решил 5 из них. Сколько задач осталось ему решить?»

Перед решением этой задачи расскажите, как будете действовать.

Как изменится ответ задачи, если данное «8» увеличить на 2? Составьте план действий для проверки своего предположения.

2. Решите задачу: «В июле в Самаре было 20 солнечных дней, а в остальные дни солнце было скрыто за тучами. Сколько пасмурных дней было в Самаре в июле?»

Найдите ошибки в алгоритме рассуждения по решению этой задачи:

- Выбираем действие, с помощью которого решается задача.
- Читаем условие задачи.
- Читаем вопрос задачи.
- Выполняем действие.
- Составляем краткую запись к задаче.
- Формулируем ответ.

Для выполнения приведенных заданий ученикам требуется выполнить планирование.

3. Сравните задачи, найдите, чем они похожи и чем отличаются:

В книге 12 страниц. За два дня Оля прочитала 8 страниц. Сколько страниц ей осталось прочитать?

В книге несколько страниц. За два дня Оля прочитала 12 страниц и 8 страниц. Сколько всего страниц прочитала Оля за два дня?

Как сходство или различие условий задач повлияет на сходство или различие в решениях?

4. Сравните способы вычитания. Какой из них удобнее? Почему?

$12-5=12-(2+3)=12-2-3=10-3=7$ – способ вычитания числа по частям; $12-5=7$ (так как $7+5=12$) – способ вычитания на основе знания таблицы сложения.

Выполняя эти задания, обучающиеся сравнивают (сличают, сопоставляют и противопоставляют) разные варианты.

Использование заданий, где требуется найти ошибку. Поиск ошибок заключается в сличении данных обучающимся вариантов решения с объективно

верными алгоритмами или с объективно верными знаниями, которыми они владеют. Найденные несоответствия являются содержанием ошибок, «заложённых» учителем в задании. Желательно попросить обучающихся объяснить, почему такая ошибка может возникнуть. В этом случае происходит сравнение не только полученного результата с верным, но и предполагаемого выполненного способа действия с правильным алгоритмом.

Пример. Найди ошибки. Объясни, почему они возникли.

$$24+4=64, 70-13=63, 18+7=26.$$

Здесь объяснение обучающимися возможных причин возникновения ошибок требует от них серьезной аналитической деятельности, акцентирует их внимание не только на результате, но и на процессе, приводящем к этому результату.

Отметим, что, согласно мнению П.Я. Гальперина, действия контроля и самоконтроля являются нестойкими. Это означает, что для их формирования необходимо на каждом уроке предлагать обучающимся похожие задания. В этом случае контроль и самоконтроль постепенно будут сворачиваться, автоматизироваться, превращаясь в произвольное и постпроизвольное внимание, которое определяется П.Я. Гальпериным как автоматизированное действие контроля.

Список литературы

1. Выготский Л.С. Педагогическая психология. М.: Педагогика, 1996. 479 с.
2. Лысогорова Л.В., Зубова С.П. Виды сравнения в обучении математике младших школьников и их операционный состав // Научный вектор Балкан. 2019. Т. 3. № 2 (4). С. 50–52.
3. Зубова С.П., Лысогорова Л.В. Формирование умения сравнивать у младших школьников // Детство как антропологический, культурологический, психолого-педагогический феномен : материалы V Международной научной конференции. Самара: НТЦ, 2019. С. 257–262.
4. Зубова С.П., Лысогорова Л.В., Власовец Ю.М. Приемы формирования умения сравнивать как средство учения младших школьников // Артемовские чтения «Продуктивное обучение: опыт и перспективы» : материалы XI Международной научной конференции. Самара, 2019. С. 191–199.

ФИЗКУЛЬТУРНЫЕ МИНУТКИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

А.А. Кадохова, учитель математики

Лицей для одаренных детей (Россия, Сыктывкар)

e-mail: nastya22041993@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются виды физкультурных минуток при изучении темы «Функции» в курсе 8–9-х классов.

Ключевые слова: функции, физкультурные минутки, активные паузы, графики функций

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ
PHYSICAL MINUTES IN MATHEMATICS LESSONS

A.A. Kadokhova, Mathematics Teacher
Lyceum for gifted children (Russia, Syktyvkar)

Abstract. The article discusses the types of physical education minutes when studying the topic «Functions» in the course for grades 8–9.

Keywords: functions, physical education minutes, active pauses, function graphs

Учеба детей в средней и старшей школе – это большая нагрузка на организм ребенка в целом. В средних классах начинает увеличиваться недельная нагрузка уроков, учащиеся школ начинают подолгу сидеть на одном месте, у них возрастает статическое напряжение в организме и мышцах. Зрительный аппарат все больше пребывает в напряженном состоянии. А с учетом возрастных особенностей учащиеся 7–8-х классов проявляют все меньше и меньше активной деятельности на переменах, предпочитая оставаться сидя в одном положении, играя в телефоны или разговаривая с одноклассниками.

Эти действия могут служить основой для развития отклонений в здоровье ребенка: нарушения зрения, неправильной осанки, увеличения веса. Многие учителя считают, что заниматься вопросом здоровья детей должны не учителя, а профессионалы своего дела. Однако большую часть проблем со здоровьем у учащихся можно решить учителю в ходе ежедневной работы на уроке.

Урок – это форма организации обучения, которая напрямую зависит от учителя. Физкультурные минутки, или активные паузы, дают возможность учащемуся переключить внимание с одного вида деятельности на другой, повысить внимание, эмоциональный тонус, а также дают возможность взбодрить организм от застойных явлений.

Приведем пример таких активных пауз для учащихся 8–9-х классов во время закрепления темы «Функции».

I. Самый простой и в то же время действенный способ для закрепления видов графиков функций – это попросить учащихся продемонстрировать руками, как они выглядят. Делать это удобнее стоя, поэтому учащихся следует попросить встать из-за рабочего места.

Вопросы могут быть следующие:

1. Покажите график линейной функции, угловой коэффициент которой больше нуля (рис. 1).

2. Покажите график квадратичной функции, старший коэффициент которой меньше нуля (рис. 2).

3. Покажите график функции вида $y = \frac{k}{x}$, где коэффициент k – положительное число (рис. 3).

4. Покажите график функции вида $y = -|x|$ (рис. 4).

Демонстрация положений рук при показе графиков функций

Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3



Рис. 4

II. Такого же рода задание можно предложить для индивидуального выполнения каждому учащемуся. Подготовить заранее карточки перед уроком, раздать их учащимся, и попросить продемонстрировать график функции, который записан на карточке перед всем классом. Остальные учащиеся должны отгадать, какую функцию им продемонстрировали. Индивидуально ребенку можно предложить показать только графики простейших функций, так как для более сложных функций требуется помощь в показе другими участниками.

Индивидуальная карточка

Покажите график функции:

$$y = kx + b, \text{ где } k < 0.$$

III. Для показа более сложных графиков функций можно предложить групповую активную деятельность по этой же теме. Разбить класс на группы и выдать следующие графики функций:

$$1. y = \frac{3(x-2)}{2x-x^2}, \quad 2. y = \left| \frac{x^3-9x}{x} \right|, \quad 3. y = \frac{2x^2-8x+8}{x-2},$$

$$4. y = \sqrt{\frac{x^2-4x+4}{x^2}}.$$

Для выполнения работы дать время на подготовку, 2–3 минуты, и попросить продемонстрировать графики этих функций с помощью частей тела.

После упрощений данные графики также принимают вид изученных функций в 8-м классе, но для их показа требуются дополнительные элементы, такие как выколотые точки, поэтому для выполнения этого задания нужны минимум 2–3 учащихся в каждой группе.

Физкультурные минутки проводятся динамично и не занимают большого времени на уроке, а подростками воспринимаются как увлекательное занятие во время урока и оставляют в памяти яркую картину образов, которые в дальнейшем помогут учащимся с легкостью вспомнить виды графиков функций.

В данной статье рассмотрены лишь некоторые виды активных пауз во время урока по определенной теме. Ряд таких упражнений учитель может дополнить, разнообразить и выполнять на каждом уроке математики не только по теме

«Функции», но и при изучении в курсе геометрии свойств и признаков четырехугольников. Упражнения могут быть схожими, и выполнять их следует в паре. Задание может быть следующее:

1. Покажите четырехугольник, у которого диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам.

2. Покажите параллелограмм, у которого диагонали являются биссектрисами.

Таким образом, учителю можно и полезно внести разнообразие в уроки математики, позаботиться о здоровье учащихся с использованием здоровьесберегающих технологий в школе, выполняя тем самым требования СанПиНа и ФГОСа в общеобразовательном учреждении.

Список литературы

1. Альсеитова Л.А. Проведение физкультминуток на уроках математики в старших классах // Молодой ученый. 2016. № 8.4 (112.4). С. 1–3. URL: <https://moluch.ru/archive/112/28534/> (дата обращения: 3.06.2024).

2. Никонова И.В. Проведение физкультминуток на уроках математики в начальных классах // Материалы XI Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум». URL: <https://scienceforum.ru/2019/article/2018010370> (дата обращения: 3.06.2024).

ЗАДАЧИ С ХИМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Е.В. Кайгородов, канд. физ.-мат. наук, доцент
Горно-Алтайский государственный университет
(Россия, Горно-Алтайск)

e-mail: gazetaintegral@gmail.com

Л.А. Ширяева, учитель математики
Средняя общеобразовательная школа № 8 им. А.Н. Ленкина
(Россия, Горно-Алтайск)

e-mail: siraeval20@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы использования задач с химическим содержанием на уроках математики в средней школе. Показана роль таких задач в реализации межпредметных связей математики и химии.

Ключевые слова: задачи с химическим содержанием, обучение математике, межпредметные связи

TASKS WITH THE INVOLVEMENT OF CHEMICAL CONTENT IN LESSONS ON MATHEMATICS

E.V. Kaigorodov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor

Gorno-Altai State University (Russia, Gorno-Altai)

L.A. Shiryaeva, teacher of mathematics

*Secondary General Education School No. 8 n. a. A. N. Lenkin
(Russia, Gorno-Altai)*

Abstract. The article deals with the use of tasks that involve chemistry and which are given in classes of mathematics at secondary school. The authors reveal the role of such tasks to realize the interdisciplinary connections between mathematics and chemistry.

Keywords: tasks involving chemistry, mathematical education, interdisciplinary connections

Российская химическая промышленность в условиях деструктивной политики санкционных ограничений, осуществляемой недружественными государствами, переживает непростой период. Перед нашей страной встают проблемы возобновления и первоначальной организации многочисленных производств, создания новых технологий и продуктов, подготовки высококвалифицированных химических и инженерных кадров. Скорейшее решение последней проблемы отчасти ложится и на среднюю школу, потому как именно там происходит профессиональная ориентация человека и всходят первые ростки профессионального самоопределения.

Указанные обстоятельства требуют от средней школы значительного усиления связи обучения с практикой, усиления прикладной направленности всех изучаемых в школе предметов, в том числе и химической направленности математики, усиления роли химических приложений математики в профессиональной ориентации школьников. Отсюда следует, что и введение математических понятий должно иметь прикладную составляющую, что в первую очередь следует раскрывать перед школьником, для решения каких прикладных химических задач нужны эти понятия. Это позволит потом показать им, как прилагаются приобретенные знания на практике.

Трудностью, возникающей при этом, является то, что для такого изложения математики приходится затрачивать много времени на объяснение химических понятий. Чтобы избежать этого, необходимо вводить в курс математики задачи с химическим содержанием, заимствованные из школьного курса химии и, возможно, относящиеся в нем к задачам повышенной сложности.

При использовании задач с химическим содержанием не следует увлекаться количеством рассматриваемых химических проблем. Главное – более правильно выделить ограниченное число наиболее фундаментальных химических явлений и

как можно глубже и убедительнее раскрыть их значение и возможность практического использования. Такой подход приводит к более глубокому усвоению учебного материала и к значительной экономии сил и времени школьников на овладение им в условиях сокращения количества часов, отводимых на математику в школе. Это соответствует идее оптимизации, «так как сама оптимизация как раз и направлена на экономию времени школьников, в этом и состоит ее один из важнейших критериев» [1, с. 153].

Дидактическая ценность задач с химическим содержанием при обучении математике состоит не столько в построении учебного материала на основе тщательно продуманных вопросов или проблем, а столько в подборе таких учебных материалов, которые вскрывают генезис математических понятий, показывают их происхождение, логику их развития. Задача вскрытия происхождения, выявления подлинного существа понятия и составляет основное назначение и главную особенность обучения математике посредством решения задач химического содержания. Поэтому при включении таких задач в курс математики мы исходим из того, что успешным оказывается лишь такое обучение, которое начинается с рассмотрения вещей, предметов, процессов и событий окружающей действительности.

Разрабатывая комплекс задач с химическим содержанием для изучения вопросов школьного курса математики, мы выделяем следующие классы химических задач, рассмотрение которых позволяет прийти к основным математическим понятиям, изучаемым в школе:

1. Задачи на вычисление массовой доли элемента в веществе, объемной доли газа, определение простейшей формулы вещества по массовым долям элементов.

2. Задачи на вычисление массы реагента (продукта реакции), массы (объема) вещества, если известна масса (объем) другого вещества, содержащего примеси, массовой (объемной) доли практического выхода продукта от теоретически возможного.

3. Задачи на определение формулы вещества по массовым долям элементов, установление состава газовых смесей, растворы и растворимость.

4. Задачи на расчет смесей сложного состава, физико-химические закономерности протекания химических реакций, нахождение стехиометрических коэффициентов в уравнениях химических реакций.

Полагаем, рассмотрение задач из перечисленных классов на уроках математики с разных сторон дает возможность методически целесообразно вводить и изучить основные математические понятия, а также систематично и доступно построить учебный материал. Так как обучение математике, проводимое при помощи задач с химическим содержанием, строится на материале, экспериментально добываемом из непосредственного восприятия химических явлений и процессов, то вполне понятно, что данный метод обучения математике может быть применен не только в средней школе, но и в профильном химическом университете, когда у студента появляется уже потребность в установлении

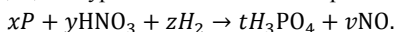
общих положений отвлеченным путем и вместе с тем достаточная для этого способность.

Мы выскажем гораздо более общую мысль: использовать задачи с химическим содержанием при обучении математике нужно не спорадически, от случая к случаю, от темы к теме, а систематически. Такие задачи необходимо сделать органической частью преподавания математики, основой конкретно-индуктивного метода обучения, средством реализации межпредметных связей математики и химии в системе «школа — профильный вуз».

Решение задач с химическим содержанием на уроках математики в школе обеспечивает межпредметное согласование курсов математики и химии, раскрывает перед учениками органическое единство, органическую связь обоих предметов, дает возможность значительно повысить эффективность обучения, так как оно позволит систематизировать и упрочить знания учащихся, более действенно влиять на развитие их познавательной деятельности, мотивацию к изучению как математики, так и химии, формировать представление школьников о целостной научной картине мира [2]. Это весьма ценно, так как усвоению сложных математических понятий в значительной мере способствует естественная мотивировка этих понятий. Учащиеся извлекут сиюминутную пользу от изучения математики при изучении химии, которая дает учителю математики богатый материал для формулировок прикладных задач. Химическая задача, решаемая математическими методами, является прикладной задачей, не требующей специальных разъяснений содержащихся в ней терминов. Решение такой задачи предполагает повторение фактов, понятий, известных учащимся. В качестве примера приведем несколько задач.

Задача 1. Сообразуясь со схемой $P + HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3PO_4 + NO$, расставьте коэффициенты в уравнении реакции.

Эта задача может быть сформулирована как математическая: найти коэффициенты x , y , z , t , v в уравнении химической реакции:



Учащиеся знают принцип сохранения числа атомов, участвующих в химической реакции, на его основе составляем систему уравнений:

$$\begin{array}{l} P: \\ H: \\ N: \\ O: \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x = t \\ y + 2z = 3t \\ y = v \\ 3y + z = 4t + v \end{array} \right. \quad \text{или, после преобразований,} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = t \quad y = \frac{5}{3}t \\ z = \frac{2}{3}t \quad v = \frac{5}{3}t \end{array} \right.$$

Система имеет бесконечное множество решений. Придадим неизвестной t наименьшее натуральное значение, при котором остальные неизвестные также принимают натуральные значения (в химических уравнениях стехиометрические коэффициенты выражены натуральными числами), получим $x = 3$, $y = 5$, $z = 2$, $v = 5$, $t = 3$.

При решении таких задач учащиеся убеждаются в пользе математического аппарата. Эта задача представляет несомненную ценность при обучении химическим приложениям математики, особенно на этапах формализации и

интерпретации. Почему из всего множества решений системы уравнений выбрано именно это решение? Выбор решения обусловлен особенностями протекания химических реакций.

Задача 2. Красная краска сурик Pb_3O_4 может быть получена накаливанием оксида свинца PbO_2 или накаливанием на воздухе желтой краски глета PbO . Составьте химические уравнения обеих реакций. К какому типу относится каждая из них?

Составим уравнение первой реакции: $xPbO_2 \rightarrow yPb_3O_4 + zO_2$. Найдем коэффициенты из системы:
$$\begin{array}{l} Pb: \begin{cases} x = 3y \\ 2x = 4y + 2z \end{cases} \text{ откуда } x = 3, y = 1, z = 1. \\ O: \end{array}$$
 Получим: $3PbO_2 \rightarrow Pb_3O_4 + O_2$ — реакция разложения.

Составим уравнение второй реакции: $xPbO \rightarrow yPb_3O_4 + zO_2$. Найдем коэффициенты из системы:
$$\begin{array}{l} Pb: \begin{cases} x = 3y \\ x = 4y + 2z \end{cases} \text{ откуда } x = 6, y = 2, z = -1. \\ O: \end{array}$$
 Знак «–» у коэффициента показывает, что происходит реакция соединения, тогда реакция может быть выражена уравнением: $6PbO + O_2 \rightarrow 2Pb_3O_4$. Данная задача позволяет продемонстрировать мощь математических методов.

Отметим в качестве необходимого условия введения задач с химическим содержанием в обучение математике постоянную совместную деятельность учителей математики и химии, которая может быть осуществлена в различных формах: проведения конференций, заседания секций, создания презентаций, электронных учебников, отражающих взаимосвязь предметов, проектирования и проведения интегрированных уроков «математика-химия», текущего сотрудничества учителей при подготовке к урокам. Необходимость такого сотрудничества для учителей математики и химии трудно переоценить, поскольку оно предоставляет возможность успешного применения математики на уроках химии.

Осуществление химической направленности школьного курса математики предполагает резкое усиление роли учителя математики как координатора усилий учителя химии по всем вопросам использования математики на уроках химии. Все основные математические понятия, которыми учащиеся пользуются в школе выкристаллизовались из практики. И чем больше учащиеся, изучая математику, пользуются наблюдением и экспериментом, тем богаче их реально-практический опыт, тем глубже и прочнее их математические знания. Одна из важнейших задач учителя математики – научить детей наблюдать химические процессы и явления как бы через «математические очки», фиксировать результаты наблюдений и измерений в такой форме (таблицы, диаграммы, графики), которая облегчила бы в дальнейшем соответствующие обобщения на уроках математики. Это сотрудничество является необходимым и для учителей математики, поскольку создается возможность накопления материала для формулировок задач с химическим содержанием, а также создаются ситуации, требующие применения математики и, что особенно важно, способствующие тренировке применения знаний.

Список литературы

1. Бабанский Ю.К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса. М.: Просвещение, 1982. 192 с.
2. Азизова Л.Р., Гусейнов Р.М., Гусейнова Т.Р. Межпредметные связи химии и математики // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. 2020. Т. 14. № 1. С. 25–32.

**ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ
В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 5–6 КЛАССОВ**

С. В. Костин, учитель математики, старший преподаватель

ГБОУ г. Москвы «Школа № 1788»

Российский технологический университет МИРЭА (Россия, Москва)

e-mail: kostinsv77@mail.ru

Аннотация. Отмечается исключительная важность 5–6 классов школы для всего последующего математического образования детей. Предлагается активнее использовать занимательные задачи и задачи на смекалку для поддержания и развития интереса детей к математике.

Ключевые слова: преподавание математики, занимательные задачи, задачи на смекалку

**USING OF FUN AND INTERESTING PROBLEMS
IN THE COURSE OF MATHEMATICS OF 5 AND 6 GRADES**

S. V. Kostin, Mathematics Teacher, Senior Lecturer

SBEI of Moscow «School № 1788»

Russian Technological University MIREA

Abstract. The exceptional importance of grades 5–6 of school for the entire subsequent mathematical education of children is noted. It is proposed to more actively use entertaining tasks and ingenuity tasks in order to support and develop children's interest in mathematics.

Keywords: teaching mathematics, entertaining tasks, tasks for ingenuity

Психологами и педагогами неоднократно отмечался тот факт, что 5–6-е классы школы, когда маленькие дети только-только перешли в среднюю школу, очень важны для всей последующей школьной жизни детей. Предметов в этих классах не очень много и, безусловно, центральное место (или одно из центральных мест) занимает математика.

Математика сама по себе очень интересная наука. Поэтому неудивительно, что многим детям интересно изучать новый для них материал (производить

арифметические действия с обыкновенными и десятичными дробями, решать задачи на движение, на работу и т. д.).

Однако в ряде случаев, к огромному сожалению, можно наблюдать утрату интереса к предмету. И здесь на выручку, по нашему мнению, могут прийти занимательные задачи и задачи на смекалку. Думаю, что авторы школьных учебников математики для 5–6-х классов понимали этот факт. Поэтому неудивительно появление таких книг, как [1–3] и других.

Известна фраза французского математика Блеза Паскаля: «Предмет математики настолько серьезен, что полезно не упускать возможности сделать его немного занимательным».

В этой статье мы хотели бы предложить две задачи, которые, по нашему мнению, можно предложить ученикам 5–6-х классов с целью поддержать (укрепить, развить) в них интерес к математике. Обе задачи составлены автором данной статьи, которую можно рассматривать как продолжение статьи автора [4].

Задача 1. Карлсон за три осенних месяца съел ровно 2030 ватрушек. Каждый месяц он съедал целое число ватрушек, причем в каждом следующем месяце съедал больше ватрушек, чем в предыдущем. Малыш сосчитал, что в одном из месяцев Карлсон съел ровно на 20 % больше ватрушек, чем в некотором другом месяце. А Фрекен Бок сосчитала, что в одном из месяцев Карлсон съел ровно на 30 % больше ватрушек, чем в некотором другом месяце. Сколько ватрушек Карлсон съел в сентябре, сколько в октябре и сколько в ноябре?

Решение. Возможны 4 случая.

Случай 1. В октябре Карлсон съел на 20 % больше ватрушек, чем в сентябре, а в ноябре — на 30 % больше ватрушек, чем в октябре. Обозначим количество ватрушек, съеденных в сентябре, буквой x .

Приходим к уравнению

$$x + 1,2x + 1,3 \cdot 1,2x = 2030.$$

Это уравнение имеет нецелое решение $x = 539 \frac{42}{47}$, а значит, этот случай нам

не подходит.

Случай 2. В октябре Карлсон съел на 30 % больше ватрушек, чем в сентябре, а в ноябре — на 20 % больше ватрушек, чем в октябре. Обозначим количество ватрушек, съеденных в сентябре, буквой x .

Приходим к уравнению

$$x + 1,3x + 1,2 \cdot 1,3x = 2030.$$

Это уравнение имеет нецелое решение $x = 525 \frac{175}{193}$, а значит, этот случай нам

тоже не подходит.

Случай 3. В октябре Карлсон съел на 20 % больше ватрушек, чем в сентябре, а в ноябре — на 30 % больше ватрушек, чем в сентябре. Обозначим количество ватрушек, съеденных в сентябре, буквой x .

Приходим к уравнению

$$x + 1,2x + 1,3x = 2030.$$

Это уравнение имеет решение $x = 580$, тогда $1,2x = 696$, $1,3x = 754$. Все числа получились целые, значит, этот случай нам подходит.

Случай 4. В ноябре Карлсон съел на 30 % больше ватрушек, чем в сентябре, а также в ноябре Карлсон съел на 20 % больше ватрушек, чем в октябре. Обозначим количество ватрушек, съеденных в ноябре, буквой x . Приходим к уравнению

$$\frac{x}{1,3} + \frac{x}{1,2} + x = 2030.$$

Это уравнение имеет решение $x = 780$, тогда $\frac{x}{1,3} = 600$, $\frac{x}{1,2} = 650$. Все числа получились целые, значит, этот случай нам тоже подходит.

Ответ. Задача имеет два решения:

- а) сентябрь — 580, октябрь — 696, ноябрь — 754;
- б) сентябрь — 600, октябрь — 650, ноябрь — 780.

Задача 2. Клеточную фигуру, изображенную на рис. 1, назовем «коровой». Можно ли на лугу в виде квадрата 19×19 разместить 33 коровы? В качестве примера на рис. 2 показано, как на лугу 7×7 можно разместить 4 коровы. (Коровы могут соприкасаться друг с другом, но не могут иметь общих клеток. Фигуру можно произвольно поворачивать и переворачивать.)

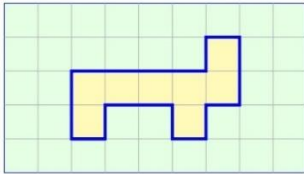


Рис. 1. Клеточная фигура 1

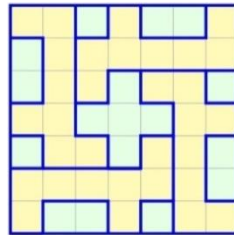


Рис. 2. Клеточная фигура 2

Решение. Да, на лугу 19×19 можно разместить 33 коровы. Покажем, как это сделать. Из двух коров можно сложить «штангу» (см. рис. 3).

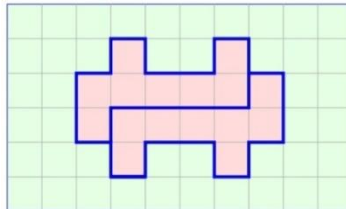


Рис. 3. Клеточная фигура 3

Затем 16 штанг (то есть 32 коровы) и одну отдельную корову можно разместить на лугу 19×19 (см. рис. 4).

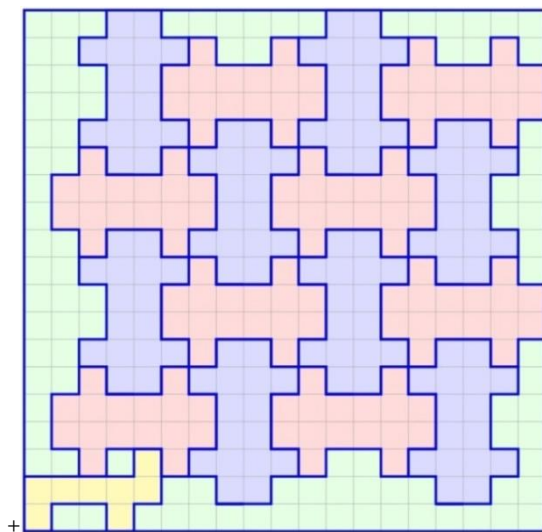


Рис. 4. Клеточная фигура 4

Сообразительные дети, несомненно, заметят, что на приведенном выше рисунке есть место еще для одной (34-й) коровы.

Думается, что использование этих (и других подобных им) задач на уроках математики в 5–6-х классах позволит оживить учебный процесс и сделать его более интересным и увлекательным.

Автор надеется, что данная статья заинтересовала читателей, и будет очень благодарен за любые комментарии и замечания по затронутым нами вопросам.

Список литературы

1. Внеклассная работа по математике в 4–5 классах / под ред. С.И. Шварцбурда. М.: Просвещение, 1974. 191 с.
2. Гусев В.А., Комбаров А.П. Математическая разминка: книга для учащихся 5–7 классов. М.: Просвещение, 2005. 94 с.
3. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку. 5–6 классы. М.: Просвещение, 2017. 95 с.
4. Костин С.В. Несколько замечаний об учебнике математики для 5–6 классов // Сборник материалов конференции «Становление учителя будущего в пространстве дополнительного профессионального образования» (Волгоград, 11 февраля 2020 г.). Волгоград: Волгоградская государственная академия последиипломного образования, 2020. С. 160–164.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ
**О ПРОБЛЕМАХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПУБЛИКАЦИЙ ЖУРНАЛА
«МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ»**

И.Е. Малова, д-р пед. наук, профессор

Брянский государственный университет им. И.Г. Петровского (Россия, Брянск)

Южный математический институт Владикавказского научного центра

Российской академии наук (Россия, Владикавказ)

e-mail: mira44@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются три проблемы использования публикаций журнала «Математика в школе»: систематизация публикаций; формирование умения анализировать публикации; обсуждение публикаций. Предложены некоторые пути решения.

Ключевые слова: журнал «Математика в школе», систематизация публикаций, анализ публикаций

**ABOUT THE PROBLEMS OF USING THE PUBLICATIONS
OF THE JOURNAL «MATHEMATICS AT SCHOOL»**

I.E. Malova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Bryansk State Academician I.G. Petrovski University (Russia, Bryansk)

*Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center of the Russian
Academy of Sciences (Russia, Vladikavkaz)*

Abstract. The article discusses three problems of using publications of the journal «Mathematics at school»: systematization of publications; formation of the ability to analyze publications; discussion of publications. Some solutions are proposed.

Keywords: the journal «Mathematics at school»; systematization of publications; analysis of publications

В 2024 году исполняется 90 лет журналу «Математика в школе». На страницах журнала за эти годы опубликовано множество значимых для системы образования публикаций. Возникает ряд вопросов по организации их использования в практике обучения математике.

Во-первых, нужно помочь читателю быстро находить нужное, так возникает проблема систематизации публикаций.

Во-вторых, нужно помочь учителю понимать публикации с позиций их применения в своей практике. Так возникает проблема формирования у будущих учителей умения проводить методический анализ публикаций.

В-третьих, нужно помочь учителю оценивать прочитанное. Так возникает проблема организации обсуждения публикаций на страницах журнала.

Рассмотрим каждую проблему и некоторые направления их решения.

Чтобы решить проблему систематизации публикаций, нужно ответить на вопросы: 1) каковы цели систематизации; 2) вокруг каких разделов систематизировать публикации; 3) как представлять публикации внутри разделов.

А.К. Айзенберг, К.У. Асимов разработали тематические указатели статей журнала «Математика в школе» за 1937–1966 гг. [1], за 1967–1975 гг. [2]. В предисловии к [1] отмечается, что журнал «Математика в школе» является энциклопедией элементарной математики и методики её преподавания. Поэтому первой целью систематизации публикаций следует назвать сохранение того ценного для математического образования, что представлено на страницах журнала.

Личный опыт автора в период работы учителем математики показал, что можно улучшить практику обучения, если использовать на уроках рекомендации, представленные на страницах журнала. Поэтому второй целью систематизации публикаций можно назвать обеспечение возможности быстрого подбора учителем нужных рекомендаций при подготовке к урокам математики.

Проанализируем, какие способы систематизации публикаций уже имеются.

В работе [1] предложено систематизировать информацию по пяти главам, одна из которых посвящена общим вопросам методики, а остальные связаны с вопросами преподавания арифметики, алгебры, геометрии, тригонометрии. Аналогичный подход и в работе [2] с учетом изменения названия учебных предметов: общие вопросы преподавания математики; обучение математике в 4–5-х классах, алгебре и началам анализа, геометрии. Каждый раздел частной методики включает общие вопросы методики, программы, учебники, задачки и систематизацию публикаций по темам школьного курса. Далее систематизация публикаций осуществляется в алфавитном порядке авторов с указанием названия публикации и выходных данных.

Ссылки на представленные тематические указатели можно найти в библиотеке «Математическое образование» (<https://www.mathedu.ru/>) в разделе «Периодика / Математика в школе».

В самом журнале «Математика в школе» публиковался тематический указатель статей, помещенных в журнале за соответствующий год. Первая систематизация публикаций представлена в № 6 за 1935 год по пяти разделам: научный и научно-популярный отдел; общая и частная методика с подразделами «математика», «физика», «астрономия»; из школьной практики; вопросы преподавания за границей; критика и библиография. Указатель статей, опубликованных в журнале «Математика в школе» в 2023 году, содержит 15 разделов, причем некоторые разделы содержат 1–2 публикации.

В.М. Бусев [4] разработал тематический указатель статей журнала «Математика в школе» за 15 лет (1990–2004 гг.). Систематизация осуществлялась по четырем разделам:

1) документы; школьные экзамены; методические рекомендации к учебникам;

2) общая методика преподавания математики (методика работы с формулами, определениями, теоремами, задачами; история математики на уроке; методические проблемы повышения качества обучения; организация учебного процесса; мотивация и активизация; развитие, формирование и воспитание; из опыта работы; контроль знаний учащихся; авторские курсы; технические средства обучения);

3) частные методики преподавания математики (арифметика; алгебра; математический анализ; геометрия; теория вероятностей, комбинаторика, теория графов; текстовые задачи; общие вопросы математики; прикладные вопросы математики и реализации межпредметных связей; методология решения задач);

4) материалы различного содержания (проблемы математического образования; подготовка учителя; внеклассная работа; материалы вступительных экзаменов; занимательная страница; история математики; история образования; деятели науки и просвещения; за рубежом; конференции, съезды, семинары; критика и библиография; хроника; обратная связь; статьи различного содержания).

Все статьи пронумерованы и в разделе «Именной указатель» указаны эти номера. Систематизация публикаций в каждом разделе осуществлялась в алфавитном порядке авторов с указанием названия публикации и выходных данных. Кроме того, некоторые статьи имеют краткую аннотацию.

В работе [3] представлена систематизация статей, опубликованных в журнале «Математика школе» в течение 1981–1995 годов. Выпуск 1 предназначен для учителей математики, работающих в 5–6-х классах. Планировались выпуски для 7–9-х и 10–11-х классов, но они не состоялись.

На наш взгляд, наиболее удачной с позиций использования учителями является систематизация В.М. Бусева.

Сравним представление аннотаций в [4] и [3] на примере публикации А.Р. Рязановского «Задачи на части и проценты».

В [4, № 767] дана краткая аннотация: о работе в средней и старшей школах с учащимися, которые не умеют решать задачи на части и проценты. В [3, с. 21] дана расширенная аннотация: «Описана методика работы с теми учащимися, которые не умеют решать задачи на части и проценты: даны подготовительные упражнения, позволяющие уяснить, что всё число принимается за единицу (100 %); даётся интерпретация задач на часть от числа с помощью отрезков; задачу на нахождение числа по его дроби рекомендуется с помощью уравнения сводить к задаче на нахождение дроби от числа, задачи на проценты сводить к задачам на части. Приведён список задач на части и проценты, которые можно использовать для тренажа и контрольных работ, причём не только в V–VI-х классах».

Составление аннотационных справочников – достаточно сложная задача. Процесс можно было бы упростить, если бы авторы публикаций указывали в

качестве ключевых слов математическое содержание статьи, тогда была бы возможность определить место статьи применительно к школьному курсу математики, а в аннотациях – суть методических рекомендаций.

Проблема формирования умения анализировать публикации

Проблема формирования у будущих учителей умения анализировать публикации ставит следующие вопросы: в рамках какой дисциплины или дисциплин осуществлять такое обучение в вузе; на каких заданиях формировать умение; как обеспечить успешность выполнения заданий?

В Брянском государственном университете проблема решалась в рамках дисциплины «Методология и методы научных исследований» в магистратуре и в рамках научно-исследовательской практики в бакалавриате.

В магистратуре студентам предлагалось проектное задание:

- 1) выбрать определенный номер журнала «Математика в школе»;
- 2) провести анализ каждой публикации, представленной в журнале;
- 3) определить «точки пересечения» публикаций и представить их сопоставительный анализ;
- 4) написать эссе, отражающее анализ самосовершенствования при работе с материалами журнала;
- 5) оформить отчетный реферат по работе с журналом, который включает: титульный лист; содержание номера; анализ всех статей; сопоставление точек зрения; заключение в форме эссе.

Обеспечить успешность выполнения заданий помогают во-первых, требования к анализу публикаций (анализ должен отражать главные мысли автора в форме, удобной для дальнейшего использования в своих исследованиях или в педагогической деятельности; анализ не должен быть пересказом статьи; ни одного предложения в тексте анализа не должно быть плагиатом); во-вторых, разработанная нами технология анализа публикаций и пример ее реализации, с которыми студенты знакомятся на лекциях по дисциплине. Подробнее о решении указанной проблемы можно прочитать в выпуске журнала «Математика в школе» (№ 3, 2024).

Проблема обсуждения публикаций

Можно предложить несколько способов обсуждения статей с целью повышения эффективности их внедрения в практику обучения.

Одним из таких способов является включение в журнал специальной рубрики «Отклики на статьи».

Важным, на наш взгляд, является требование к авторам включать в текст статьи анализ публикаций журнала по соответствующему математическому содержанию, что позволит осуществить сравнение различных подходов или расширить имеющиеся. Так, в № 1 за 2024 год представлена статья [5], в которой раскрывается координатно-векторный метод решения задач на вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми. По тематическим указателям [1],

[2], [4] можно найти публикации на данную тему за периоды с 1937 по 1975 и 1990–2004 годы.

Возможен и способ включения выдержек рецензентов в виде комментария к публикации, в которых подчеркивается новизна и методическая значимость публикации.

Список литературы

1. Айзенберг А.К., Асимов К.У. Тематический указатель статей журнала «Математика в школе» (1937–1966 гг.). Душанбе. 1970. 200с.
2. Айзенберг А.К., Асимов К.У. Тематический указатель статей журнала «Математика в школе» (1967–1975 гг.). Душанбе. 1978. 148 с.
3. Аннотационный справочник статей журнала «Математика в школе» / сост.: И.Е. Малова, С.К. Горохова, А.П. Янченко. Брянск: БИПКРО, 1996. Вып. 1. 31 с.
4. Бусев В.М. «Математика в школе» за 15 лет : тематический указатель статей журнала за 1990–2004 годы. Ярославль: Изд-во Александра Рутмана, 2005. 80 с.
5. Чернышева У.А., Чернышев А.Н. Универсальный способ решения задач на вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми // Математика в школе. № 1. 2024. С. 33–43.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ЗНАК МОДУЛЯ, ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ НАВЫКОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Л.А. Мартын, учитель математики

Лицей для одаренных детей (Россия, Сыктывкар)

e-mail: lili.martin2011@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается построение графиков функций, содержащих знак модуля, и использование графиков этих функций для решения задач с параметрами.

Ключевые слова: график, модуль, параметр, функция

THE USE OF GRAPHS OF FUNCTIONS CONTAINING THE MODULE SIGN TO THE FORMATION OF SKILLS FOR SOLVING PROBLEMS WITH PARAMETERS

L.A. Martin, mathematics teacher

Lyceum for gifted children

(Russia, Syktyvkar)

Abstract. The article discusses the construction of graphs of functions containing the sign of the module and the use of graphs of these functions to solve problems with parameters.

Keywords: Graph, absolute value, parameter, function

Построение графиков функций, содержащих знак модуля, как правило, основывается на выполнении элементарных преобразований графика функции $y = |x|$.

Пусть необходимо построить график функции $y = |2|x| - 2|$. Последовательно строим графики функций $y = |x|$ (рис. 1), $y = 2|x|$ (рис. 2), $y = 2|x| - 2$ (рис. 3) и, наконец, $y = |2|x| - 2|$ (рис. 4).

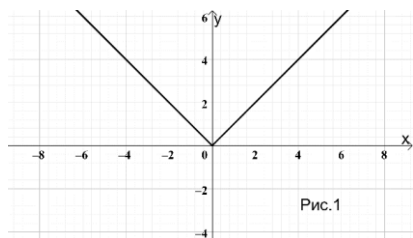


Рис. 1. График функции $y = |x|$

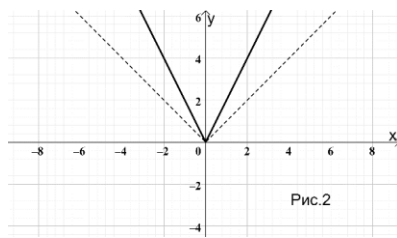


Рис. 2. График функции $y = 2|x|$

Выполнение растяжений и параллельных переносов учащимся хорошо знакомо, так как эти преобразования подробно рассматриваются в школьном курсе при изучении квадратичной функции, графиком которой является парабола. Поэтому школьники с удовольствием выполняют построения. По нашему мнению, построенные графики не должны оставаться невостребованными, поэтому мы в своей работе активно ими пользуемся. В частности, их удобно применять для формирования навыков решения задач с параметрами.

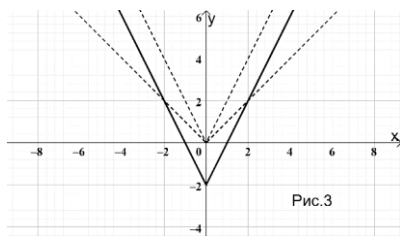


Рис. 3. График функции $y = 2|x| - 2$

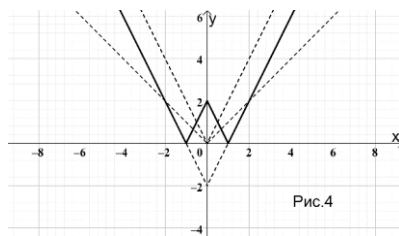


Рис. 4. График функции $y = |2|x| - 2|$

Приведем пример использования графика функции $y = |2|x| - 2|$ в задачах с параметрами, в которых необходимо отыскивать количество возможных решений уравнения.

Задача 1. Решить уравнение $|2|x| - 2| = t$ (рис. 5).

Ответ: уравнение не имеет корней при $t < 0$, имеет два корня при $t = 0$ и $t > 2$, имеет три корня при $t = 2$, четыре корня при $0 < t < 2$.

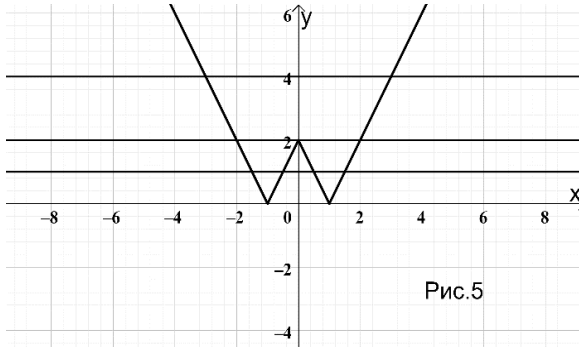


Рис.5

Рис. 5. Иллюстрация к задаче 1

Задача 2. Решить уравнение $|2|x| - 2| = ax$ (рис. 6).

Ответ: уравнение имеет один корень при $a \leq -2$ и при $a \geq 2$, два корня при $-2 < a < 2$.

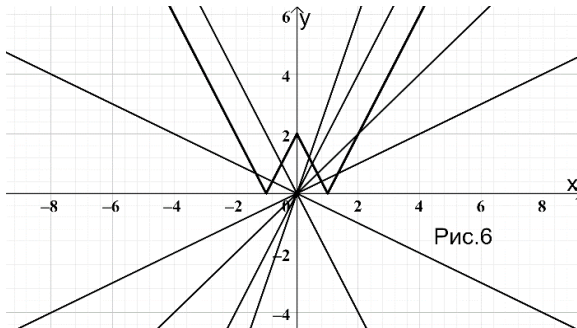


Рис.6

Рис. 6. Иллюстрация к задаче 2

Задача 3. Решить уравнение $|2|x| - 2| = ax - 2$ (рис. 7).

Ответ: уравнение не имеет корней при $-2 < a < 2$, имеет один корень при $a < -2$ и $a > 2$, бесконечное множество корней при $a = \pm 2$.

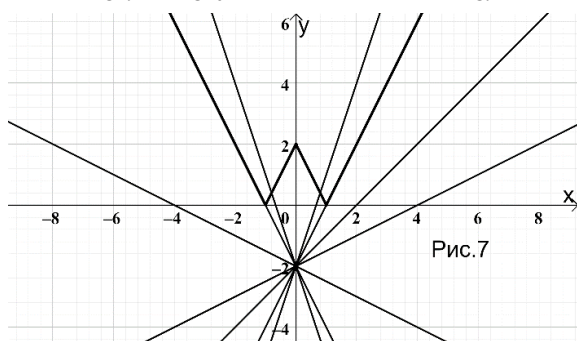


Рис. 7. Иллюстрация к задаче 3

Задача 4. Решить уравнение $|2|x| - 2| = ax + 2$ (рис. 8).

Ответ: уравнение имеет один корень при $a < -2$ и $a > 2$, три корня при $-2 < a < 2$, бесконечное множество корней при $a = \pm 2$.

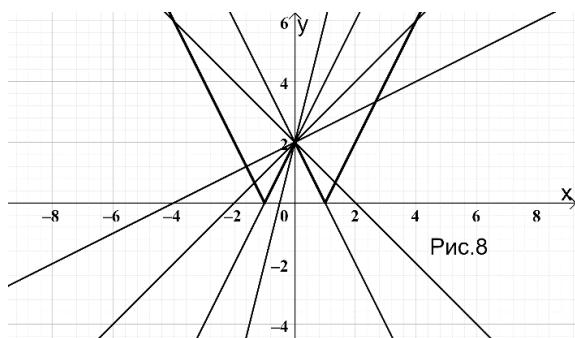


Рис. 8. Иллюстрация к задаче 4

Задача 5. Решить уравнение $|2|x| - 2| = 2x + a$ (рис. 9).

Ответ: уравнение не имеет корней при $a < -2$, имеет один корень при $-2 < a < 2$ и $a > 2$, бесконечно много корней при $a = \pm 2$.

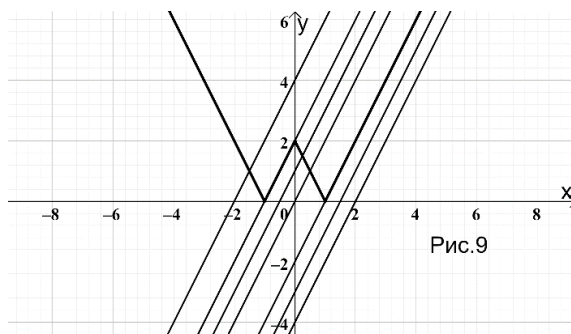


Рис. 9. Иллюстрация к задаче 5

Задача 6. Решить уравнение $|2|x|-2| = -x^2 + a$ (рис. 10).

В задаче необходимо рассмотреть случаи касания параболы с прямыми $y = 2x + 2$ и $y = -2x + 2$. Для этого необходимо потребовать единственность решения одной из двух систем уравнений:

$$\begin{cases} y = -x^2 + a \\ y = 2x + 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = -x^2 + a \\ y = -2x + 2 \end{cases}$$

$$-x^2 + a = 2x + 2, -x^2 + a - 2x - 2 = 0, x^2 + 2x + (2 - a) = 0,$$

$$D = 4 - 4 \cdot (2 - a), D = 0 \text{ при } a = 1.$$

Ответ: уравнение не имеет корней при $a < 1$, имеет два корня при $a = 1$ и $a > 2$, три корня при $a = 2$, четыре корня при $1 < a < 2$.

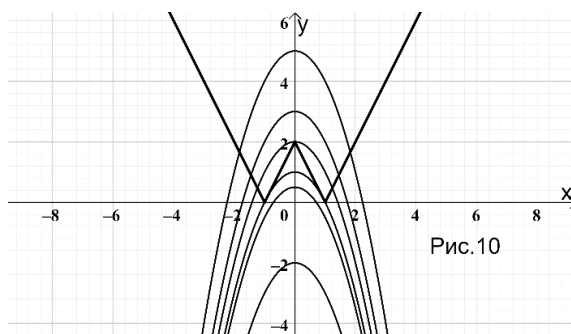


Рис. 10. Иллюстрация к задаче 6

Таким образом, нам удалось решить достаточно большое количество задач с параметром, значительно сэкономив время для их решения, что, безусловно, способствует лучшему усвоению темы.

Задачи для самостоятельного решения

Найдите все значение k , при которых прямая $y = kx$ пересекает график функции $y = ||x - 4| - 2|$ в четырех различных точках.

Задача следствие 1: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $||x| - 2| = \frac{x-a}{2}$ имеет ровно 3 корня?

Задача следствие 2: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $||x - a| - 2| = x + 4$ имеет бесконечно много решений.

Список литературы

1. Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобр. учреждений: профил. уровень. М.: Просвещение, 2010. 463 с.

2. Шарыгин И.Ф. Математика для школьников старших классов. М.: Дрофа, 1995. 496 с.

**ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ
МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКИ**

Е.О. Новикова, старший преподаватель кафедры общего образования

Институт развития образования Пермского края

(Россия, Пермь)

e-mail: ElenaOlegovna88@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности реализации проектной деятельности в процессе изучения математики через разные формы деятельности: проектная задача, групповой и индивидуальный проекты.

Ключевые слова: федеральный государственный стандарт основного общего образования, федеральная образовательная программа основного общего образования, проектная деятельность, проектная задача, групповой и индивидуальный проекты, метапредметные результаты, универсальные учебные действия

**PROJECT ACTIVITY AS A MEANS OF ACHIEVING METASUBJECT
RESULTS IN THE PROCESS OF STUDYING MATHEMATICS**

E.O. Novikova, Senior lecturer at the Department of General Education

Institute for Education Development of Perm Krai (Russia, Perm)

Abstract. The article discusses the specifics of the implementation of project activities in the process of studying mathematics through various forms: a project task, group and individual projects.

Keywords: Federal State standard of basic general education, federal educational program of basic general education, project activity, project task, group and individual projects, meta-subject results, universal educational activities

В 2021 году утвержден обновленный федеральный государственный стандарт основного общего образования (далее – ФГОС ООО). Структура требований к результатам основных образовательных программ по-прежнему состоит из трех групп требований: предметные, метапредметные и личностные результаты [3]. Основные изменения связаны с детализацией требований к результатам и условиям реализации основной образовательной программы.

В федеральной образовательной программе основного общего образования (далее – ФОП ООО) достижение метапредметных результатов будет обеспечиваться комплексом освоения программ учебных предметов и внеурочной деятельностью. При оценке данной группы результатов оценивается совокупность познавательных, коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий, проверка сформированности которых осуществляется через экспертную оценку процесса и результатов групповых и (или) индивидуальных учебных проектов [2].

Таким образом, целесообразно для достижения метапредметных результатов в урочной и внеурочной деятельности по математике реализовывать проектную деятельность, для выполнения которой задействована совокупность познавательных, коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий.

В статье «Система формирования проектных умений обучающихся основной школы» на основе выделенных психолого-возрастных особенностей школьников обосновано использование разных форм организации проектной деятельности: проектная задача, групповой и индивидуальный проекты [1].

Так, в 5–6-х классах основной целью реализации проектной деятельности является знакомство обучающихся со всеми этапами проектирования и в силу низкого уровня самостоятельности в выполнении проектных действий рекомендовано применять проектные задачи. Для их разработки учителем подбирается модельная ситуация, описывающая проблему из реальной жизни. Для решения этой проблемы продумывается продукт-проект и шаги, которые учащимся необходимо совершить для его получения, которые в свою очередь формулируются в виде заданий и сопровождаются пакетом необходимых документов для их выполнения.

Регулярное использование проектных задач позволяет формировать универсальные учебные действия: *коммуникативные* (оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения (недостижения) результатов деятельности под руководством педагога); *регулятивные*

(распределять роли, принимать цель совместной деятельности, выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях); *познавательные* (формулировать цель, выбирать, анализировать, систематизировать информацию, выбирать оптимальную форму представления под руководством учителя).

В 7–8-х классах продолжается реализация проектной деятельности через групповые проекты, где учителем, как и на предыдущем этапе, продумывается модельная ситуация, содержащая проблему и промежуточные результаты, которые необходимо получить обучающимся для создания итогового продукта-проекта, решающего указанную проблему. Но только к некоторым из них педагог составляет задания и подбирает пакет необходимых документов для их выполнения, что дает возможность школьником самостоятельно дополнить (сформулировать) задания, которое необходимо выполнить для получения итогового продукта. На основе опыта проектной деятельности, полученного в 5–6-х классах, обучающиеся могут это сделать.

Таким образом, к концу данного периода на частично-самостоятельный уровень выходят: коммуникативные универсальные учебные действия (оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения (недостижения) результатов деятельности) и действия по работе с информацией (познавательные); среди регулятивных по сравнению с предыдущим этапом формируется умение составлять план действий.

При такой поэтапной организации проектной деятельности девятиклассник готов к написанию индивидуального проекта. Так как в силу опыта, полученного на предыдущих этапах обучения, он способен демонстрировать самостоятельное выполнение всех этапов проектирования: проблематизацию, целеполагание, планирование, работу над решением поставленных задач, презентацию проекта, отчет о проделанной работе.

Таким образом, реализация проектной деятельности через разные формы (проектная задача, групповой и индивидуальный проекты), выделенные на основе психолого-возрастных особенностей школьников, направлена на достижение метапредметных результатов.

Заметим, что для определения тематики проектной задачи, группового или индивидуального проекта могут выступать простейшие практические ситуации, описанные в заданиях открытых банков заданий: открытый банк заданий ОГЭ (ФИПИ – Федеральный институт педагогический измерений), банк заданий для формирования и оценки функциональной грамотности ИСПО РАО (Институт стратегии развития образования).

Рассмотрим примеры проектной задачи, группового и индивидуального проектов, разработанные на основе задания с практическим содержанием «Осаго».

Для 5–6-х классов можно использовать следующий замысел проектной задачи: обучающимся предлагается сыграть роль менеджеров страховой компании, в которую часто обращаются клиенты с просьбой разъяснить принцип определения стоимости страхового полиса по программе обязательного

страхования гражданской ответственности (далее – ОСАГО) и обязательность его оформления. Для решения обозначенной проблемы, а именно информирования граждан, учащимся предлагается создать брошюру, содержащую всю необходимую информацию. Для этого им необходимо выполнить ряд заданий.

Задание 1. Определите, что такое коэффициент бонус-малус (КБМ), как он определяется. Найдите коэффициент КБМ на начало четвертого года страхования, если в течение третьего года страхования была сделана одна страховая выплата.

Для выполнения этого задания школьникам дается пакет документов: краткая информация о коэффициенте бонус-малус, таблица для его определения и пример использования этой информации.

Задание 2. Выяснить, за что отвечает коэффициент КВС, как он рассчитывается. Найдите его на начало четвертого года страхования, если некий гражданин получил водительские права и впервые оформил полис в 21 год.

Как и в предыдущей задаче, школьникам дается необходимый пакет документов для выполнения задания.

Задание 3. Рассчитать стоимость полиса на начало четвертого года страхования, если базовый тариф составляет 9000 рублей.

$$\text{Формула: } СП = БТ \cdot КБМ \cdot КВС$$

СП – стоимость полиса; БТ – базовый тариф; КБМ – коэффициент бонус-малус; КВС – коэффициент возраста и стажа.

Итоговое задание. Создать информационную брошюру, в которой отобразить: что такое ОСАГО, КБМ и КВС; как рассчитывается стоимость полиса с демонстрацией примера.

Для 7–8-х классов можно использовать следующий замысел для группового проекта: школьникам разработать и реализовать проектную задачу на содержание задачи «ОСАГО» для 9-х классов.

Для девятиклассников можно предложить тему для индивидуального проекта «Калькулятор ОСАГО», где знания по расчету полиса ОСАГО, полученные на занятиях предыдущего года, можно использовать для создания калькулятора по расчету страхового полиса в программе Excel.

В рамках исследования была подтверждена эффективность применения разных форм реализации проектной деятельности при обучении математике для достижения метапредметных результатов.

Список литературы

1. Новикова Е.О., Власова И.Н. Система формирования проектных умений обучающихся основной школы // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского Социология. Педагогика. Психология. 2020. Т. 6 (72). №. С. 74–87.
2. Федеральная образовательная программа основного общего образования: утв. приказом Министерства просвещения РФ от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ
образования» (Зарегистр. 12.07.2023 № 74223). URL: Федеральные образовательные программы (edsoo.ru) (дата обращения: 03.05.2024)

3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: утв. приказом Министерства образования и науки РФ от 31 мая 2021 г. № 287. URL: Приказ-№-287-от-31.05.2021-ФГОС_ООО.pdf (edsoo.ru) (дата обращения: 03.05.2024)

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ИЗ ОБЛАСТИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

А.А. Олехов, ст. преподаватель
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)
e-mail: olehov.alexei@mail.ru

Аннотация. Описываются возможности формирования исследовательских умений школьников при решении прикладных математических задач в процессе разработки цифровых продуктов. Приводятся примеры возможных задач и тематик исследований.

Ключевые слова: исследовательские умения, прикладные задачи, искусственный интеллект, цифровой продукт

FORMATION OF STUDENTS' RESEARCH SKILLS IN SOLVING MATHEMATICAL PROBLEMS IN THE FIELD OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE

A.A. Olekhov, senior lecturer
Perm State Humanitarian Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The possibilities of forming the research skills of schoolchildren in solving applied mathematical problems in the process of developing digital products are described. Examples of possible tasks and research topics are given.

Keywords: research skills, applied tasks, artificial intelligence, digital product

В Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации обозначен переход в ближайшие 15 лет к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, новым материалам и способам конструирования, созданию систем обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта [2]. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного)

общего образования указывает, в частности, на необходимость организации проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся для достижения практико-ориентированных результатов образования, формирования у школьников системных представлений и опыта их применения в реальной жизни [3].

Сказанное делает необходимым проведение прикладных исследований по интеграции цифровой среды в процесс формирования исследовательских умений учащихся образовательных учреждений.

Руководствуясь описанными ранее документами, мы в рамках таких направлений цифровой среды, как машинное обучение и искусственный интеллект, осуществляем работу со школьниками Пермского края в различных форматах. В работе с учащимися предлагается решение прикладных задач, встречающихся в рамках разработки продуктов искусственного интеллекта с применением теории из области планиметрии, теории вероятностей, математической статистики и математического анализа. Для получения готовых продуктов используется язык Python.

Примерами задач может являться вычисление коэффициента отношения пересечения площади объектов к их объединению для правильной детекции, подбор необходимых функций активации, функций ошибки для создания искусственной нейронной сети, расчет оптимального размера сверточного ядра нейронной сети, расчет вероятности ошибки нейронной сети и др. [1].

В рамках решения перечисленных математических задач у учащихся в большей части формируются интеллектуальные исследовательские умения, представленные в таблице. Конечно, при решении частных прикладных математических задач точно формируются также организационные, коммуникативные и рефлексивные умения, однако для комплексного формирования исследовательских умений, выходящих за рамки только лишь математических исследований, учащимся необходимо не только решать частные прикладные задачи, но и пройти через полный цикл разработки продукта.

В настоящее время существует большое количество организаций дополнительного образования, позволяющих учащимся поучаствовать в процессе разработки цифровых продуктов. Примерами таких организаций являются центры дополнительного образования «Дом научной коллаборации», центры цифрового образования детей «ИТ-КУБ», детские технопарки «Кванториум», образовательный центр «Сириус» и другие. В данных центрах учащиеся разрабатывают цифровые продукты с применением средств искусственного интеллекта, пользуясь готовыми инструментами и наборами функций, особо не затрагивая их фундаментальные математические основания. В процессе разработки цифровых продуктов у школьников формируются интеллектуальные, организационные, коммуникативные и рефлексивные исследовательские умения. Однако вследствие того, что такие интеллектуальные операции как выдвижение

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

гипотез, постановка цели, обобщение результатов и другие, в рамках одного проекта учащимися выполняются ограниченно малое количество раз, для полноценного комплексного формирования исследовательских умений необходимо разработать большое количество продуктов, что требует существенных временных и трудовых затрат.

Таблица

Исследовательские умения

<i>Умение</i>	<i>Интерпретация при решении прикладной математической задачи</i>
Выдвигать и доказывать гипотезы	Строить гипотезу, построив математическую модель ситуации, описанной в прикладной задаче, и доказывать ее с помощью фактов
Обобщать результаты и доказывать выводы	Определять, рационально ли решена задача; находить нетипичные ошибки
Умение ставить цель работы	Формулировать требование прикладной задачи, перевода ее на язык математики
Анализировать условия заданной ситуации	Определять роль и значимость каждого из условий; находить дополнительные условия для достижения поставленной цели задачи

Для комплексного формирования исследовательских умений учащихся в процессе разработки цифровых продуктов полезно встроить в процесс разработки решение прикладных математических задач, описанных ранее. Таким образом, мы можем расширить количество операций, формирующих исследовательские умения в рамках одного проекта.

В рамках создания и проведения курсов дополнительного образования нами в процесс разработки цифровых продуктов для предприятий Пермского края совместно с учащимися были включены прикладные математические задачи, что позволило должным образом сформировать исследовательские умения учащихся в рамках работы над небольшим количеством продуктов. Данная концепция позволила качественно проработать каждый проект, созданный учащимися, и представить предприятиям для дальнейшего цикла разработки.

Приведем несколько примеров разработанных учащимися продуктов:

- Titanium sorting. Автоматизация сортировки титана губчатого с помощью искусственных нейронных сетей с алгоритмом интеграции в производство. Проект разработан для ПАО «Корпорация ВСМПО-АВИСМА»;

- Save Tomato. Telegram-бот для диагностики заболеваний томатов на основе искусственных нейронных сетей. Проект разработан для Пермского тепличного комбината;

- Spectacles. Программное средство для автоматизированного тифлоперевода на основе искусственных нейронных сетей – для Пермского центра инклюзивного образования.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

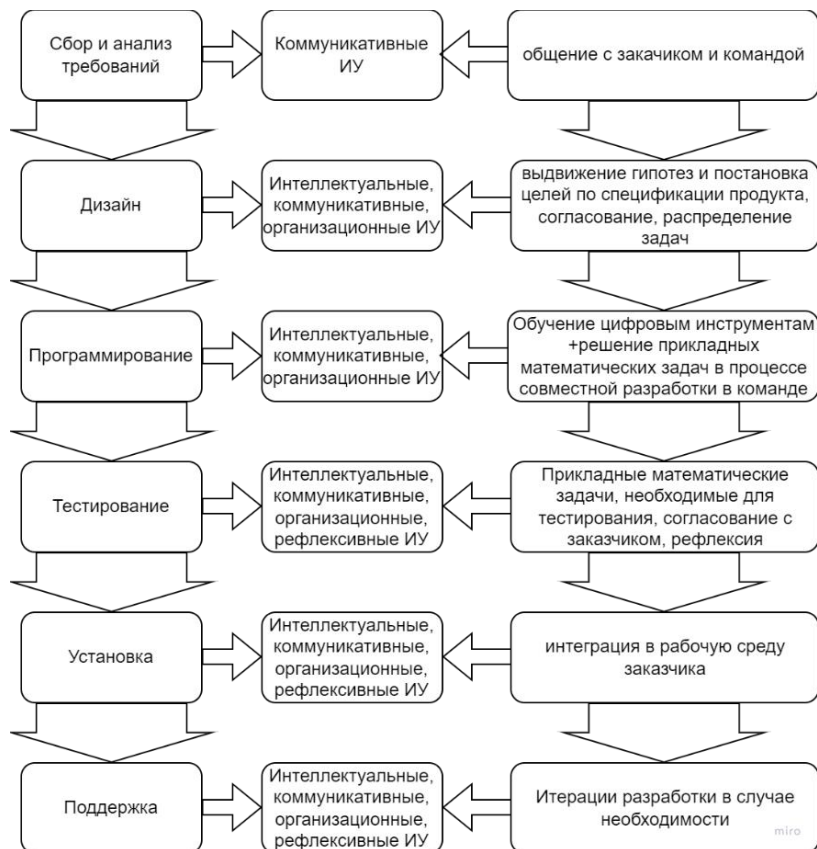


Рис. 1. Формирование исследовательских умений в процессе разработки цифрового продукта

При разработке перечисленных и других продуктов исследовательские умения учащихся формировались как путем решения глобальной исследовательской задачи, связанной напрямую с целью проекта, так и путем решения заранее подготовленных универсальных прикладных математических задач из области разработки искусственных нейронных сетей (рис.).

В процессе эксперимента удалось выявить значимое изменение уровня исследовательских умений обучающихся в положительную сторону. В результате учащиеся из экспериментальных групп стали победителями всероссийских и международных конкурсов, выступали на всероссийских конференциях и имеют публикации в сборниках РИНЦ.

Список литературы

1. Обучение школьников основам технологий искусственного интеллекта в условиях дополнительного образования / Л.П. Латышева, А.А. Олехов, А.Ю. Скорнякова, Е.В. Мельникова, Т.Д. Лаптева // Информатика в школе. 2023. № 1 (180). С. 32–41. DOI 10.32517/2221-1993-2023-22-1-32-41. EDN HCAHYL.
2. «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации : указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642. URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/41449> (дата обращения: 13.05.2024).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования : приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (ред. от 11.12.2020). URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo> (дата обращения: 13.05.2024).

**НЕКОТОРЫЕ АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ
СОВРЕМЕННОЙ ПРАКТИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

В.В. Орлов, д-р пед. наук, профессор

М.К. Бушуев, аспирант

РГПУ им. А.И. Герцена (Россия, Санкт-Петербург)

e-mail: vlvo@mail.ru; misha.bush@mail.ru

Аннотация. Представлена трактовка понятия «современная методическая практика», обозначен ряд ее проблем.

Ключевые слова: методика обучения математике, современная методическая практика, учебно-познавательная деятельность ученика, подготовка учителя математики

**SOME TOPICAL ISSUES OF MODERN MATHEMATICS TEACHING
PRACTICE**

V.V. Orlov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

M.K. Bushuev, Postgraduate Student

Herzen University (Russia, St. Petersburg)

Abstract. The interpretation of the concept of "modern methodological practice" is presented, a number of its problems are identified.

Keywords: methods of teaching mathematics, modern methodological practice, educational and cognitive activity of a student, training of a mathematics teacher

Методика обучения математике как научная система, отвечающая на вопросы, зачем учить математике, чему и как учить, кого учить, кто и где должен учить математике, воплощается в соответствующую учебную дисциплину, изучаемую студентами математических специальностей педагогических вузов или

классических университетов, на курсах переподготовки для работы учителями математики, и в повседневную методическую практику, реализуемую в различных учреждениях образования от дошкольных до осуществляющих послевузовскую подготовку, а также другими участниками процесса обучения математике, прежде всего, курсами по подготовке к итоговой аттестации по математике, а также репетиторами и родителями.

Актуальные проблемы этого триединства были обозначены в [1]. Это, прежде всего, организация самостоятельной познавательной деятельности ученика (школьника или студента) в процессе освоения им предметного содержания и обучения этой деятельности и подготовка кадров, осуществляющих процесс обучения математике в школах и педагогических вузах, университетах и в системе переподготовки будущих учителей математики.

Реальный процесс обучения математике, реализуемый специалистами, освоившими в определенном объеме учебные курсы математики и методики обучения математике, или неспециалистами, не обладающими научными знаниями в области методики математики, как в образовательных учреждениях, так и вне этих учреждений, мы будем называть современной методической практикой (практикой обучения математике).

В свою очередь, под самостоятельной учебно-познавательной деятельностью обучающегося в области математики мы будем понимать его деятельность по получению субъективно новых результатов (математических понятий, теорем, методов решения задач и т. п.), осуществляемую без непосредственного руководства преподавателя.

Очевидно, что в ходе этой деятельности учеником (студентом) могут быть получены результаты, как входящие в школьный или вузовский курс математики, так и выходящие за их рамки. Исследовательская деятельность может рассматриваться как разновидность познавательной.

Чаше всего подобная деятельность организуется через специально составленные задания, которые были названы нами в [2] обучающе-познавательными ситуациями. Применительно к геометрии подобные задания были опубликованы в [3]. Они могут быть представлены, например, в формате кейсов. Активизации подобной деятельности школьников или студентов служит использование различных аналогий. Также в современной школе учебно-познавательная деятельность может быть эффективно организована в технологии «Перевернутый урок». Ключевой особенностью таких заданий является наличие информации об организации деятельности обучающегося по получению новых знаний. Приведем простейшие примеры.

Пример 1. Вспомните свойства перпендикуляра и наклонных к прямой. Какой метод использовался при доказательстве этих свойств? Сформулируйте аналогичные утверждения для перпендикуляра и наклонных к плоскости. Выполните соответствующие обоснования свойств.

Пример 2. Выполнив действия, заполните пропуски в цепочке равенств $(a + b)^2 = (a + b)(\dots + \dots) = a^2 + ab + \dots + \dots + 2ab + \dots$. Какую формулу вы смогли получить?

Приведенные примеры показывают, что организация самостоятельной учебно-познавательной деятельности школьников и студентов не связана с огромными трудностями и не требует значительных изменений процесса обучения математике.

Мы считаем, что отсутствие опыта этой деятельности у обучаемых и неумение или нежелание обучающихся организовывать эту деятельность вызывают остальные проблемы практики обучения математике. Не секрет, что не только школьники, но и учителя испытывают трудности при решении ряда математических задач, и здесь уже не до поиска их решения. Усугубляет эту ситуацию и дефицит квалифицированных преподавателей математики. Для успешного обучения предмету недостаточно знать математику, необходимо ее понимать, чтобы уметь «на пальцах» донести до учеников (школьников или студентов) ее фундаментальные понятия и закономерности. Еще раз подчеркнем, что необходимо учить самостоятельной деятельности в области математики, методам решения задач, выбору методов и стратегиям поиска решения задач. Именно это и приведет к повышению реального качества математического образования вместо номинального, когда упрощаются задания итоговой аттестации, меняется «стоимость» заданий и правила начисления итогового балла.

Стимулировать организацию познавательной деятельности должны и учебники математики. Понятно, что концепции новых «старых» учебников, вошедших в федеральный перечень, Н.Я. Виленкина, Ю.М. Колягина, Л.С. Атанасяна разрабатывались в 60–80-е годы прошлого века, когда приоритетной в методической практике была информационная модель обучения. Надо отметить, что и современные конкурсные проекты учебников математики, в экспертизе которых участвовали сотрудники факультета математики РГПУ им. А.И. Герцена, не имели в приоритете самостоятельную деятельность школьников и студентов. Данная проблема требует своего решения.

Успешность организации самостоятельной познавательной деятельности зависит от качества методической подготовки преподавателей математики. Наши наблюдения и опыт показывают, что этому следует учить не только студентов педагогических вузов, но и учителей, а также слушателей курсов переподготовки. Молодому поколению преподавателей предстоит работать в условиях создаваемой в настоящее время цифровой образовательной среды учебных заведений.

В настоящей статье мы не станем обсуждать трактовки этого понятия, а также принципы ее конструирования. Отметим лишь, что это среда необходимо включает в себя электронные образовательные ресурсы, но не сводится только к ним.

Массовое внимание к электронным образовательным ресурсам было вызвано переходом к дистанционному обучению во время эпидемии коронавируса. Видеоуроки и видеолекции, вебинары, онлайн-курсы могли бы решить проблему

обучения самостоятельной познавательной деятельности и помочь в ее организации школьников и студентов.

Однако в начале пандемии при создании соответствующей электронной продукции также преобладала информационная модель обучения, поскольку нужно было срочно восстановить процесс обучения математике в школах и вузах. И эта тенденция проявляется до настоящего времени, особенно на сайтах, посвященных решению математических задач, где участники активно выкладывают найденные ими решения, оставляя самое интересное – процесс поиска этих решений – за кадром. Конечно, это способствует накоплению читателями пассивного опыта решения задач и, возможно, отчасти стимулируют самостоятельную познавательную деятельность учащихся.

В мире, где информационные технологии развиваются сумасшедшими темпами, использование электронных ресурсов становится неотъемлемой частью современного образования. Технологии позволяют индивидуализировать обучение, учитывать потребности каждого ученика, а также обеспечивать доступ к знаниям независимо от местонахождения и времени. Они также могут достаточно оперативно исправить недостатки печатных учебных пособий. Эти особенности электронных образовательных ресурсов могут быть использованы при обучении самостоятельной деятельности по поиску решения математических задач, обучению учебно-исследовательской деятельности вне конкретных учебных заведений и конкретных преподавателей, а также формированию соответствующего опыта учителей школ и преподавателей вузов.

Однако, несмотря на все преимущества, электронные образовательные ресурсы не могут заменить прямой контакт с преподавателем. Важно находить баланс между самостоятельной работой онлайн и традиционным обучением в школьном классе или вузовской аудитории. Поиск этого баланса в условиях формирования цифрового образовательного пространства является самостоятельной исследовательской задачей, решение которой обогатит не только современную практику обучения математике.

Список литературы

1. Орлов В.В. Актуальные проблемы методики обучения математике // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы : материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2023. С. 389–392.
2. Орлов В.В. Построение основного курса геометрии общеобразовательной школы в концепции личностно-ориентированного обучения : дис. ... д-ра педагог. наук. СПб., 2000. 374 с.
3. Орлов В.В. Геометрия в задачах. 7–8 классы : пособие для ученика и учителя. СПб.: НПО «Мир и Семья-95», 1999. 282 с.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

**РЕАЛИЗАЦИЯ АКСИОМАТИЧЕСКОГО ПОДХОДА
В КОНТЕКСТЕ МЕТАПРЕДМЕТНОГО НАПРАВЛЕНИЯ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ**

Т.Е. Рыманова, канд. пед. наук, доцент

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина (Россия, Елец)

e-mail: barkarelez@mail.ru

И.Е. Морозова, учитель высшей категории

СШ № 12 им. Героя Российской Федерации В.А. Дорохина (Россия, Елец)

e-mail: ir.barkar@yandex.ru

Аннотация. Исследование посвящено вопросам реализации метапредметного направления ФГОС в современной школе. В данном контексте особое внимание уделено материализации аксиоматического подхода в организации деятельности обучающихся.

Ключевые слова: аксиоматический подход, метапредметность, комплексные метапредметные задания

**IMPLEMENTATION OF THE AXIOMATIC APPROACH
IN THE CONTEXT OF THE METAPUBJECT DIRECTION
EDUCATIONAL STANDARDS**

T.E. Rymanova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Yelets Bunin Yelets state University (Russia, Yelets)

I.E. Morozova, Teacher of the Highest Category

Secondary School No. 12 named after the Hero of the Russian Federation

V.A. Dorokhin (Russia, Yelets)

Abstract. The study is devoted to the implementation of the meta-subject direction of the Federal State Educational Standard in a modern school. In this context, special attention is paid to the materialization of the axiomatic approach in the organization of students' activities.

Keywords: axiomatic approach, meta-subject, complex meta-subject tasks

В настоящее время в силу обострения геополитической обстановки и сопутствующих этому вызовов международного характера остро возникла потребность в высококвалифицированных специалистах, способных решать сложные задачи научно-технического уровня. На данную интерpellацию призван отвечать такой государственный институт, как образование. К сожалению, темпы решения обозначенной выше дилеммы довольно низкие.

Помочь в данном вопросе призваны образовательные стандарты, реализуемые в отечественной школе более десяти лет. За эти годы их было уже несколько. В ФГОС второго поколения появилась новая для отечественной

педагогики категория «метаяпредметность». Неоднозначность перевода породило множество трактовок понятия. Обобщая разные точки зрения, можно смело утверждать, что метаяпредметность представляет область применения знаний, например математических, за пределами учебного предмета [3]. С другой стороны, данная категория должна включать межпредметность, а также обязана обладать практико-ориентированным характером [1].

Компаративный анализ дает возможность сопоставить веяния прошлого с тенденциями сегодняшнего дня. Так, при внимательном прочтении учебника «Арифметика» Л.Ф. Магницкого и рассмотрении предложенного в нем задачного материала можно констатировать, что фундамент метаяпредметности был заложен еще в XVIII веке выдающимся русским математиком. Это не только первое отечественное печатное учебное пособие по математике, но и уникальный научный документ, обозначивший ведущие направления дидактики современной российской школы [2]. Необходимо заметить, что в советский период упор делался на межпредметные связи математики с другими изучаемыми научными областями. Классическим примером их реализации являлась физика. Взаимосвязи между разными учебными предметами представлены на рис. 1.

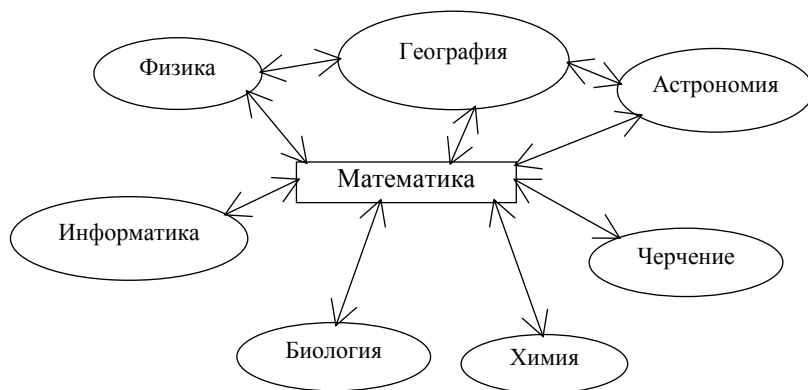


Рис. 1. Взаимосвязи математики в учебном процессе

Изучение вопросов реализации метаяпредметного направления образовательных стандартов позволило сформулировать систему аксиом, дающую возможность выделить пути решения поставленной выше проблемы, изложенную в ранее опубликованных работах [1; 4].

В данном контексте принципиальным становится вопрос о выделении связей не только между научными областями, но и между объектами, а также способами реализации. Систематизации разных подходов осуществления метаяпредметности в образовательном процессе позволили выделить средства, способствующие этому. Некоторые из них представлены на рис. 2.

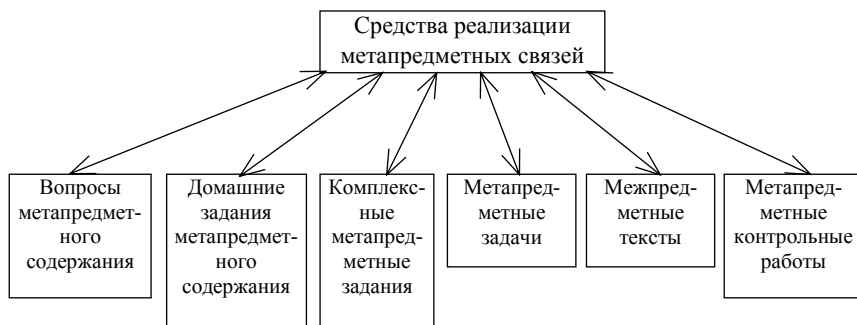


Рис. 2. Средства, реализующие метапредметные связи

Особого внимания, по нашему мнению, заслуживают комплексные метапредметные задания. Так, школьникам можно предложить подумать над проблемой: «Выяснить качественный и количественный анализ подлинности лекарственного препарата “Парацетамол”». Заметим, что задание нестандартное, несущее метапредметный характер. Для ее решения сначала необходимо рассмотреть лекарственную форму, например, выпускаемую на ОАО «Фармстандарт-Лексредства» (г. Курск). Обязательно нужно обратить внимание на торговое, международное непатентованное и химическое наименование препарата. В ряде стран (США, Великобритания) запрещен свободный доступ препарата. (Вопрос для ученической аудитории: «Почему?») В Российской Федерации лекарство отпускается в аптеках без рецепта. Большинство граждан сознательного возраста знают в каких случаях его принимают: парацетамол обладает жаропонижающим и болеутоляющим действиями. В инструкции указывается состав лекарственного средства. Внимательно изучив его, можно математически выяснить, что препарат содержит более 90 % активного вещества, остальное – вспомогательные вещества, которые служат стабилизаторами. Их используют, чтобы средство держало форму, сохраняло цвет и даже обладало вкусом и запахом.

Как видно из рис. 3, в каждой таблетке значительно преобладает вещество, оказывающее лечебное действие на организм: снимает головную боль и жар.

Также без математических вычислений не обойтись и при определении подлинности лекарственного препарата Парацетамол. Исследования проводят при помощи спектрофотометров разного поколения. При этом учитывается зависимость максимального поглощения от длины волны в разных средах. Таким образом, школьникам необходимы знания физики и химии.

В данном случае учитывается зависимость максимального поглощения от длины волны в разных средах. Сегодня в исследованиях такого характера применяют спектральный анализ на основе инфракрасного излучения. Из курса

физики известно, что химические свойства вещества обусловлены строением его молекул. В результате спектр поглощения становится индивидуальным.



Рис. 3. Диаграмма состава лекарственного препарата Парацетамол

Представленное задание, с одной стороны, помогает проследить взаимосвязи математики, химии, физики с фармакологией, и в целом с медициной, а также дает возможность школьникам осознать необходимость научных знаний в повседневной жизни. С дидактической точки зрения осуществляется реализация аксиомы оптимизации модели образовательного процесса, а также аксиомы взаимно однозначного соответствия компонентов рабочего поля [4].

Список литературы

1. Рыманова Т. Е. Аксиоматический подход к реализации метапредметной составляющей новых образовательных стандартов по математике // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. Электронный научный журнал. 2019. № 1 (29). С. 242–250.
2. Рыманова Т. Е. Методический инструментарий реализации метапредметности в современной школе : учеб.-метод. пособие. Елец: ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2019. 57 с.
3. Саввина О.А., Рыманова Т. Е., Добрина Е.А. Петр I и развитие математического образования в России (к 300-летию со дня смерти императора Петра I) // Вопросы истории. 2023. № 10–2. С. 264–273.

4. Rymanova T.E., Chernousova N.V., Melnikov R.A. Designing the educational process of mathematics in the context of educational metadisciplinarity // Revista On Line De Politica E Gestao Educational. 2021. Т. 25. No 3. Pp. 2226–2240.

ИЗ ОПЫТА ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ ДЕТЕЙ С РАССТРОЙСТВОМ АУТИСТИЧЕСКОГО СПЕКТРА В УСЛОВИЯХ ИНКЛЮЗИИ

Е.Р. Садыкова, канд. пед. наук, доцент

*Казанский (Приволжский) федеральный университет
(Россия, Казань)*

e-mail: sadikova_er@mail.ru

О.В. Разумова, канд. пед. наук, доцент

*Казанский (Приволжский) федеральный университет
(Россия, Казань)*

e-mail: miraolga@rambler.ru

А.Р. Закирова, учитель информатики

Сабинская СОШ (Россия, п.г.т. Богатые Сабы)

e-mail: ramilevna.adilya2000@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается вопрос организации обучения геометрии детей с расстройством аутистического спектра в условиях инклюзивного образования, описаны приемы, способствующие усвоению геометрии, показано применение интерактивных средств обучения при реализации уроков в ресурсном классе.

Ключевые слова: инклюзия, аутизм, геометрия, инклюзивный класс, интерактивный урок, визуальные подсказки

FROM THE ORGANIZATION OF GEOMETRY TEACHING CHILDREN WITH AUTISM SPECTRUM DISORDER IN INCLUSIVE CONDITIONS

E.R. Sadykova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)

O.V. Razumova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)

A.R. Zakirova, Computer Science Teacher
*Sabinskaya Secondary School (Russia, urban-type settlement
Bogatye Saby)*

Abstract. The article discusses the issue of organizing geometry teaching for children with autism spectrum disorder in the context of inclusive education, describes

techniques that facilitate the acquisition of geometry, and shows the use of interactive teaching aids when implementing lessons in a resource class.

Keywords: inclusion, autism, geometry, inclusive class, interactive lesson, visual cues

В настоящее время современное образовательное пространство становится инклюзивным, доступным и открытым для каждого ребенка. Инклюзия – это процесс реального включения в активную жизнь социума людей, имеющих трудности в физическом развитии, в том числе с инвалидностью или ментальными особенностями. По мнению М.Р. Битяновой, «в основе инклюзии – простая и древняя, как мир, идея, что школа – для детей, какими бы они ни были, а не наоборот, дети особым образом должны готовиться и, самое главное – подходить школе» [1, с. 7]. Инклюзивное образование дает возможность каждому ребенку независимо от его потребностей социализироваться в одной среде. Одной из сложных групп детей с особыми образовательными потребностями является группа детей с расстройством аутистического спектра.

Расстройства аутистического спектра – это целый ряд нарушений развития, характеризующихся различными проявлениями эмоциональной, волевой, когнитивных сфер, поведения в целом. Включение детей с расстройством аутистического спектра в классы общеобразовательной школы помогает им развивать социальные навыки, коммуникативные способности.

В настоящее время в фокусе проблем инклюзивного образования детей с РАС актуализируется проблема организации обучения и социализации детей. Различные аспекты обучения и воспитания детей с РАС представлены в отечественных и зарубежных исследованиях (М.М. Семаго и Н.Я. Семаго, С.И. Ануфриев, С.В. Алехина, Н.Н. Малафеев, Д.М. Маллаев, Ю.Т. Матасов, Akçamete & Gökbulut, Petry, Rangvid, O.C. Никольской) [2, с. 324]. Одним из сложных школьных предметов в обучении детей с РАС является геометрия. Это связано с трудностями включения на уроке ребенка с РАС, так как требует навыков абстрактного мышления. Изучение геометрии способствует овладению пространственных представлений, необходимых вычислительных и измерительных навыков для познания окружающих предметов, процессов, явлений. Но дети-аутисты зачастую имеют очень узкий круг интересов, поэтому изучение этого предмета может быть неинтересно для них, что вызовет недостаток концентрации внимания.

Для оказания помощи детям с РАС в изучении геометрии в 7-м классе нами спроектированы и реализованы уроки с учетом методических рекомендаций и особенностей детей. Для разработки образовательного маршрута каждого ребенка в течение года нами проводилось исследование, направленное на поиск эффективных путей для успешного усвоения геометрии. В исследовании приняли участие учащиеся 7-го класса МБОУ «СОШ № 1» города Казани. На момент проведения исследования в инклюзивном классе обучались 22 ученика. В

исследуемом классе 18 учеников нейротипичные, а 4 – дети с РАС с вариантами АООП 8.1, 8.2.

В рамках исследования нами изучены особенности адаптированных программ детей с РАС, организована работа с родителями, осуществлено наблюдение за каждым учеником на уроке геометрии. В результате наблюдений были сделаны выводы о невключенности детей в урок, о рассеянности внимания, ограничении навыков коммуникации и переработки информации, что и характеризует особенности поведения детей с РАС. Был проведен тщательный анализ деятельности каждого ребенка, выявлены трудности в усвоении предмета. С учетом сделанных выводов сконструированы и проведены уроки геометрии как в инклюзивном, так и в ресурсном классах с использованием средств визуализации, игровых технологий, с применением различных приемов и средств, способствующих изучению предмета.

В рамках исследования для инклюзивного класса нами спроектированы уроки по таким темам, как: «Признаки равенства треугольников», «Признаки равенства прямоугольных треугольников», «Решение задач по теме “Признаки равенства прямоугольных треугольников”». Для работы в ресурсном классе спланированы уроки по темам «Применение компьютерной программы Joyteka», «Окружность и ее элементы».

При проведении уроков использовались приемы, активизирующие деятельность детей: прием противоположностей, прием аналогий, прием классификации, прием дедукции. Так при применении приема противоположностей, основанном на поиске противоположностей и отличий между объектами или явлениями, сравнивались такие фигуры, как треугольник и окружность. Для реализации данного приема нами предлагались такие фигуры, как треугольник – это геометрическая фигура, которая имеет три точки, не лежащие на одной прямой, три угла и три отрезка, и окружность, не имеющая углов и сторон. При использовании приема аналогий был осуществлен поиск сходств между объектами или явлениями, что позволило лучше понять их функции и принципы работы. Для его применения выбраны равнобедренный и равносторонний треугольники, которые имели общие черты и проведено сравнение (эти фигуры являются треугольниками, но у равнобедренного треугольника боковые стороны равны, а у равностороннего треугольника все стороны равны). Прием классификации основывался на группировке различных объектов или явлений по определенным признакам. Здесь нами было предложено провести классификацию геометрических фигур по количеству сторон – три стороны (треугольник), четыре стороны (четырёхугольник), пять сторон (пятиугольник). При применении приема дедукции сделан вывод в правильности решения из последовательности предложений или фактов на основе логических рассуждений. Для его применения необходимо было выделить основное утверждение и последовательно извлекать из него выводы на примере понятия «треугольник» (треугольник имеет три угла, следовательно, любой равнобедренный треугольник тоже имеет три угла).

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Как показало исследование, уроки с применением интерактивных форм обучения вызвали интерес со стороны детей. Одним из таких уроков был интерактивный урок по теме «Треугольники» с применением квест-комнаты на сервисе Joyтека, проведенный в ресурсном классе. Целью урока стало обобщение, закрепление и углубление знаний по теме «Треугольники». Ребятам предлагалось открыть детективное агентство, где они выступали юными детективами. В качестве заданий предлагалось принять участие в прохождении веб-квеста, где нужно было найти ответы на пять вопросов, чтобы выбраться из комнаты (рис. 1, рис. 2).

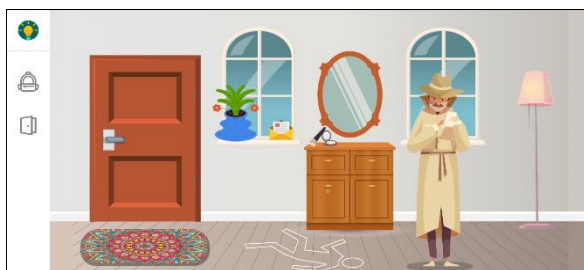


Рис. 1. Квест-комната



Рис. 2. Задание для квеста

На данном сервисе учащиеся работали впервые, что привлекло их интерес и мотивацию. Предложенная форма работы позволила детям активно включаться в процесс игры, решать задачи, опираясь на раздаточные материалы. Результаты наблюдения за ходом урока показали, что двое учеников с РАС (вариант программы 8.2) выполняли задания с помощью тьюторов.

Уроки, разработанные нами как для инклюзивного класса, так и для ресурсного классов, помогли учителю в обучении детей с РАС. Они включали в

себя такие элементы, как специальная визуализация материала, использование конкретных примеров, практических заданий, компьютерных программ.

Список литературы

1. Инклюзивное образование / сост. М.Р. Битянова. М.: Классное руководство и воспитание школьников, 2015. 222 с.
2. Садыкова Е.Р., Разумова О.В., Магер М.О., Решетник О.В. О вопросах обучения геометрии детей с расстройством аутистического спектра // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU' 2023) : материалы XII Международной научно-практической конференции в рамках IV Международного форума по математическому образованию (IFME'2022) (27 марта – 1 апреля 2023 г.). Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2023. С. 342–354.

О ВЫВОДЕ УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

В.А. Смирнов, д-р физ.-мат. наук, профессор

И.М. Смирнова, д-р пед. наук, профессор

Московский педагогический государственный университет

(Россия, Москва)

e-mail: v-a-smirnov@mail.ru; i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются различные способы вывода уравнения прямой на плоскости, используемые в школьных учебниках геометрии. Предлагается способ, позволяющий решать задачи на установление взаимного расположения двух прямых, на нахождение угла между двумя пересекающимися прямыми и расстояния от точки до прямой.

Ключевые слова: уравнение прямой, школьный курс геометрии

ABOUT THE DERIVATION OF THE EQUATION OF A STRAIGHT LINE IN A SCHOOL GEOMETRY COURSE

V.A. Smirnov, Doctor of Physics and Mathematics sciences, Professor

Moscow state pedagogical university

(Russia, Moscow)

I.M. Smirnova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Moscow State Pedagogical University

(Russia, Moscow)

Abstract. The paper considers various ways of deriving the equation of a straight line on a plane used in school textbooks of geometry. A method is proposed that allows solving the problems of establishing the relative position of two straight lines, finding

the angle between two intersecting straight lines and the distance from a point to a straight line.

Keywords: equation of straight line, school geometry course

Уравнение прямой составляет основу изучения элементов аналитической геометрии. Задание прямой на координатной плоскости её уравнением позволяет свести многие геометрические задачи к алгебраическим и, наоборот, алгебраические задачи – к геометрическим. Оно также позволяет моделировать прямые в компьютерных программах, что повышает наглядность обучения.

Среди результатов обучения, которые хотелось бы получить при изучении этой темы, отметим следующие умения учащихся:

- составлять уравнение прямой, проходящей через две точки;
- составлять уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным вектором нормали;
- распознавать взаимное расположение прямых по их уравнениям, устанавливать параллельность и перпендикулярность прямых;
- находить точку пересечения двух данных пересекающихся прямых;
- находить угол между двумя пересекающимися прямыми;
- находить расстояние от точки до прямой;
- находить расстояние между двумя параллельными прямыми;
- моделировать прямые в компьютерных программах.

Здесь мы рассмотрим различные способы вывода уравнения прямой на плоскости, используемые в школьных учебниках геометрии [1–3], и установим их соответствие указанным результатам обучения.

Вывод уравнения прямой в учебнике [1] использует понятие серединного перпендикуляра к отрезку и его свойства. А именно для вывода уравнения прямой l отмечаются две точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ так, чтобы прямая l была серединным перпендикуляром к отрезку AB (рис. 1).

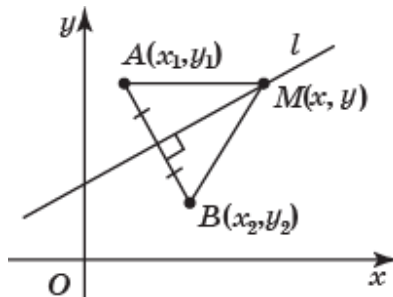


Рис. 1

Если точка $M(x, y)$ лежит на прямой l , то $AM = BM$, или $AM^2 = BM^2$, т. е. координаты точки M удовлетворяют уравнению $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2$.

Если точка $M(x, y)$ не лежит на прямой l , то $AM^2 \neq BM^2$, и, значит, координаты точки M не удовлетворяют этому уравнению. Следовательно, данное уравнение является уравнением прямой l .

После возведения выражений в скобках в квадрат и приведения подобных членов уравнение принимает вид

$$ax + by + c = 0,$$

где $a = 2(x_1 - x_2)$, $b = 2(y_1 - y_2)$, $c = x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 - y_1^2$.

Аналогичный вывод уравнения прямой предлагается в учебнике [2].

Такой метод вывода уравнения прямой имеет существенные недостатки:

1. Не раскрывается геометрический смысл коэффициентов a , b в уравнении прямой. Эти коэффициенты являются координатами вектора нормали к прямой, но об этом не говорится, так как к этому времени отсутствует понятие угла между векторами.

2. Не приводится уравнение прямой, проходящей через две точки с заданными координатами. Каждый раз для нахождения уравнения прямой приходится решать систему из двух линейных уравнений.

3. Не устанавливается взаимное расположение двух прямых по их уравнениям.

4. Не приводится формула нахождения угла между двумя пересекающимися прямыми. В стереометрии нужен будет аналог этой формулы для нахождения угла между пересекающимися плоскостями.

5. Не приводится формула нахождения расстояния от точки до прямой. В стереометрии нужен будет аналог этой формулы для нахождения расстояния от точки до плоскости.

Это связано с тем, что данная тема расположена до введения понятий угла между векторами и скалярного произведения векторов.

Мы предлагаем расположить вывод уравнения прямой, предложенный в учебнике [3], после того, как рассматривается скалярное произведение векторов и его свойства.

Рассмотрим различные способы задания прямой на плоскости.

1. Выведем уравнение прямой l , проходящей через данную точку $A_0(x_0, y_0)$ и перпендикулярной данному вектору $\vec{n}(a, b)$, называемому вектором нормали (см. рис. 2).

Точка $A(x, y)$ будет принадлежать этой прямой, если вектор $\overrightarrow{A_0A}(x - x_0, y - y_0)$ будет перпендикулярен вектору нормали $\vec{n}(a, b)$, т. е. если скалярное произведение этих векторов будет равно нулю.

Расписывая скалярное произведение через координаты данных векторов, получим уравнение $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$. Обозначая $-ax_0 - by_0 = c$, данное уравнение можно переписать в виде $ax + by + c = 0$. Оно является искомым уравнением прямой l .

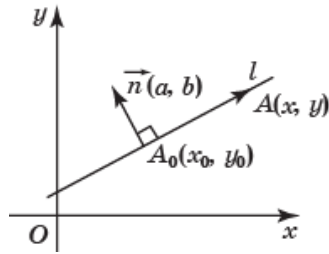


Рис. 2

2. Выведем уравнение прямой с данным направляющим вектором $\vec{m}(a, b)$, проходящей через данную точку $A_0(x_0, y_0)$ (рис. 3).

Направляющим вектором прямой называется вектор, параллельный или лежащий на данной прямой.

Непосредственные вычисления показывают, что в этом случае вектором нормали к данной прямой будет вектор $\vec{n}(b, -a)$. Следовательно, искомым уравнением прямой будет уравнение

$$b(x - x_0) - a(y - y_0) = 0.$$

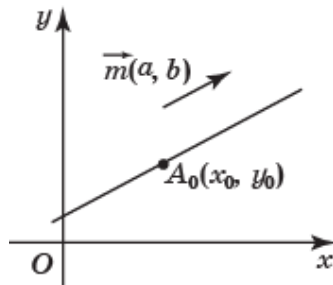


Рис. 3

3. Выведем уравнение прямой, проходящей через две точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$. В этом случае в качестве направляющего вектора можно взять вектор $\overrightarrow{A_1A_2}(y_2 - y_1, x_1 - x_2)$. В качестве точки A_0 , принадлежащей данной прямой, возьмём точку $A_1(x_1, y_1)$. Подставляя координаты направляющего вектора и точки A_1 в уравнение прямой, получим уравнение прямой

$$(y_2 - y_1)(x - x_1) - (x_2 - x_1)(y - y_1) = 0.$$

Используя понятие определителя, полученное уравнение можно переписать в виде

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Выясним взаимное расположение прямых на плоскости в зависимости от их уравнений.

Две прямые на плоскости будут параллельны, если их векторы нормали будут $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ коллинеарны, т. е. для некоторого числа t будет выполняться равенство $\vec{n}_1 = t \cdot \vec{n}_2$.

Отсюда следует, что прямые, заданные уравнениями $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, будут параллельны, если для некоторого числа t будут выполняться равенства $a_2 = ta_1, b_2 = tb_1$ и неравенство $c_2 \neq tc_1$. Если же выполняются все три равенства: $a_2 = ta_1, b_2 = tb_1, c_2 = tc_1$, то данные уравнения определяют одну и ту же прямую.

В случае если две прямые пересекаются, то угол φ между ними можно вычислить через формулу скалярного произведения их векторов нормали. А именно

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}.$$

В частности, прямые будут перпендикулярны, если скалярное произведение векторов $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ равно нулю, т. е. выполняются равенства

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = a_1a_2 + b_1b_2 = 0.$$

Список литературы

1. Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2013. 384 с.
2. Погорелов А.В. Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2022. 240 с.
3. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений. М.: Мнемозина, 2019. 376 с.

«ОТКРЫТЫЕ» ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ КРЕАТИВНОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

М.В. Солдаева, канд. пед. наук, доцент

Е.М. Степанова, студент

РГПУ им. А.И. Герцена

(Россия, Санкт-Петербург)

e-mail: soldaevamv@gmail.com

Аннотация. Одним из важных требований современного общества к выпускникам школ является способность творчески мыслить. Одним из средств развития такого типа мышления являются «открытые» задачи. В статье рассмотрены четыре вида «открытых» задач. Для каждого приведены примеры.

Ключевые слова: «открытые» задачи, творческое мышление, креативность

«OPEN» PROBLEMS AS A MEANS OF DEVELOPING CREATIVITY IN MATHEMATICS LESSONS

M.V. Soldaeva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

E.T. Stepanova, Student

Herzen University

(Russia, Saint-Petersburg)

Abstract: One of the important requirements of modern society for school graduates is the ability to think creatively. One means of developing this type of thinking is «open» tasks. The article discusses four types of «open» problems. Examples are given for each.

Keywords: «open» tasks, creative thinking, creativity

ФГОС в портрете современного выпускника школы заявляют следующее его качество: «креативный и критически мыслящий, активно и целенаправленно познающий мир, осознающий ценность образования и науки, труда и творчества для человека и общества» [2]. Поэтому появляется необходимость в организации специальных условий для формирования и развития нестандартного мышления.

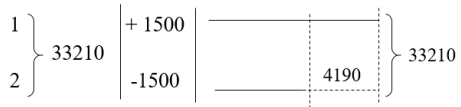
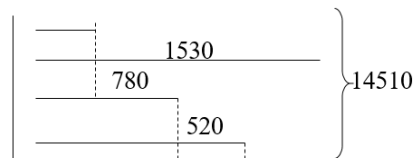
Различные исследования показывают, что «открытые» задачи способствуют развитию креативного мышления, т. е. использование данного типа задач в работе учителя будет способствовать в развитии данной требуемой компетенции будущего выпускника школы. Под «открытой» задачей вслед за Е.Н. Галиуллиной будем понимать *«задачу, которая предполагает многовариантность решений, ответов, исследований, изображений и т. д.»*.

1. «Открытые» задачи, предполагающие многовариантность решений.

Пример 1. Теорема Пифагора: «в прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов». Теорема Пифагора имеет более трехсот известных способов доказательства [3]. Рассмотрим некоторые из них.

Пример 2. Общая выручка магазина по двум кассам составляла 33210 руб. После того как из второй кассы было передано в первую 1500 руб., в первой оказалось на 4190 руб. больше, чем во второй. Оставшиеся во второй кассе деньги магазин использовал на оплату четырех счетов. Сумма первого счёта была на 1530 руб. меньше второго счёта, а третьего – на 780 руб. больше первого и на 520 руб. меньше четвертого. Сколько денег уплатил магазин по второму счёту?

Способы решения текстовой задачи, представленной в примере 2

Арифметический способ	Алгебраический способ
Кассы:  Счета:  1) $(33210 - 4190) : 2 = 14510$ (руб) – количество денег во 2 кассе; 2) $(14510 - 1530 - 780 - 780 - 520) : 4 = 2725$ (руб) – сумма первого счета; 3) $2725 + 1530 = 4255$ (руб) – сумма второго счета. <i>Ответ:</i> 4255 руб. магазин по второму счету уплатил	Кассы: Пусть количество денег во второй кассе – это x руб., тогда во второй кассе $(33210 - x)$ руб. После того как из второй кассы переложили в первую 1500 руб., во второй кассе стало $(x - 1500)$ руб., а в первой – $(33210 - x) + 1500$. Тогда получаем уравнение: $(33210 - x) + 1500 = x - 1500 + 4190.$ Откуда $x = 16010$ руб. Значит, во второй кассе – 14510 руб. Счета: Пусть первый счет – это y руб., тогда второй счет – это $(y + 1530)$ руб., третий счет – $(y + 780)$ руб., четвертый счет – $(y + 1300)$ руб. Тогда получаем уравнение: $y + y + 1530 + y + 780 + y + 1300 = 14510.$ Откуда $y = 2725$ руб. Тогда сумма на втором счету равна: $1530 + 2725 = 4255$ руб. <i>Ответ:</i> 4255 руб. магазин по второму счету уплатил

При решении задачи люди выстраивают определенную цепочку рассуждений, которая связана с мышлением конкретного человека. Поэтому при обучении учащихся решению данного вида «открытых» задач учитель должен обращать внимание на такую индивидуально-психологическую особенность школьников, как вид мышления, зависящий от преобладающего полушария головного мозга, – аналитическое и образное мышление [5].

Обобщая вышесказанное, можно отметить, что суть этого вида «открытых» задач заключается в том, что от детей не требуется общего, одинакового для всех решения.

Помимо индивидуально-психологических особенностей школьников, связанных с видом мышления, необходимо учитывать также их субъектный опыт [6]. Учащиеся хорошо воспроизводят и понимают тот материал, который успешно вписан в их субъектный опыт [6]. Для кого-то удобнее решить задачу, используя недавно полученные знания, для кого-то материал, который был проработан до этого и стал частью субъектного опыта.

2. «Открытые» задачи, порождающие другие задачи или обобщения.

Пример 3. p и q – различные простые числа. Сколько делителей у числа: pq ?

Делителями числа pq являются: 1, p , q , pq , – так как 1 является делителем любого числа; по условию, число pq состоит из произведения простых чисел p и q , т. е. делителями также являются числа p и q ; число является делителем самого себя.

После работы с решением данной задачи можно задать вопросы, которые приведут нас к следующим новым задачам:

– Если p и q – это одно и то же простое число. Сколько тогда делителей будет у числа pq ?

– Если одно из этих чисел возвести в квадрат, сколько делителей будет у их произведения?

– Если оба из данных чисел возвести в квадрат?

– Если возвести эти числа в произвольные натуральные степени?

Итак, из данной задачи могут получиться как минимум еще 4, где последняя будет обобщением для всех остальных.

Пример 4. Задача 1. Даны два параллельных отрезка. Разделите с помощью одной линейки один из них пополам. Идея решения данной задачи заключается в следующем геометрическом факте: прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения диагоналей и точку пересечения продолжений боковых сторон. *Задача 2.* С помощью одной линейки разделите трапецию на две равновеликие части. Здесь мы воспользуемся тем же самым геометрическим фактом, что и в задаче 1.

Эти задачи хорошо использовать, предлагая их друг за другом, так как условие и требования в задачах различные, но решаются они по аналогии с предыдущей.

«Математический опыт учащегося нельзя считать полным, если он не имел случая решить задачу, изобретенную им самим. Поэтому учителю следует показать, как из исходной решенной задачи можно получить новые, этим он

возбудит любознательность учащихся. Учащиеся могут участвовать в изобретении новой задачи» [1].

3. «Открытые» задачи с различной интерпретацией условий

Пример 5. Из одного и того же города одновременно выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля 75 км/ч, а другого – 90 км/ч. Какое расстояние между автомобилями будет через 3 часа?

Условие задачи можно трактовать по-разному, в зависимости от характера движения автомобилей.

Во-первых, данная задача может быть задачей на движение в *противоположных направлениях*, тогда расстояние между автомобилями через 3 часа будет равно 495 км.

Во-вторых, можно интерпретировать данную задачу как задачу на движение в *одном направлении*, тогда расстояние между автомобилями через 3 часа будет равно 45 км.

Таким образом, в зависимости от интерпретирования условия задачи ответы, способы решения могут быть разными. Это помогает развивать умение видеть задачу с различных углов.

К данному виду задач, например, можно отнести недоопределенные задачи, а также кейс-задачи, задачи прикладного характера.

4. «Открытые» задачи, предполагающие многовариантность ответов.

Пример 6. Какая фигура из нижеприведенных лишняя (рис.)?

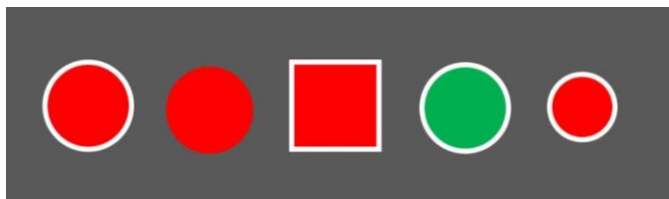


Рис. Иллюстрация фигур

В данной задаче есть далеко не одно решение. Например, некоторые из них:

- 1) лишним может быть квадрат, так как все остальные фигуры являются кругами;
- 2) лишним может быть второй слева круг, так как у этого круга нет контура, а у всех остальных фигур есть белый контур;
- 3) лишним может быть второй справа круг, так как он зеленого цвета, а все остальные фигуры красного цвета.

Таким образом, данный вид задач можно назвать обобщением вышеперечисленных видов, так как он может в себя включать как возможность определить условие задачи, так и способ решения в зависимости от преобладающего типа мышления. А из этого вытекает многовариантность ответов.

Мы рассмотрели одну из классификаций «открытых» задач. Согласно ей, выделяются четыре вида «открытых» задач. При работе с первым видом задач –

задачи, предполагающие многовариантность решений, – учитывается ведущий тип мышления и субъектный опыт учащихся. При работе со вторым видом задач – *задачи, порождающие другие задачи или обобщения*, – наилучшим способом прорабатывается этап работы с решенной задачей, на котором происходит исследование решения на число ответов и иных способов решения, получения иных следствий. *Задачи, условие которых может быть интерпретировано по-разному*, лежат в основе многих других задач, в зависимости от трактовки условия которых мы можем получить абсолютно разные, но в то же время верные ответы. *А задачи, предполагающие многовариантность ответов*, содержат в себе каждый из названных выше видов «открытых» задач.

Список литературы

1. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте : дис. ... д-ра пед. наук. М., 1986. 355 с.
2. Муштавинская И.В. Путеводитель по ФГОС основного и среднего общего образования : метод. пособие / рецензенты: М.Б. Сизова, Е.Ю. Федотова. СПб.: КАРО, 2018. 176 с.
3. Оакли Барбара. Думай как математик: Как решать любые задачи быстрее и эффективнее: пер. с англ. М.: Альпина Паблишер, 2024. 380 с.
4. Подходова Н.С. / Методика обучения математике : в 2 ч. Часть 1: учебник для академического бакалавриата / под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. М.: Юрайт, 2017. 274 с.
5. Раушенбах Б.В. Геометрия картины и зрительное восприятие. М.: Пальмира, 2017. 316 с.
6. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. 2-е изд. М., 2000. 122 с.

КРИТЕРИАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

Т.Н. Суворова, д-р пед. наук, доцент

Российская академия образования (Россия, Москва)

e-mail: suvorovatn@mail.ru

М.М. Бондаренко, учитель математики

Московский городской педагогический университет (Россия, Москва)

e-mail: bondarenkomm@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматривается критериальное оценивание как вид формирующего оценивания и один из факторов развития учебной самостоятельности обучающихся. Показана специфика реализации критериального оценивания на уроках математики в школе.

Ключевые слова: учебная самостоятельность, формирующее оценивание, критериальное оценивание, математика в школе

CRITERIA-BASED ASSESSMENT IN SCHOOL MATH LESSONS

T.N. Suvorova, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Russian Academy of Education (Russia, Moscow)

M.M. Bondarenko, Mathematics Teacher

Moscow City University (Russia, Moscow)

Abstract. The article considers criterion assessment as a type of formative assessment and one of the factors of development of students' learning independence. The specificity of realization of criterion evaluation at mathematics lessons at school is shown.

Keywords: learning independence, formative assessment, criterion assessment, mathematics at school

Учебная самостоятельность – одно из важнейших качеств личности, способствующих существенному расширению возможностей обучающихся как в школьной, так и в дальнейшей жизни. Обучающийся, обладающий сформированной учебной самостоятельностью, готов нести ответственность за принимаемые им решения, самостоятельно планировать траекторию своего личностного и профессионального развития.

Исследованию проблем формирования учебной самостоятельности и качеств, характеризующих данное понятие, посвящены труды многих педагогов и психологов (В.П. Вахтеров, А.Л. Венгер, Н.Ф. Виноградова, Г.А. Цукерман и др.). В них отмечается важная роль школы в формировании учебной самостоятельности: школа является той площадкой, которая позволяет развить в детях самостоятельность поступков и суждений, инициативность и креативность в решении различных задач. По мнению ученых Г.А. Цукерман и А.Л. Венгера, все вышеперечисленные качества являются составными компонентами учебной самостоятельности, ее важнейшими составляющими [3].

В трудах Н.Ф. Виноградовой учебная самостоятельность рассматривается как навык постановки учебных задач и навык их решения без побуждения к решению извне. При этом отмечается необходимость культивировать желание обучающихся выполнять те или иные задания по личной инициативе, то есть руководствуясь своими внутренними побуждениями [2]. Таким образом, познавательная активность и познавательный интерес выходят на первый план среди факторов формирования учебной самостоятельности обучающихся.

На уроках математики перед обучающимися встают задачи, для решения которых необходимо выстраивать логические суждения, выдвигать гипотезы, применять и преобразовывать знаки и символы. Для успешной реализации этих и

других задач обучающимся необходимо уметь ставить перед собой конкретные цели, искать средства и способы их достижения, прогнозировать, каким будет итоговый результат той или иной деятельности, планировать и контролировать свою деятельность, представляя образ результата. Данные умения формируются в первую очередь через развитие познавательного интереса и повышение познавательной активности – через основные факторы формирования учебной самостоятельности.

Для развития умения планировать свою деятельность на уроках математики эффективным приемом выступает «задание массивом»: учитель дает несколько задач на выбор (обычно 10–12, часто – с разбивкой на группы по уровню сложности), ученик самостоятельно выбирает из предложенных задач те, которые он хочет решить, – но не менее оговоренного заранее количества (например, не меньше двух для каждого уровня сложности). Таким образом, умение планировать свою деятельность становится необходимой ступенью в формировании учебной самостоятельности школьников.

На каждом этапе взросления навыки учебной самостоятельности должны становиться все более уверенными. Так, в подростковом возрасте осознание учащимся своей учебной самостоятельности способствует безболезненному прохождению этого этапа, формированию правильных ориентиров и позиций, от которых будет зависеть дальнейшая жизнь школьника, его самоопределение в ней. Уроки математики играют важную роль в данном процессе, предоставляя обучающимся возможность пробовать себя, планировать свою деятельность, самостоятельно открывать новое, осуществлять контроль своей учебной деятельности.

Для успешного формирования навыков учебной самостоятельности в рамках уроков математики в соответствии с требованиями системно-деятельностного подхода и следующим из него принципом «обратного планирования» важно понимание того, каким образом следует оценивать достигнутые обучающимися образовательные результаты. Исходя из данных целей, подходов и принципов, наиболее эффективным представляется использование критериального оценивания образовательных результатов обучающихся – сравнения образовательных достижений обучаемых с заранее определенными критериями, потому как именно этот способ оценивания предполагает применение цели обучения в качестве нормы или некоего эталона. Планируемые образовательные результаты необходимо сформулировать еще до начала решения учебной задачи. Заблаговременное определение цели позволяет и учителю, и ученику понимать, к чему они должны прийти в результате работы. Сформулированную таким образом цель деятельности необходимо представить посредством определенных критериев оценки уровней ее достижения.

Для эффективной работы с таким инструментом, как критериальное оценивание, следует определить, с какими терминами предстоит взаимодействовать учителю и обучающимся. Перечень критериев, которые будут

оценены в ходе деятельности, называют рубрикой. Deskрипторы – это уровни достижения обучающегося по каждому критерию.

Отличительной особенностью критериального оценивания является его прозрачность: между учителем и обучающимися заранее заключается «договор», в котором обозначены критерии оценивания учебной деятельности по той или иной теме. Дальнейшая работа строится в соответствии с данным строго оговоренным соглашением.

Известно, что в педагогической диагностике принято выделять два способа оценивания результатов образовательного процесса: суммирующее (или суммативное) и формирующее оценивание (или формативное). Таким образом, все методы сбора диагностической информации возможно разделить по уровню реализации в них развивающей обратной связи на *методы суммирующего оценивания* (наблюдение, тестирование, контент-анализ представленных работ и т. д.) и *методы формирующего оценивания* (учебно-имитационная игра, кейс-технология, компетентностно-ориентированные протоколы параметрической обратной связи, эксперимент, критериальное оценивание работ обучающихся и т. д.) [2].

Школьники в процессе изучения математики регулярно выполняют различного рода работы: самостоятельные, практические, домашние, ведут проектную деятельность и т. д. Оценивание различных видов текущей учебной работы может выступать как формативное (формирующее) оценивание. Безусловно, для учителя формативное оценивание является в первую очередь одним из основных средств осуществления обратной связи, а для обучающегося – сигналом, дающим возможность своевременно оценить свои успехи или неудачи, осознать результаты промежуточных работ и понять, в каком направлении двигаться для улучшения личных результатов. Выполнение работы над ошибками при таком характере оценивания наделяет ученический труд более глубоким смыслом, нежели при реализации технологий суммативного оценивания.

При критериальном оценивании на уроках математики учитель использует следующие формы оценивания: индивидуальное оценивание и оценивание деятельности обучающихся при групповой работе. Индивидуальное оценивание может быть осуществлено учителем или одноклассником при работе в парах, но также возможно проведение самооценивания по разработанным учителем совместно с обучающимися критериям, что тоже очень эффективно для формирования навыка учебной самостоятельности. В групповой работе оценивание может быть аналогичным (самооценивание, взаимооценивание и оценивание педагогом).

Эффективным приемом для осуществления критериального формирующего оценивания на уроках математики может выступать групповое взаимооценивание: такая форма оценивания, при которой ребята одной группы оценивают результаты учебной деятельности обучающихся другой группы. Данный прием повышает активность всех участников учебно-воспитательного процесса: ребятам приходится осознанно относиться к ответам обучающихся из других групп, а

затем оценивать их деятельность по заранее озвученным критериям, что повышает вовлеченность в процесс изучения математики каждого обучающегося. Для своевременной и точной фиксации результатов оценочной деятельности может быть использован «чек-лист», содержащий заранее разработанные критерии оценивания.

Таким образом, применение системно-деятельностного подхода и вытекающего из него принципа «обратного планирования» при обучении математике в школе значительно повышает актуальность использования критериального оценивания как одного из методов осуществления формативного оценивания, обладающего несомненным дидактическим потенциалом, а также способствует раскрытию развивающего потенциала данного метода, проявляющегося в эффективном воспитании учебной самостоятельности обучающихся. Критериальное оценивание обеспечивает регулярную и оперативную развивающую обратную связь, позволяет систематически осуществлять сбор диагностической информации для ее последующего анализа и принятия на его основе методических решений, что несомненно способствует повышению качества образования.

Список литературы

1. Виноградова Н.Ф. Система оценки предметных результатов обучения по учебному предмету «Окружающий мир»: методические рекомендации для учителя. М.: Институт стратегии развития образования, 2023. 59 с.
2. Суворова Т.Н. Методы педагогической диагностики // Информатизация образования: сборник кейсов и тестов. М.: Московский городской педагогический университет, 2023. С. 27–32.
3. Цукерман Г.А., Венгер А.Л. Развитие учебной самостоятельности средствами школьного образования // Психологическая наука и образование. 2010. № 4. С. 77–90.

ИНТЕГРАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ РАЗДЕЛОВ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Э.И. Фазлеева, канд. пед. наук, доцент

Н.В. Тиммербаева, канд. пед. наук, доцент

Казанский федеральный университет (Россия, Казань)

e-mail: elmira.fazleeva@mail.ru; timnell@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается возможность установления межпредметных и внутрипредметных связей при обучении математике. Приводятся примеры использования интеграции соответствующих разделов математики при решении конкретных задач.

Ключевые слова: межпредметная интеграция, внутрипредметная интеграция, решение математических задач

INTEGRATION OF DIFFERENT SECTIONS OF THE SCHOOL MATH COURSE IN TEACHING PROBLEM SOLVING

E.I. Fazleeva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professors
N.V. Timerbaeva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professors
Kazan Federal University (Russia, Kazan)

Abstract. The article discusses the possibility of establishing interdisciplinary and intradisciplinary connections in the process of math teaching. The examples of the using of integration of relevant branches of mathematics in solving specific problems are given.

Keywords: interdisciplinary integration, intradisciplinary integration, the math problems solving

На современном уровне развития информационного пространства необходимы специалисты, умеющие активно мыслить, самостоятельно решать поставленные задачи, готовые творчески преобразовывать возникающие проблемы. Разрозненность школьных предметов мешает учащимся видеть все многообразие мира в целом, в его глобальной взаимосвязи.

В настоящей статье мы хотим рассмотреть интеграцию различных разделов школьного курса математики при обучении. Мы рассматриваем ее как некое объединение получаемых знаний в единое целое, позволяющее видеть изучаемое явление в разных его аспектах и направленное на развитие творческого потенциала учащихся [3].

Следует отметить, что одна только математика имеет большое число разделов, таких как теория чисел (делимость, дроби, арифметические функции...), математическая логика (теория моделей, теория рекурсии, теория множеств...), алгебра (теория функций, теория уравнений и неравенств, тригонометрия...), геометрия (планиметрия, стереометрия), анализ (теория пределов, непрерывность, производная...), комбинаторика (сочетания, перестановки, размещения...), теория вероятностей и статистика (случайная величина, закон больших чисел, математическое ожидание...). В этом огромном числе различных понятий и суждений школьнику тяжело разглядеть их взаимосвязь. Даже при решении геометрических задач на вычисление возникают сложности с составлением соответствующих алгебраических уравнений, так как алгебра и геометрия представляются обучающимся разными школьными дисциплинами. Еще одной «ахиллесовой пятой» является алгоритмизация мышления учащихся, привыкающих решать стандартные задачи по готовым алгоритмам и не способных по-новому взглянуть на любую нестандартную задачу. А систематическое

натаскивание их в старших классах на решение задач ЕГЭ становится барьером, который не позволяет разглядеть взаимосвязь изучаемых предметов и величие математики. Соответственно, приходится констатировать низкий уровень владения материалом и отсутствие системности в знаниях учащихся. Преодолеть эти недостатки можно, используя фузионизм или его элементы на уроках математики, т. е. интегрируя различные разделы школьного курса, что расширяет кругозор учащихся.

Мы считаем, что учебный материал по математике старшей школы является хорошей основой для установления межпредметных и внутрипредметных связей.

Создатель междисциплинарной концепции поисковой активности мозга В.С. Ротенберг выделяет аналитический и наглядно-образный склады мышления [1]. Люди с аналитическим складом мышления легко обходятся без чертежей и рисунков, способны делать логически верные умозаключения и выводы. Людям с наглядно-образным складом мышления обязательно необходим рисунок или чертеж, после чего они также приходят к правильным решениям. Поскольку большая часть учащихся относится к визуалам, приходится прибегать к графическим и образным иллюстрациям.

Нашу мысль хорошо демонстрирует задача на отбор корней при решении тригонометрических уравнений. Отбор корней может быть произведен аналитически (при помощи неравенства) или графически (при помощи единичной окружности).

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{\sin 3x} \cdot \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$.

Решение. Данное уравнение равносильно совокупности двух систем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 3x = 0, \\ \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 0; \\ \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 0, \\ \sin 3x \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x = \pi k, \\ 2x - \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + \pi n; \\ 2x - \frac{\pi}{6} = \pi k, \\ 2\pi n \leq 3x \leq \pi + 2\pi n, \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi k}{3}, \\ x \neq \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}; \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, \\ \frac{2\pi n}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, \end{array} \right. \quad n, k \in \mathbb{Z}.$$

Для отбора корней, удовлетворяющих условиям, возникшим в ходе решения уравнения, необходимо определить значения параметра k . Определим эти значения при помощи неравенств:

$$\frac{\pi k}{3} \neq \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2} \text{ и } \frac{2\pi n}{3} \leq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2} \leq \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, \text{ где } n, k \in \mathbb{Z}.$$

Как видим, решение каждого из неравенств занимает большой промежуток времени. Поэтому сразу покажем, как это просто сделать графически (см. рис. 1, 2).

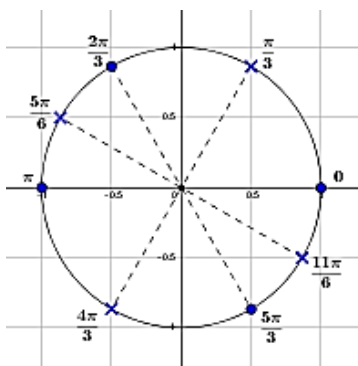


Рис. 1. Использование тригонометрической окружности

Из рисунков видно, что решением уравнения являются числа вида:

$$\begin{cases} x = \pi k, \\ x = \frac{2\pi}{3} + \pi k, \\ x = \frac{\pi}{12} + 2\pi k, \\ x = \frac{19\pi}{12} + 2\pi k, \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: πk , $\frac{2\pi}{3} + \pi k$, $\frac{\pi}{12} + 2\pi k$, $\frac{19\pi}{12} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

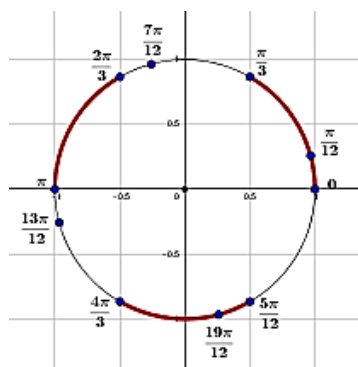


Рис. 2. Иллюстрация решения

Как видим, графический способ отбора корней на соответствующем промежутке в данном случае методически целесообразней.

Пример 2. Рассмотрим использование интеграции двух разделов алгебры (теории иррациональных и теории однородных уравнений) при решении иррационального уравнения повышенного уровня сложности.

$$2x^2 - (x+1)\sqrt{25-3x} = 23 - 7x.$$

Решение. Анализ данного уравнения показывает, что оно не может быть решено простым возведением в квадрат. После нахождения области допустимых значений $x \leq \frac{25}{3}$ предлагаем свести уравнение к однородному.

Для этого вводится замена $t = \sqrt{25-3x}$, откуда $t^2 = 25 - 3x$ и правая часть исходного уравнения записывается в виде: $23 - 7x = t^2 - 2 - 4x$.

$$\begin{aligned} 2x^2 - (x+1)t &= t^2 - 2 - 4x, \\ 2x^2 + 4x + 2 - (x+1)t - t^2 &= 0, \\ 2(x^2 + 2x + 1) - (x+1)t - t^2 &= 0, \\ 2(x+1)^2 - (x+1)t - t^2 &= 0. \end{aligned}$$

Уравнение сведено к однородному. Т. к. $t = 0$ (или $x = \frac{25}{3}$) не является его корнем, можно разделить обе его части на t^2 :

$$\frac{2(x+1)^2}{t^2} - \frac{(x+1)t}{t^2} - 1 = 0; \quad 2\left(\frac{x+1}{t}\right)^2 - \frac{x+1}{t} - 1 = 0.$$

Новая замена $z = \frac{x+1}{t}$ приводит к квадратному уравнению $2z^2 - z - 1 = 0$, имеющему корни $z_1 = 1$; $z_2 = -\frac{1}{2}$.

Вернемся к исходной переменной: $\frac{x+1}{\sqrt{25-3x}} = 1$ (1); $\frac{x+1}{\sqrt{25-3x}} = -\frac{1}{2}$ (2).

$$x+1 = \sqrt{25-3x} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0, \\ (x+1)^2 = 25-3x; \end{cases}$$

откуда $x_1 = 3 \in [-1; \frac{25}{3}]$, $x_2 = -8 \notin [-1; \frac{25}{3}]$.

$$-2(x+1) = \sqrt{25-3x} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 0, \\ 4(x+1)^2 = 25-3x; \end{cases}$$

откуда $x_3 = -\frac{11+\sqrt{457}}{8} \in (-\infty; -1)$, $x_4 = -\frac{11-\sqrt{457}}{8} \notin (-\infty; -1)$.

Ответ: 3; $-\frac{11+\sqrt{457}}{8}$.

Исходя из вышеизложенного, можно заключить, что применение интеграции на уроках математики углубляет предметные знания учащихся, повышает уровень их познавательной и творческой активности. При этом учителю необходимо демонстрировать различные способы решения ключевых задач [2, 4], иллюстрируя их по возможности сюжетами из других предметных областей.

Список литературы

1. Ротенберг В.С., Бондаренко С.М. Мозг. Обучение. Здоровье. М.: Мой учебник, 2017. 208 с.
2. Тимербаева Н.В., Фазлеева Э.И., Шакирова К.Б. Подготовка будущих учителей математики к активизации учебно-познавательной деятельности учащихся // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России: материалы Международного форума по математическому образованию, 18–22 октября 2017 г. (XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов на тему

«Н.И. Лобачевский и математическое образование в России», VII Международная научно-практическая конференция «Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU – 2017)» / отв. ред. Л.Р. Шакирова. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. Т. 1. С. 264–267.

3. Тимербаева Н.В. Развитие творческого потенциала будущих учителей естественно-математической специализации : дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01. Казань, 2003. 206 с.

4. Фазлеева Э.И., Тимербаева Н.В. Задачи как средство формирования готовности студентов к будущей профессиональной деятельности // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт инновации : материалы II Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию П.А. Ларичева / М-во обр. и науки РФ; Вологод. гос. ун-т; Вологод. отд. науч.-метод. совета по матем.; Яросл. гос. пед. ун-т им. К.Д. Ушинского. Вологда: ИП Киселев А.В., 2017. С. 155–159.

ПРИЕМЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ РАБОЧИХ ЛИСТОВ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ШКОЛЬНИКОВ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ 7–9 КЛАССОВ

С.Н. Фалина, ст. преподаватель

Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)

e-mail: rasmus88@list.ru

Аннотация. Статья посвящена организации самостоятельной работы школьников с применением интерактивных рабочих листов. Автором выделены особенности составления такого рабочего листа. Рассмотрены уровни интерактивности в заданиях по геометрии, приведены примеры.

Ключевые слова: интерактивность, рабочий лист, самостоятельная работа школьника

TECHNIQUES FOR DESIGNING INTERACTIVE WORKSHEETS FOR INDEPENDENT WORK OF SCHOOLCHILDREN IN THE GEOMETRY COURSE OF GRADES 7–9

S.N. Falina, Senior lecturer

Moscow State Pedagogical University (Moscow, Russia)

Abstract. The article is devoted to the organization of independent work of schoolchildren using interactive worksheets. The author highlights the features of compiling such a worksheet. The levels of interactivity in geometry tasks are considered, and examples are given.

Keywords: interactivity, worksheet, student's independent work

Согласно требованиям ФГОС ООО у школьников нужно формировать готовность к саморазвитию и саморегуляции, развивать умения, связанные с самостоятельным приобретением необходимых знаний, непрерывным их пополнением и обновлением [4]. Проблема организации самостоятельной работы в обучении математике в школе исследовалась как на общеметодическом, так и на частно-методическом уровне. Разрабатывались различные средства, методы и формы ее осуществления, выделялись компоненты такой учебной деятельности (Н.И. Чиканцева [6], С.В. Митрохина [1], Т.Н. Носкова [2] и др.). Однако исследований в области организации самостоятельной деятельности школьников в условиях развития современных цифровых технологий пока недостаточно.

Для школьников-подростков, представителей «цифрового поколения», процесс обучения должен выстраиваться эмоционально ярко, динамично, с игровыми элементами, задания должны заключать проблему, затруднение. Использование в организации процесса обучения активных образовательных технологий (компьютерные, чат-технологии, веб-технологии) будет поддерживать стремление подростков ко всему новому, что, в свою очередь, будет способствовать повышению познавательной мотивации школьников.

Одним из наиболее трудных курсов предмета математики является курс геометрии. В помощь школьникам для лучшего усвоения учебного материала возможно предложить задания для самостоятельной работы, представленные в интерактивном рабочем листе (ИРЛ). Такие ИРЛ можно предложить обучающимся, отсутствовавшим на уроке, или слабоуспевающим учащимся.

Предложим ИРЛ, в котором содержание очного урока представлено в виде структурированного электронного контента и может быть изучено самостоятельно вне временных рамок урока и без непосредственного участия педагога, т. е. асинхронно. Такое представление учебной информации не подменяет реальный процесс обучения, а только дополняет его, позволяя учащемуся осваивать программу своевременно. Каждый ИРЛ составлен к конкретной теме и имеет блочную структуру (см. рис.1), однако форма представления контента и формы взаимодействия с ним могут быть различными.

А.В. Осин, рассматривая формы взаимодействия пользователя с контентом, структурирует их по четырем уровням. Чем выше уровень интерактивности, тем более полноценно выражена активно-деятельностная форма обучения, а значит, выше включенность обучающегося в процесс познания [3].

Уровень 1. Условно-пассивные формы. Форма начального уровня характеризуется односторонним воздействием пользователя с контентом. Сценарий воспроизведения контента предусматривает лишь простейшие реакции, повышающие комфортность восприятия и управления. Таким образом, пользователь изучает предложенный контент, никак с ним не взаимодействуя. А значит и эффективность самостоятельной работы при такой форме взаимодействия будет невысокая.



Рис. 1. Структура интерактивного рабочего листа

Уровень II. Активные формы. Форма второго уровня характеризуется простым взаимодействием пользователя с контентом на уровне элементарных воздействий/откликов. Так, примером здесь служит фрагмент урока ИРЛ 8 класса «Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника» (рис. 2). На рисунке представлены простейшие задачи, в которых обучающимся нужно восстановить порядок действий по нахождению суммы внутренних углов многоугольника и по готовому предписанию решить задачу, вписав необходимые данные в окошки.

Уровень III. Деятельностные формы. Форма третьего уровня характеризуется конструктивным взаимодействием пользователя с учебными объектами/процессами по заданному сценарию с контролем отклонений. Таким образом, у учащегося появляется большее число степеней свободы. Но во всяком случае на каждом шаге обучающегося тем или иным способом приводят к единственно верному решению, так что путь решения учебной задачи предопределен. Примером может быть фрагмент ИРЛ на тему «Признаки параллелограмма» (рис. 3).

Обучающемуся нужно привести доказательство теоремы, имея готовый рисунок, блок-схему с выделенными посылкой и заключением, а также умозаключения, которые нужно поставить в определённое место в соответствии с логикой доказательства.

Уровень IV. Исследовательские формы. Форма наивысшего уровня ориентирует обучающегося не на изучение предложенных, а на производство собственных идей. Исследовательские формы взаимодействия с контентом характеризуются возможностью получения множества комбинаций. Использование исследовательских форм в ИРЛ довольно сложно реализовать имеющимися техническими возможностями, однако ее можно модернизировать в деятельностную форму с элементами исследовательской. Так, например, для доказательства некоторого утверждения можно сначала провести компьютерный эксперимент, используя цифровые инструменты, а только потом перейти к доказательству.



Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника

Урок 1

Восстановите верный порядок
нахождения суммы внутренних
углов многоугольника.

1.
2.
3.
4.

Заполните пропуски в решении задачи.

Задача: Найдите сумму углов выпуклого
многоугольника.

Дано:

многоугольник

$A_1A_2...A_n$

$n =$

Найти: $S_{\square}$

Решение:

$S_n =$

$n =$

$S_{\square} = 180^{\circ} \cdot (\square - 2) =$

Ответ:



Обратите
внимание на запись
решения задачи!

Рис. 2. Фрагмент ИРЛ «Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника» 8 класса



Признаки параллелограмма

Урок 4

Теорема. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

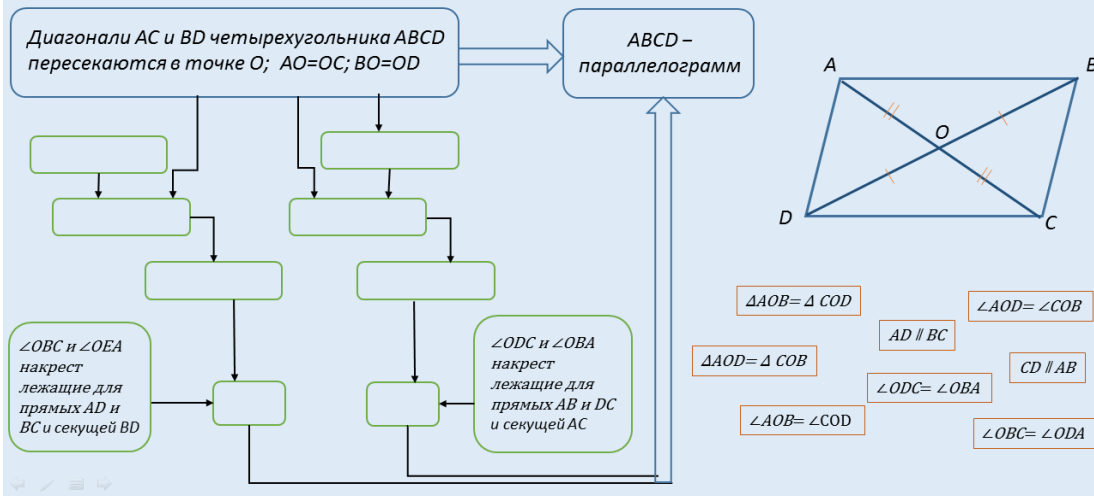


Рис. 3. Фрагмент ИРЛ «Признаки параллелограмма» 8 класса

Также включение исследовательских элементов в деятельностьную форму возможно при решении задачи разными способами. Для этого также можно использовать компьютерный эксперимент или же исследовательские вопросы виртуальных персонажей.

Таким образом, успешно решить задачу организации результативной и качественной самостоятельной работы школьника можно через конструирование ИРЛ под образовательные потребности каждого обучающегося. Следует учитывать, что чем выше уровень интерактивного взаимодействия с электронным контентом, тем больше включенность обучающегося в процесс познания. При использовании форм второго и выше уровня можно заметить, что граница между блоками теории и практики в ИРЛ практически размывается.

Список литературы

1. Митрохина С.В. Развитие самостоятельной деятельности обучающихся при изучении математики в системе «общеобразовательная школа – вуз» : дис. ... кандидата пед. наук. М., 2009. 378 с.
2. Носкова Т.Н. Дидактика цифровой среды: монография. СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2020. 384 с.
3. Осин А.В., Осин А.В. Открытые образовательные модульные мультимедиа системы: учебно-методическое издание. М.: Агентство «Издательский сервис», 2010. 309 с.
4. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287.
5. Фалина С.Н. Учет личностных психологических качеств подростков-спортсменов при обучении геометрии в 7–9 классах // Наука и школа. 2023. № 4. С. 181–191.
6. Чиканцева Н.И. Индивидуальные самостоятельные работы как средство повышения самостоятельности и творческой активности учащихся в обучении: автореф. дис. ... канд. пед. наук. М., 1978. 16 с.

ОБОБЩАЮЩИЙ ЭТАП ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Е.Ф. Фефилова, доцент

Арктический морской институт В.И. Воронина (Россия, Архангельск)

e-mail: fefilova.helen@mail.ru

Е.В. Балинова, учитель математики

МОУ СОШ № 118 Пинежского района Архангельской области

(Россия, Архангельск)

e-mail: ele8168@yandex.ru

Аннотация. В данной статье показана возможность использования «конверта Пирсона», рассматриваемого в курсе химии при решении сюжетных задач «на сухое вещество» (неалгебраический способ решения), наряду с алгебраическим методом решения данного вида задач на обобщающем этапе обучения математике.

Ключевые слова: обобщающий этап обучения математике, разные методы и способы решения сюжетных задач, междисциплинарные связи

GENERALIZING STAGE OF TEACHING SOLVING STORY PROBLEMS IN SCHOOL MATHEMATICS COURSE

E.F. Fefilova, Associate Professor

Voronin Arctic Maritime Institute (Russia, Arkhangelsk)

E.V. Balinova, Mathematics Teacher

Secondary School N118, Pinezhsky District (Arkhangelsk, Russia)

Abstract. This article shows the possibility of using the "Pearson envelope", considered in the chemistry course when solving story problems "on dry matter" (non-algebraic solution method), along with the algebraic method of solving this type of problem at the generalizing stage of teaching mathematics.

Keywords: generalizing stage of teaching mathematics, different methods and ways of solving story problems, interdisciplinary connections

Федеральный государственный образовательный стандарт основного и среднего общего образования определяет требования к достижению личностных, предметных и метапредметных результатов [5, 6]. «Метапредметные результаты включают: освоение обучающимися междисциплинарных понятий (используются в нескольких предметных областях и позволяют связывать знания из различных учебных предметов, учебных курсов, модулей в целостную научную картину мира) и универсальных учебных действий (познавательные, коммуникативные, регулятивные)» [7, Ст.17.3].

Процесс обучения решению сюжетных задач целесообразно разбить на три этапа.

Первый этап можно назвать базовым, на нем происходит овладение определенным (базовым) знанием и умением решать сюжетные задачи и накопление определенного опыта их решения.

На протяжении длительного времени (3–5 лет) осуществляется обучение решению отдельных видов сюжетных задач. На данном этапе у учащихся формируются универсальные учебные действия, связанные с процессом решения задач: умение анализировать задачу, составлять модели поиска решения, применять различные методы решения, получать различные разрешающие модели решения.

Второй этап, органично связанный с первым, можно назвать обобщающим, основные цели которого:

- систематизировать основные знания, связанные с сюжетной задачей и процессом ее решения (и не только сюжетных): структура задачи, типы задач, приемы поиска решения сюжетных задач, приемы работы с решенной задачей и т.п. и добиться от учащихся усвоения этих знаний;

- целенаправленно формировать умение выбирать и комбинировать имеющиеся знания и переносить их в новую ситуацию; умение выполнять всесторонний анализ ситуаций, возникающих при поиске решения задач; умение определять и пользоваться рациональными приёмами и методами решения задач; умение делать выводы и обобщать, что способствует реализации методологической функции сюжетных задач;

- знакомить с новыми приемами поиска решения сюжетных задач, с новыми методами решения и приемами работы с решенной задачей.

Все вышесказанное позволит учащимся подходить к каждой сюжетной задаче на качественно ином уровне и осмысленные знания по решению сюжетных задач переносить на другие классы задач, в том числе и задач из другой предметной области (физики, химии и др.)

Третий этап – это этап работы с задачей как целью математической деятельности. Данный этап создает все условия для возможного переноса знаний и умений по решению задач из одной предметной области в другую, так как теоретический материал к концу обучения в основной школе и базовые знания, и умения по решению задач должны быть сформированы, поэтому «формирование метапредметных результатов обеспечивается комплексом освоения программ учебных предметов и внеурочной деятельности [7. Ст. 18.16].

В рамках данной статьи мы рассматриваем работу с одним из видов сюжетных задач, так называемых задач «на сухое вещество» на обобщающем этапе обучения в основной школе, то есть в конце 9-го класса.

Данный вид сюжетных задач можно рассматривать как объект изучения в предметных областях математики и химии, что позволяет реализовать межпредметные связи в теории и практике решения задач. Химия – учебный предмет, который изучается в основной и старшей школе. На этапе обобщения и систематизации знаний и умений учащихся в основной школе, а также во внеурочной деятельности межпредметные связи реализуются по двум позициям – внесение химического содержания в задачи, имеющие место на уроках математики, и применение различных способов для демонстрации расчетных умений на уроках химии. Здесь уместно сказать, что на обобщающем этапе обучения одним из важных приемов является прием решения задачи разными способами и методами.

Решение задач данного типа связано с понятиями «концентрация», «процентное содержание», «проба», «влажность» и т.д. и основано на использовании следующих формул и допущений.

1. Все рассматриваемые смеси (сплавы, растворы) однородны.
2. Не делается различия между литром как единицей емкости и литром как единицей объема.
3. Если смесь (сплав, раствор) состоит из веществ A, B, C с массами m_A, m_B, m_C , то масса смеси, составленной из этих веществ, равна $m = m_A + m_B + m_C$.
4. Величина $\frac{m_A}{m}$ называется концентрацией вещества A в смеси, а величина $\frac{m_A}{m} \cdot 100\%$ – процентным содержанием вещества A в смеси. Концентрация веществ в смеси связана равенством: $\frac{m_A}{m} + \frac{m_B}{m} + \frac{m_C}{m} = 1$.

В математике задачи этого типа в основном решаются алгебраическим методом. При составлении уравнения прослеживается содержание какого-нибудь одного вещества из тех, которые сплавляются (смешиваются и т. д.). Можно для их решения предложить и другие способы.

В рамках данной статьи рассмотрим реализацию различных способов решения сюжетных задач «на сухое вещество».

Задача 1. В лаборатории для определения качества молока и молочной продукции имеются два сосуда с молочным продуктом с массовой долей молочного жира соответственно 5 % и 25 %. Какую массу каждого продукта необходимо взять для приготовления 500 г молока 10 %-й жирности?

При решении такого типа можно использовать на этапе поиска решения диагональную схему. Такой способ решения в курсе химии называют еще вычислением по правилу «креста» («квадрата Пирсона», «конверта Пирсона») [2].

Для решения задачи введем обозначения:

m_1, m_2 – массы исходных растворов; ω_1, ω_2 – массовые доли исходных растворов; ω – массовая доля конечного раствора; m – масса конечного раствора.

$$\begin{array}{ccc} \text{I. } \omega_1 & & \omega_2 - \omega \\ & \backslash & / \\ & \omega & \end{array} = m_1 : m_2$$

$$\text{II. } \omega_2 / \quad \backslash \quad \omega - \omega_1$$

При вычитании чисел, стоящих по диагоналям, из большего числа вычитаем меньшее.

Записываем друг под другом массовые доли исходных растворов, а правее между ними – массовую долю раствора, который необходимо приготовить. Из большого значения массовой доли (0,25) вычитаем заданное значение (0,1) и записываем результат справа вверх. Далее из заданного значения массовой доли (0,1) вычитаем меньшее значение (0,05) и записываем результат справа вниз.

Числа 0,15 и 0,05 показывают, в каком массовом отношении надо взять молочного продукта с $\omega_1 = 0,05$ и $\omega_2 = 0,25$ соответственно.

$$m_1 = \frac{m \cdot (\omega_2 - \omega)}{(\omega_2 - \omega) + (\omega - \omega_1)} = 500 \cdot 0,15 : (0,15 + 0,05) = 375 \text{ г}$$

$$m_2 = \frac{m \cdot (\omega - \omega_1)}{(\omega_2 - \omega) + (\omega - \omega_1)} = 500 \cdot 0,05 : (0,15 + 0,05) = 125 \text{ г}$$

Для решения такого рода задачи можно составить линейное уравнение, а это уже другой метод решения. Такой метод в математике называется алгебраическим.

Примем необходимую нам массу первого продукта за x . Так как в итоге нам необходимо получить 500 г молока, то масса второго продукта должна составлять $(500 - x)$ г. Найдем количество молочного жира в каждом из продуктов. В первом продукте его 0,05 x г, во втором – 0,25 $(500 - x)$ г. Так как в полученном молоке жира должно быть 50 г, можно составить уравнение: $0,05x + 0,25(500 - x) = 50$; $0,05x + 125 - 0,25x = 50$; $-0,2x = -75$; $x = 375$.

Значит, 5 %-го продукта необходимо взять 375 г и 125 г – необходимое количество 25%-го продукта.

Задачи на растворы могут быть очень разнообразны как по содержанию, в основу которого могут быть положены понятия межпредметного характера, так и по структурным компонентам. Оба представленных выше способа решения могут быть использованы при решении таких задач. Предлагаем несколько задач, которые легко решаются с помощью «конверта Пирсона».

Задача 2. При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 25 %, и второго раствора той же кислоты, концентрация которого 65 %, получили раствор 40 % кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

$$\begin{array}{rcccl} 1 \text{ р-р} & 25 \% & & 65 - 40 \% = 25 \% & \\ & & \backslash & / & \\ & & 40 \% & & 25 : 15 = 5 : 3 \\ 2 \text{ р-р} & 65 \% & / & \backslash 40 - 25 \% = 15 \% & \end{array}$$

Задача 3. В лаборатории имеются растворы с массовой долей серной кислоты соответственно 7 и 47 %. Какую массу каждого раствора нужно взять для приготовления 180 г раствора, содержащего 32 % серной кислоты?

Способ 1 («конверт Пирсона»)

Дано: $W_1 = 5\% (0,05)$ $W_2 = 40\% (0,4)$ $W_3 = 30\% (0,3)$ $m_3 (\text{p-ра}) = 140\text{г}$	$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(w_2 - w_3)}{(w_3 - w_1)}$ $\frac{m_1}{m_2} = \frac{(0,47 - 0,32)}{(0,32 - 0,07)}$ $\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,15}{0,25}; \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{5}$ $m_1 = \frac{180 \cdot 3}{8} = 67,5\text{г}; \quad m_2 = \frac{180 \cdot 5}{8} = 112,5\text{г}$
--	--

Способ 2 (алгебраический метод)

Пусть x г – масса первого раствора; $(180-x)$ г – масса второго раствора;

Масса вещества в первом растворе: $0,07x$;

Масса вещества во втором растворе: $0,47 \cdot (180-x)$;

Масса вещества в полученном растворе: $0,32 \cdot 180$ г.

Составим уравнение: $0,07x + 0,47 \cdot (180 - x) = 0,32 \cdot 180$

$0,07x + 84,6 - 0,47x = 57,6$; $-0,4x = -27$;

$x = 67,5$ г (масса первого раствора); $180 - 67,5 = 112,5$ г – масса второго раствора.

Способ 3 (алгебраический, с помощью системы уравнений)

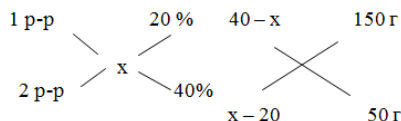
$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 0,07x + 0,47y = 0,32 \cdot 180 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 180 \\ 0,07x + 0,47y = 57,6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 180 - y \\ 0,07(180 - y) + 0,47y = 57,6 \end{cases}; \quad \begin{cases} 0,07y + 84,6 - 0,47y = 57,6 \\ -y = -27; \quad y = 67,5; \quad x = 180 - 67,5 = 112,5. \end{cases}$$

Следовательно, первого раствора необходимо взять 67,5 г и 112,5 г – второго раствора.

При решении следующей задачи составляется квадрат более сложный, однако принцип его составления остается неизменным.

Задача 4. Смешали 150 г 20 % раствора соли с 50 г 40 % раствора соли. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



$$\frac{40-x}{x-20} = \frac{150}{50}; \quad 50(40-x) = 150(x-20); \quad x = 25\%.$$

Следующая задача (с применением понятия «сплав») может быть решена аналогичным образом. Она, как и предыдущие, также выводит на соотношения компонентов. Предлагаем текст задачи с решением с традиционным алгебраическим решением), которая также может быть решена с помощью мощью «конверта/квадрата Пирсона».

Задача 5. Имеются два слитка сплава золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке в 2,5 раза больше, чем во втором. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором 40 % золота. Найти, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплавлении равных по весу частей первого и второго слитков получится слиток, в котором содержится 35 % золота.

Приведем алгебраическое решение. Пусть x процентов золота во втором слитке, тогда, по условию задачи, в первом слитке содержится $2,5x$ процента золота. Так как при сплавлении равных по весу частей получается сплав, содержащий 35 % золота, то $\frac{x+2,5x}{2} = 35$

Откуда $x = 20$. Таким образом, во втором слитке 20 %, а в первом 50 % золота. Теперь пусть первый слиток в 4 раза тяжелее второго и второй весит y кг. Количество золота в первом, втором слитке и их сплаве соответственно равны:

$$\frac{ay}{100} \cdot 50; \quad \frac{y}{100} \cdot 20 \quad \text{и} \quad \frac{(a+1)y}{100} \cdot 40$$

$$\text{Получаем: } \frac{(a+1)y}{100} \cdot 40 = \frac{ay}{100} \cdot 50 + \frac{y}{100} \cdot 20 \quad \text{Откуда } a=2.$$

Целесообразно организовать работу с данными задачами, объединив их в отдельный модуль.

Содержание модуля только выиграет, если в него будут включены задачи с информацией из других школьных предметов:

1. (экология) Гектар лиственного леса вырабатывает 2 кг летучих защитных веществ, а гектар хвойного леса – 250 % от этой величины. Сколько кг летучих защитных веществ вырабатывает гектар хвойного леса?

2. (экология) Один гектар леса в течение года способен поглощать столько углекислого газа, сколько его выдыхает 232 человека. Сколько процентов это составляет от общего числа людей, проживающих в городе с населением свыше 1000000 человек. Ответ округлить до сотых.

3. (биология) В молекуле ДНК содержится 31 % аденина. Определите, сколько (в %) в этой молекуле содержится других нуклеотидов.

4. (экономика) Цену на некоторый товар увеличили сначала на 30 %, потом опять на 20 %, а спустя некоторое время уменьшили на 50 %. Выразите в процентах окончательное изменение цены по сравнению с первоначальной.

5. № 314508 (math-oge.sdangia.ru). На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлев, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлева, а за Зайцева – в 3 раза больше, чем за Журавлева и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

6. № 338773 (math-oge.sdangia.ru). Первый сплав содержит 5 % меди, второй – 13 % меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих

двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10 % меди. Найдите массу третьего сплава.

7. № 338773 (math-oge.sdamgia.ru). Свежие фрукты содержат 80 % воды, а высушенные – 28 %. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

В рамках данной статьи нет возможности представить все многообразие вариантов задач, относящихся к данному типу расчетов. Однако тексты приведенных задач и те способы, которые авторы сочли необходимым предложить, могут лечь в основу очень интересной работы по созданию банка заданий и совершенствованию методики обучения учащихся решению сюжетных задач как на уроках математики, так и на уроках химии и других предметных областей.

Список литературы

1. Орлов В.В., Радченко В.П., Ярмолюк В.Е. Методика работы с сюжетными задачами: учебно-методическое пособие. СПб.: Образование, 1992. 46 с.
2. Трусков А.А. Методика решения задач на растворы с применением правила креста // Химия. 2005. № 4. URL: <https://him.1sept.ru/article.php?ID=200500408> (дата обращения: 20.06.2024)
3. Фефилова Е.Ф. Теория и методика обучения математике: обобщение и систематизация знаний и умений учащихся по решению сюжетных задач : учебное пособие. Архангельск: Изд-во ПГУ, 2004.
4. URL: <https://math-oge.sdamgia.ru>. Сдам ГИА (дата обращения: 20.06.2024)
5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования с изменениями от 17 февраля 2023 года (Утвержден Приказом Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287). URL: <https://fgosreestr.ru/uploads/files/238eb2e61e443460b65a83a2242abd57.pdf> (дата обращения: 17.06.2024)
6. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования с изменениями от 23.09.2022 года (Утвержден Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413). URL: <https://fgosreestr.ru/uploads/files/cc49b8b607ab29a7ea856f3a8cfd17d9.pdf> (дата обращения: 17.06.2024)
7. Федеральная образовательная программа среднего общего образования (Утверждена приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 23 ноября 2022 г. N 1014). URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202212220051?index=1> (дата обращения: 17.06.2024)

ОБУЧЕНИЕ ПРИМЕНЕНИЮ ГЕОМЕТРИИ В ЗАДАЧАХ АЛГЕБРЫ

Н.И. Фирстова, канд. пед. наук, доцент

Московский педагогический государственный университет

(Россия, Москва)

e-mail: steva54@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности использования теории по геометрии в задачах курса алгебры. Показаны признаки выбора конкретной геометрической теории, приведено название математического метода решения, перевод на «язык» геометрии и оформление задачи.

Ключевые слова: признаки выбора, математический метод, задачи курса алгебры.

TEACHING THE APPLICATION OF GEOMETRY IN ALGEBRA PROBLEMS

N.I. Firstova, Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor
Moscow State Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The article discusses the possibilities of using geometry theory in algebra course problems. The signs of choosing a specific geometric theory are shown, the name of the mathematical solution method, the translation into the «language» of geometry and the task design are given.

Keywords: the signs of choosing, mathematical method, algebra course problems.

Задачи алгебры, решаемые с использованием геометрической теории, направлены на отработку содержательных сторон изучаемого материала. Поэтому необходимо включать в учебный материал такие задания, которые позволяют открывать новые связи и отношения. Например, показ использования такого стержневого понятия высшей школы, как вектор, в школьном курсе алгебры и начал анализа упрочит необходимость введения в школьный курс геометрии векторного и координатного метода. Ученики, понимающие взаимосвязи алгебры и геометрии, стремятся решать задачи рационально и лаконично, думать упорядоченно и смело, искать новые и неожиданные пути. Результат этого – обогащение познавательного опыта, тренировка ума, развитие творческих способностей.

Рассмотрим некоторые примеры.

1) Решить уравнение:

$$x \cdot \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2+1}.$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ x^2+1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 3 \\ x \in R \end{cases} \quad x \in [-1; 3].$$

Признаки выбора геометрической теории:

Левая часть уравнения напоминает скалярное произведение векторов в координатной форме, а правая часть – произведение длин векторов:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$; $x \cdot \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x}$ – скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Тогда $\vec{a}(x; 1)$ и $\vec{b}(\sqrt{1+x}; \sqrt{3-x})$, $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$, $2\sqrt{x^2 + 1}$ – произведение длин векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Математический метод (векторно-координатный метод):

Переформулируем задачу.

Дано: $\vec{a}(x; 1)$, $\vec{b}(\sqrt{1+x}; \sqrt{3-x})$, $\cos(\widehat{\vec{a}\vec{b}}) = 1$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Найти: x .

Решение:

Утверждение		Обоснование
1.	$\cos(\widehat{\vec{a}\vec{b}}) = 1$ $\widehat{\vec{a}\vec{b}} = 0$	Условие, определение скалярного произведения, решение уравнения
2.	$\vec{a}, \vec{b}$ – коллинеарные векторы	Утверждение 1, определение коллинеарных векторов.
3.	$\frac{\sqrt{1+x}}{x} = \frac{\sqrt{3-x}}{1}$ Проверим $x = 0$ (является или не является корнем) $\Rightarrow x = 0$ – не является корнем	Утверждение 2, свойство коллинеарных векторов
4.	$\sqrt{1+x} = x\sqrt{3-x}$ $\begin{cases} 1+x = x^2(3-x) \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-1)(x^2 - 2x - 1) = 0 \\ x > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \\ x \in [0; 3] \end{cases}$	Решение уравнения

Ответ: 1; $1 + \sqrt{2}$.

2) Решить уравнение:

$$\sqrt{9 + x^2 - 3x\sqrt{3}} + \sqrt{x^2 + y^2 - xy\sqrt{3}} + \sqrt{16 + y^2 - 4y\sqrt{3}} = 5.$$

Признаки выбора геометрической теории:

Подкоренные выражения напоминают теорему косинусов. Преобразуем и выделим элементы треугольника, входящие в данную теорему: $9 + x^2 - 3x\sqrt{3} = 3^2 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \frac{\sqrt{3}}{2}$. (1)

Из (1) следует, что $\cos(\widehat{3; x}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Можно рассмотреть треугольник со сторонами длиной x и 3 , угол между которыми равен 30° .

$$x^2 + y^2 - xy\sqrt{3} = x^2 + y^2 - 2xy \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

Из (2) следует, что $\cos(\widehat{x; y}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Можно рассмотреть треугольник со сторонами длиной x и y , угол между которыми равен 30° .

$$16 + y^2 - 4y\sqrt{3} = 4^2 + y^2 - 2 \cdot 4y \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (3)$$

Из (3) следует, что $\cos(\widehat{4; y}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Можно рассмотреть треугольник со сторонами длиной 4 и y , угол между которыми равен 30° .

Математический метод:

метод цепочки треугольников, при решении – метод площадей (теорема косинусов).

Переформулируем задачу.

Дано:

$\triangle ACM: 4, y, 30^\circ$;

$\triangle MCK: x, y, 30^\circ$;

$\triangle KCB: 3, x, 30^\circ$;

$AM + MK + KB = 5$.

Найти: x, y .

Решение:

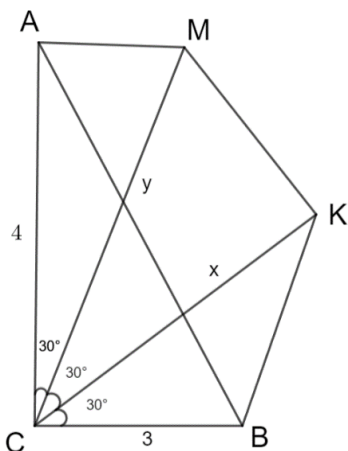


Рис. 1. Иллюстрация решения задачи

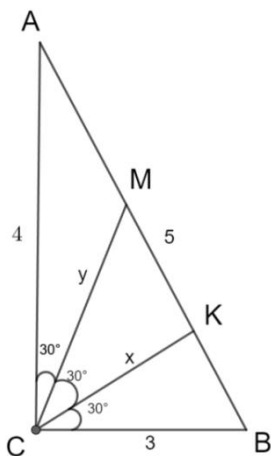


Рис. 2. Иллюстрация решения

Утверждение		Обоснование
1.	$AB = 5$	Условие, теорема Пифагора
2.	$AM + MK + KB = 5$ $M, K \in (AB)$	Утверждение 1, условие
3.	$S_{ABC} = S_{ACM} + S_{CMB}$ $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot y \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot y \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ $6 = y + \frac{3y\sqrt{3}}{4}$ $y = \frac{-24(4 - 3\sqrt{3})}{11}$	Свойство аддитивности площадей, решение уравнения
4.	$S_{ABC} = S_{ACK} + S_{CKB}$ $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$ $6 = x\sqrt{3} + \frac{3}{4}x$ $x = \frac{32\sqrt{3} - 24}{13}$	Свойство аддитивности площадей, решение уравнения

Ответ: $x = \frac{32\sqrt{3}-24}{13}$, $y = \frac{24(3\sqrt{3}-4)}{11}$.

3) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 26, \\ \sqrt{x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5} + \sqrt{x^2 + y^2 - 20x - 10y + 125} = 10. \end{cases}$$

Признаки выбора геометрической теории:

$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}$ – расстояние от точки В(х;у) до точки А(2;-1);

$\sqrt{(x-10)^2 + (y-5)^2}$ – расстояние от точки В(х;у) до точки С(10;5), тогда

$\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x-10)^2 + (y-5)^2}$ – сумма расстояний от точки М(х;у) до точек В(0;8) и С(6;0).

Математический метод (координатный):

Утверждение		Обоснование
1	$AC: y = kx + b$	Уравнение прямой
2	$\begin{cases} -1 = 2 \cdot k + b, \\ 5 = 10 \cdot k + b, \end{cases}$ $\begin{cases} b = -1 - 2k \\ 5 = 10 \cdot k - 1 - 2k, \\ 8k = 6 \\ b = -1 - 2k; \end{cases}$ $\begin{cases} k = \frac{3}{4}, \\ b = \frac{-5}{2}, \end{cases}$ $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2} - \text{уравнение BC,}$ $4y - 3x = -10.$	Условие, утверждение 1, решение системы уравнений, вычисление
3	$\begin{cases} 4y - 3x = -10, \\ 3x + 4y = 26; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2. \end{cases}$	Условие, утверждение 2, решение системы уравнений, вычисление, определение точки пересечения прямых

Ответ: $x = 6, y = 2$.

Рене Декарт нередко называл математику всеобщей. Для него математика была общей наукой о пространственных образах, их расположении и измерении. «К области математики, – писал он, – относятся только те науки, в которых рассматривается либо порядок, либо мера, и совершенно не существенно, будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое». Отсюда он приходил к заключению, что должна существовать некая общая наука, объясняющая все относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов.

Осуществление внутрипредметных связей курса математики является одним из направлений совершенствования методики преподавания математики. Реализация внутрипредметных связей может проходить в различных направлениях. Например, согласованное формирование одних и тех же понятий способствует более глубокому и сознательному их усвоению. Применение методов и приемов работы, сформулированных в одном учебном предмете, к решению теоретических и практических задач по другому предмету способствует развитию умственных способностей учащихся, в частности их математических способностей. На это при обучении математике важно обращать внимание учащихся и раскрывать перед ними некоторые универсальные методы и приемы. Кроме того, осуществление взаимосвязи курсов математики поможет избежать ненужного дублирования некоторых вопросов.

Список литературы

1. Кушнир И.Л. Геометрические решения негеометрических задач // Квант. 1989. № 11. С. 61–63.
2. Фирстова Н.И. Использование взаимосвязей алгебры и геометрии при решении математических задач // Сборник трудов по математике III Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (к 85-летию со дня рождения профессора В.И. Кругича). Тольятти, 2007.

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ КООРДИНАТНО-ВЕКТОРНОМУ МЕТОДУ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

С.В. Чиспияков, канд. физ.-мат. наук, доцент

*Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского,
гимназия № 7 им. Героя России Сергея Василева
(Россия, Брянск)*

e-mail: chispiyakoff@yandex.ru

О.Ю. Грачева, учитель математики, гимназия № 7
им. Героя России Сергея Василева (Россия, Брянск)

Аннотация. Рассматривается идея применения координатного метода для решения задач по стереометрии.

Ключевые слова: координаты, вектор, методика, плоскость, прямая, угол, расстояние

EDUCATIONAL TECHNOLOGY OF TEACHING THE COORDINATE- VECTOR METHOD FOR SOLVING PROBLEMS IN STEREOMETRY

S.V. Chispiyakov, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor
*Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, Gymnasium No 7
named after Hero of Russia Sergey Vasilev (Russia, Bryansk)*

O.Y. Gracheva, Mathematics Teacher, *Gymnasium No. 7 named after Hero
of Russia Sergey Vasilev (Russia, Bryansk)*

Abstract. The idea of using the coordinate method to solve problems in stereometry is considered.

Keywords: coordinates, vector, technique, plane, straight line, angle, distance

Одним из методов решения задач по геометрии является координатно-векторный метод. Этот метод применим при решении задач как по планиметрии, так и стереометрии, в случае возможности введения декартовой системы координат и умениям находить координаты точек. Несмотря на существенные арифметические и алгебраические преобразования, метод помогает в решении задач тем, кто испытывает трудности решения геометрических задач. Методические приемы применения координатно-векторного метода представлены в работах [1–3].

Для формирования технологии обучения координатно-векторному методу выделим основные умения, необходимые для его применения:

- а) введение системы координат в плоскости основания фигуры и определение координат основных точек;
- б) введение системы координат в пространстве и определение координат основных точек;
- с) определение координат вспомогательных точек.

При обучении умению вводить систему координат на плоскости необходимо рассмотреть все основные фигуры на плоскости: треугольники (правильный, равнобедренный, прямоугольный), четырехугольники (квадрат, прямоугольник, ромб, равнобедренная и прямоугольная трапеция), правильный шестиугольник, окружность.

Рассмотрим ромб.

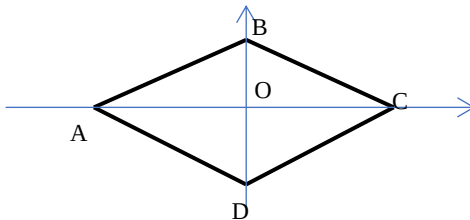


Рис. 1. Ромб

Для введения системы координат можно использовать свойство ромба о том, что диагонали взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся

пополам. Поэтому необходимо найти длины диагоналей. Пусть $AC = 8$, $BD = 6$, тогда $O(0,0)$, $A(-4,0)$, $C(4,0)$, $B(0,3)$, $D(0,-3)$.

Аналогично можно вводить систему координат на каждом многоугольнике. При обучении введению системы координат в пространстве необходимо рассмотреть основные многогранники и тела вращения: куб, прямоугольный параллелепипед, правильные призмы (треугольную, четырехугольную и шестиугольную), тетраэдр, правильные пирамиды (треугольную, четырехугольную и шестиугольную), цилиндр, конус, шар.

Например, правильная треугольная пирамида, сторона основания которой равна 6, а боковое ребро – 8.

а) Введем систему координат в плоскости основания, пользуясь свойством равностороннего треугольника – высота и медиана совпадают.

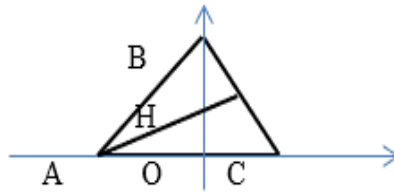


Рис. 2. Иллюстрация

Так как BO – медиана и высота, то $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $C(3,0)$, $B(0,3\sqrt{3})$. Поскольку многогранником является пирамида, то основными точками являются вершины треугольника и точка пересечения медиан. Используя свойство медиан, находим координаты точки $H(0,\sqrt{3})$.

б) Введем систему координат в пространстве.

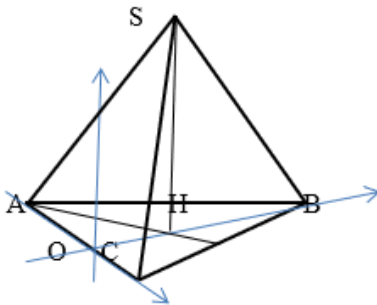


Рис. 3. Вспомогательный чертеж

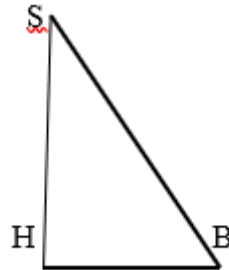


Рис. 4. Треугольник

Все точки в основании пирамиды сохраняют координаты из плоскости, добавляя аппликату 0. Абсцисса и ордината точки S совпадают с точкой H , аппликату находим из треугольника SHB по теореме Пифагора:

$SH = \sqrt{64 - 12} = 2\sqrt{13}$. Получим: $O(0,0,0)$, $A(-3,0,0)$, $C(3,0,0)$, $B(0,3\sqrt{3},0)$, $H(0,\sqrt{3},0)$, $S(0,\sqrt{3},2\sqrt{13})$.

с) Координаты дополнительных точек.

Обычно в условии задач даны точки, которые являются серединами отрезка или делят его в некотором отношении. Напомним, что координаты середины отрезка вычисляются как среднее арифметическое соответствующих координат концов отрезка. Например, координаты середины SC : $\left(\frac{3+0}{2}, \frac{0+3\sqrt{3}}{2}, \frac{0+2\sqrt{13}}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{13}\right)$.

Для вычисления координат точки, делящей отрезок в отношении, применяем алгоритм, например найдем координаты точки T , делящей отрезок SB в отношении 3:1 от точки S . Пусть $T(x, y, z)$, тогда

$$\begin{aligned}x &= \frac{0 + 3 \cdot 0}{3 + 1} = 0; y = \frac{\sqrt{3} + 3 \cdot 3\sqrt{3}}{3 + 1} = \frac{5\sqrt{3}}{2}; \\z &= \frac{2\sqrt{13} + 3 \cdot 0}{3 + 1} = \frac{\sqrt{13}}{2}; T\left(0, \frac{5\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{13}}{2}\right).\end{aligned}$$

Задачи по стереометрии можно классифицировать по следующим типам:

Нахождение углов (основная формула для расчетов: $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$).

Нахождение расстояний (основная формула для расчетов: $\frac{|A(x_1-x_0)+B(y_1-y_0)+C(z_1-z_0)|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$).

1) Вычисление площадей (основная формула: $\frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{2|\vec{a}|}$).

2) Вычисление объемов тел (основная формула: $\frac{|\vec{a} \vec{b} \vec{c}|}{6}$).

3) Задачи на доказательство (умение применять теоретические знания по геометрии для применения ВКМ).

Рассмотрим пример решения задачи.

В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 4$ и диагональю $BD = 7$. Все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS – точка F так, что $SF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .

б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .

Решение. 1. а) Введем систему координат в плоскости основания пирамиды, найдем координаты основных точек.

Так как рассматриваемая фигура является пирамидой, то основной точкой являются вершины прямоугольника и основание высоты – центр описанной окружности, который является точкой пересечения диагоналей. Так как B – начало координат, то $B(0,0)$. Так как $AB = 4$, то $A(0,4)$. По теореме

Пифагора

$AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{49 - 16} = \sqrt{33}$, значит $C(\sqrt{33}, 0), D(\sqrt{33}, 4)$. Координаты точки H найдем как координаты середины отрезка: $H(\frac{\sqrt{33}}{2}; 2)$.

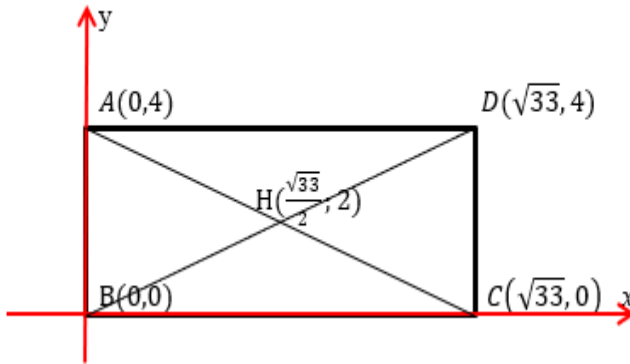


Рис. 5. Иллюстрация к решению задачи

б) Введем систему координат в пространстве, найдем координаты основных точек. Координаты точек основания перенесем, добавляя третью координату 0. Для определения координаты вершины S , используем треугольник SHB :

$$SH = \sqrt{16 - \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}, S(\frac{\sqrt{33}}{2}; 2, \frac{\sqrt{15}}{2}).$$

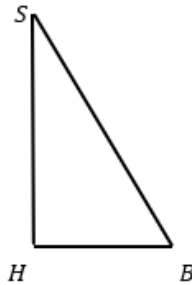


Рис. 6. Иллюстрация к решению задачи

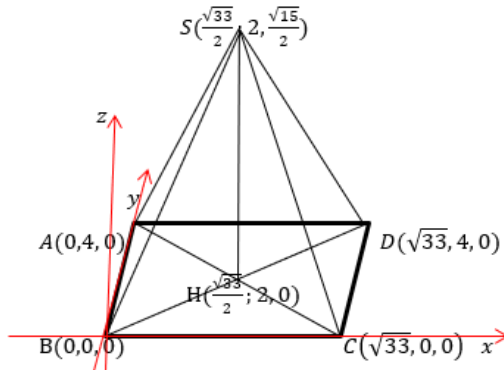


Рис. 7. Иллюстрация к решению задачи

Найдем координаты дополнительных точек. Координаты точки E :

$$BE:ED = 3:4, \quad \mu = \frac{3}{4}, \quad \mu + 1 = \frac{7}{4}, \quad E(x, y, z).$$

$$x = \frac{0 + \frac{3\sqrt{33}}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{3\sqrt{33}}{7}; y = \frac{0 + \frac{3 \cdot 4}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{12}{7}; z = \frac{0 + \frac{3 \cdot 0}{4}}{\frac{7}{4}} = 0; E\left(\frac{3\sqrt{33}}{7}; \frac{12}{7}; 0\right).$$

Аналогично найдем координаты точки F :

$$SF:FA = 3:1; F\left(\frac{\sqrt{33}}{8}; \frac{7}{2}; \frac{\sqrt{15}}{8}\right).$$

Первый этап завершен. Обратимся к пункту а). Определим основные объекты задачи: прямую SB и плоскость CEF . Определим прямую. Координаты точек прямой найдены, вектор прямой: $\overrightarrow{BS}\left\{\frac{\sqrt{33}}{2}; 2; \frac{\sqrt{15}}{2}\right\}$. Определим плоскость $(CEF) = \alpha$.

Составим уравнение плоскости по трем точкам: $C(\sqrt{33}, 0, 0), E\left(\frac{3\sqrt{33}}{7}; \frac{12}{7}; 0\right), F\left(\frac{\sqrt{33}}{8}; \frac{7}{2}; \frac{\sqrt{15}}{8}\right)$. Пусть $P(x; y; z) \in \alpha$, тогда векторы

$\overrightarrow{CP}\{x\sqrt{33}; y; z\}, \overrightarrow{CE}\left\{-\frac{4\sqrt{33}}{7}; \frac{12}{7}; 0\right\}, \overrightarrow{CF}\left\{-\frac{7\sqrt{33}}{8}; \frac{7}{2}; \frac{\sqrt{15}}{8}\right\}$ — компланарны, следовательно, определитель, составленный из координат векторов, равен нулю:

$$\begin{vmatrix} x - \sqrt{33} & y & z \\ -\frac{4\sqrt{33}}{7} & \frac{12}{7} & 0 \\ -\frac{7\sqrt{33}}{8} & \frac{7}{2} & \frac{\sqrt{15}}{8} \end{vmatrix} = 0. \text{ Составим уравнение: } \frac{3\sqrt{15}}{7}(x - \sqrt{33}) +$$

$$\frac{3\sqrt{55}}{7}y - \sqrt{33}z = 0.$$

$$\vec{N}\left\{\frac{3\sqrt{15}}{7}; \frac{3\sqrt{55}}{7}; -\sqrt{33}\right\}.$$

Осталось доказать, что плоскость параллельна прямой: $\sin(\alpha; SB) = |\cos(\vec{N}; \vec{SB})| = 0$, следовательно, $\vec{N}$ перпендикулярен $\vec{SB}$, следовательно, α параллельна прямой SB.

Обратимся к пункту б). Уравнение плоскости α и координаты точек S и D определены. Координаты точки Q определить очень сложно, поэтому применим знания из курса стереометрии. Пусть S1 и D1 – проекции точек S и D на плоскость α . Тогда получим две пересекающиеся прямые SD и S1D1 в точке Q, следовательно получим два подобных треугольника – SQD и S1QD1. Зная длину SD и найдя длины SS1 и DD1, определим координаты точки Q.

Длина SS1 равна расстоянию от точки S до плоскости α : $SS1 = \frac{81\sqrt{55}}{2\sqrt{2247}}$. Длина

DD1 равна расстоянию от точки D до плоскости α : $DD1 = \frac{12\sqrt{55}}{\sqrt{2247}}$.

Из подобия треугольников следует отношение: $\frac{SS1}{DD1} = \frac{SQ}{SD-SQ}$.

$$\frac{27}{8} = \frac{SQ}{4-SQ}, SQ = \frac{108}{35}, QD = \frac{32}{35}.$$

Следовательно, $SQ : QD = 27 : 8$; $Q(\frac{31\sqrt{33}}{35}, \frac{124}{35}, \frac{4\sqrt{15}}{35})$. Зная отношение SQ:QD, найдем координаты точки Q. Зная координаты точки Q и уравнение плоскости α , найдем искомое расстояние $\frac{2\sqrt{15}}{7}$.

Данная задача является арифметически сложной, так как содержит большой объем вычислительных преобразований с рациональными и иррациональными выражениями.

Подводя итог, можно отметить основные умения, которые необходимы учащемуся для применения метода:

1. Вводить систему координат на плоскости и находить координаты точек.
2. Вводить систему координат в пространстве и находить координаты основных точек.
3. Находить координаты вспомогательных точек (деление отрезка в данном отношении).
4. Определять координаты векторов (используя координаты точек или уравнений плоскости).
5. Использовать формулы углов между прямыми и плоскостями, формулу расстояния от точки до плоскости.
6. Применять алгоритмы, используя теоретические знания по геометрии.

Список литературы

1. Чиспияков С.В. Применение координатного метода в решении задач на доказательство // Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров, 2022. С. 280–282.

2. Чиспияков С.В. Применение координатного метода на нахождение углов между прямыми и плоскостями. Теоретические и прикладные аспекты естественно-научного образования в эпоху цифровизации // Материалы Всероссийской научно-практической конференции. Брянск, 2022. С. 37–40.

3. Чиспияков С.В. Применение координатного метода на нахождение расстояний от точки до плоскости. Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования. Теория операторов и дифференциальные уравнения // Тезисы докладов XVI Международной научной конференции. Владикавказ, 2021. С. 215–217.

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ СВЯЗИ МАТЕМАТИКИ И ГЕОГРАФИИ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ»

О.Н. Чупракова, канд. пед. наук

Вятский государственный университет (Россия, Киров)

e-mail: usr23165@vyatsu.ru

Аннотация. В статье на основе анализа школьных учебников на примере темы «Измерение углов» рассмотрены междисциплинарные связи математики и географии, а также затронута проблема несоответствия порядка следования тем в учебниках разных дисциплин. А именно: понятие угла и умение его измерять с помощью транспортира в географии требуется раньше, чем оно будет изучено в математике.

Ключевые слова: междисциплинарные связи, математика, география, измерение углов, азимут

INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS OF MATHEMATICS AND GEOGRAPHY ON THE EXAMPLE OF THE TOPIC «MEASURING ANGLES»

O.N. Chuprakova, Candidate of Pedagogical Sciences

Vyatka State University (Kirov, Russia)

Abstract. Based on the analysis of school textbooks on the example of the topic «Measuring angles», the article examines the interdisciplinary connections of mathematics and geography, and also addresses the problem of inconsistency in the order of topics in textbooks of different disciplines. Namely, the concept of an angle and the ability to measure it using a protractor in geography is required before it is studied in mathematics.

Keywords: interdisciplinary communication, mathematics, geography, angle measurement, azimuth

Одной из особенностей развития современной науки является интеграция различных ее областей, появление научных дисциплин на стыке нескольких областей. Математику называют междисциплинарной наукой, потому что она тесно связана с другими: естественными, техническими, гуманитарными, общественными. Для решения возникающих в других дисциплинах задач, необходимо применять математический аппарат (часто сложнее), который требуется предварительно изучить. Это обстоятельство затрудняет обучающихся, не любящим математику, понимание других дисциплин.

Кроме этого, разобщенность учебных дисциплин приводит к тому, что обучающиеся не переносят знания, методы из одной дисциплины в другую, не осознают их связей. Например, решая задачу по физике: «Через какое время тело, брошенное со скоростью 20 м/с, достигает высоты 15 м?», учащиеся «забывают», что можно применить алгебру (здесь используется решение квадратного уравнения), а на уроках алгебры они «забывают» закон, по которому движется тело, брошенное вверх, и поэтому не могут составить по условию задачи квадратное уравнение.

Взаимосвязь наук, в том числе учебных дисциплин, раскрывается перед учащимися через интегрированные уроки, практико-ориентированные задания, проектную и внеурочную деятельность.

В данной статье на примере темы «Измерение углов» мы покажем междисциплинарные связи математики и географии.

Измерение углов и транспортир в математике изучают в 5 классе [6–9], вводят понятие угла, виды углов (прямой, острый, тупой, развернутый), единицу измерения углов – градус, знакомят со специальным прибором для измерения и построения углов – транспортиром, дают алгоритм измерения углов с помощью транспортира (как строить углы с помощью транспортира, описано только в учебнике [9]). Задачный материал учебников направлен на освоение, понимание, запоминание, узнавание вводимых понятий и на отработку умений измерения и построения углов. К последним относятся задания такого вида: «с помощью транспортира измерьте углы, изображенные на рисунке», «начертите в тетради два острых и два тупых угла, измерьте величину каждого из них», «проверьте результаты измерения углов, изображенных на рисунке», «с помощью транспортира постройте углы, равные 90° , 45° , 100° ...».

Задания, показывающие взаимосвязь математики и окружающего мира, мы встречаем в трех учебниках. В учебнике под редакцией Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина [7, с. 102] можно найти задания на построение углов с использованием линий квадратной сетки тетради, определение угла между часовой и минутной стрелками, поиском информации об астрологии и теодолите. Авторский коллектив (С.М. Никольский и др.) в своем учебнике [6, с. 95–96] предлагает определить угол между часовой и минутной стрелками, а также между направлениями – севером и востоком, западом и востоком, северо-востоком и востоком, северо-западом и востоком. В учебнике авторского коллектива (Н.Я. Виленкин и др.) [9, с. 158] в разделе «Применяем математику» предлагается

описать примерное местоположение самолета по данным радара – угол между направлением на самолет и нулевым направлением и удаленность от аэропорта. А в рубрике по истории возникновения и развития математики со ссылкой на уже изученное в курсе географии дается определение понятия «азимут».

Здесь, на наш взгляд, нарушается последовательность изучения тем разных учебных дисциплин: измерение углов по карте на уроках географии требуется в первом полугодии 5-го класса, тогда как в математике транспортир изучается в конце учебного года. Например, в учебнике [9], рекомендованном Министерством просвещения на 2023–2024 учебный год, это последняя тема 5-го класса. Поэтому вводить математическое понятие угла и отрабатывать умение его измерять вынуждены учителя географии (для успешного освоения географического материала). Не случайно в учебнике географии А.А. Лобжанидзе [4] помимо определения азимута подробно вводится понятие угла, градуса и градусной меры углов и дуг окружностей.

В географии умение измерять углы понадобится при изучении темы «Ориентирование на местности» в 5 классе [2, 4], в 6 классе [6]. Здесь вводятся понятия «ориентирование» и «азимут» (угол между направлением на север и направлением на любой объект по ходу часовой стрелки); учащиеся знакомятся с компасом и учатся определять азимут по компасу. Основным заданием на закрепление понятия «азимут» является следующее: «по рисунку определите азимуты на указанные объекты» (на рисунке изображен компас и несколько различных объектов). Более сложными заданиями являются: «В каком направлении вы будете возвращаться домой, если в школу вы шли по азимуту 45°: а) на юг; б) на северо-запад; в) на северо-восток; г) на запад; д) на юго-запад»; «Рассмотрите рисунок 1. В каком направлении движется каждая лодка?» [2]. Учебник под ред. О.А. Климановой [1] предлагает поработать с планом местности в атласе и «описать путь от любого населенного пункта до какого-либо объекта местности (В каком направлении проходит этот путь? Мимо каких объектов? Какова его длина?)» или самостоятельно «придумать задания на определение направлений на объекты местности».

До недавнего времени задания на определение азимута были включены в ЕГЭ по географии. Например, демонстрационная версия ЕГЭ 2021 года по географии [3] предлагает: «Определите по карте (рис. 2) азимут от родника на дом лесника. Ответ запишите в виде числа».



Рис. 1. Схема движения лодок в бухте

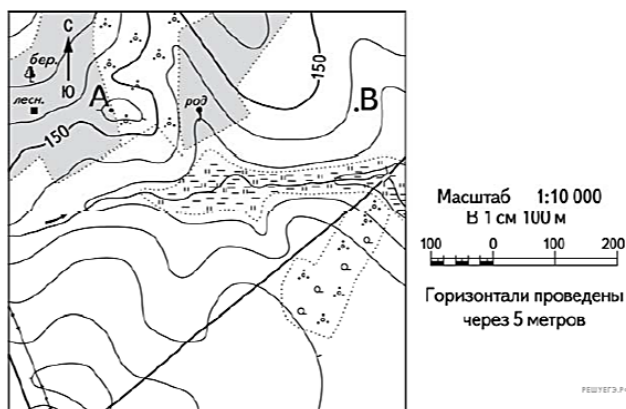


Рис. 2. Топографическая карта

На образовательном портале для подготовки к экзаменам «ege.sdangia.ru» можно найти задания с различными вариантами значений азимута: 43° , 90° , 175° , 223° , 315° и др. В методических рекомендациях для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ, отмечается, что «важное умение определять азимут по топографической карте... можно считать сформированным. Однако для выпускников определить азимут в диапазоне 180° – 360° остается более сложным, чем в диапазоне 0° – 180° , что, вероятно, связано как с недостаточным уровнем сформированности самого понятия «азимут», так и с отработкой умения пользоваться транспортиром для определения величины тупых углов» [5, с. 6].

Итак, на примере темы «Измерение углов» мы продемонстрировали взаимосвязь двух дисциплин и практическое применение математики. Учитель

математики может расширить задачный материал учебника ситуациями из различных сфер жизнедеятельности и смежных дисциплин (например, географии).

Географические материалы могут служить источником практико-ориентированных заданий по математике не только по рассмотренной в данной статье теме. На самом деле математические знания и умения, полезные при освоении географии, гораздо шире: положительные и отрицательные числа, доли числа, проценты, масштаб, площадь фигуры.

С другой стороны, междисциплинарная интеграция двух (и более) учебных дисциплин способствует развитию познавательного интереса обучающихся и приводит к систематизации содержания обучения, к формированию целостной картины мира в сознании учащихся.

Список литературы

1. География. Землеведение. 5–6 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / О.А. Климанова, В.В. Климанов, Э.В. Ким и др.; под ред. О.А. Климановой. М.: Дрофа, 2022. 272 с.
2. География: 5–6 классы: учебник / А.И. Алексеев, В.В. Николина, Е.К. Липкина и др. 12-е изд., перераб. М.: Просвещение, 2023. 191 с.
3. Демонстрационный вариант КИМ ЕГЭ 2021 года по географии. М.: ФИПИ, 2020.
4. Лобжанидзе А.А. География. Планета Земля. 5–6 классы: учеб. для общеобразоват. организаций. М.: Просвещение, 2020. 160 с.
5. Лобжанидзе А.А. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по географии [Электронный ресурс]. URL: <http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/analiticheskie-imetodicheskie-materialy> (дата обращения: 23.01.2024).
6. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. 22-е изд., стереотипное. М.: Просвещение, 2022. 272 с.
7. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. 5-е изд. М.: Просвещение, 2017. 287 с.
8. Математика. 5 класс: учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. 5-е изд., дораб. М.: Вентана-Граф, 2019. 302 с.
9. Математика. 5 класс: учебник: в 2 частях. Ч. 1 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков и др. М.: Просвещение, 2021. 160 с.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ
**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ
И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ
ГЕОМЕТРИИ**

М.В. Шабанова, д-р пед. наук, профессор
*Северный (Арктический) федеральный университет имени
М.В. Ломоносова (Россия, г. Архангельск)*
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
Л.Н. Удовенко, канд. пед. наук, доцент
*Московский педагогический государственный университет
Православный Свято-Тихоновский гуманитарный университет
(Россия, г. Москва)*
e-mail: lau-18@yandex.ru

Аннотация. В докладе раскрыты методические особенности достижения новых для общего математического образования результатов обучения – формирование умений проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта. Авторами представлены виды компьютерных экспериментов, используемых при решении геометрических задач открытого и закрытого типа. Приведены примеры решения задач, включенных в базовый учебник геометрии для учащихся 7–9 классов с использованием этих видов экспериментов.

Ключевые слова: геометрия, система динамической геометрии, компьютерный эксперимент, экспериментальная задача

**COMPUTER EXPERIMENTS AND EXPERIMENTAL TASKS
IN THE SCHOOL GEOMETRY COURSE**

M.V. Shabanova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor *Northern Arctic Federal University named after M.V. Lomonosov (Russia, Arkhangelsk)*
L.N. Udovenko, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
*Moscow State Pedagogical University
Private educational institution of higher education
Saint Tikhon's Orthodox University for the Humanities
(Russia, Moscow)*

Abstract. The report will disclose the methodical features of achieving new learning outcomes for general mathematical education – the formation of skills to conduct an experiment according to an independently drawn-up plan, a study to establish the characteristics of a mathematical object. The authors will present the types of computer experiments used in solving geometric problems of open and closed types. Examples of solving problems included in the basic geometry textbook for students in grades 7–9 using these types of experiments are given.

Keywords: geometry, dynamic geometry software, computer experiment, experimental task

Исторически эксперименты сыграли существенную роль в развитии математики. Несмотря на это, долгое время считалось, что математика не относится к числу учебных предметов, в рамках которых должно уделяться особое внимание формированию экспериментальных умений учащихся. Сегодня как в математической науке, так и в математическом образовании отношение к эксперименту существенно изменилось в связи с появлением возможностей компьютерной поддержки математической деятельности (Mathematica, Maple, MathCad, MatLab и др.). Компьютерные эксперименты оказались настолько эффективны, что заговорили даже о рождении новой методологии или нового раздела математики, которые сегодня обозначаются термином «экспериментальная математика» [2]. Значительное усиление экспериментальной составляющей математической деятельности привело к изменению социального заказа на результаты общего математического образования, что нашло отражение в появлении в федеральных рабочих программах по математике для ступеней основного и среднего общего образования следующего требования: формирования умений проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой.

Создание условий для достижения этих результатов прослеживается в обновленном учебнике геометрии [1]. В задачный материал этого учебника включена 51 задача, решение которых предполагает привлечение компьютерных средств.

Наиболее подходящими для целей компьютерной поддержки являются системы динамической геометрии: 1С: Математический конструктор, GeoGebra, Живая математика и др. Они позволяют создавать динамические модели геометрических конфигураций, описанных в условии задач, и использовать эти модели для проведения компьютерных экспериментов.

Заметим, что требования большинства предлагаемых учебником [1] задач, решения которых предусматривают привлечение компьютерных средств, весьма традиционны: вычислить (найти), доказать, построить. Однако среди них есть и задачи с открытыми вопросами: «Всегда ли задача имеет решение?», «Может ли...?», «Сравните...».

Привлечение компьютера к решению задач с открытыми вопросами позволяет получить экспериментальные данные, позволяющие выбрать один из альтернативных вариантов ответов в качестве рабочей гипотезы.

Зачем и как следует использовать компьютер для решения, казалось бы, традиционных для школьного курса геометрии задач, остается загадкой для

большинства учителей. В этих задачах компьютерный эксперимент играет вспомогательную роль и применяется в зависимости от учебной ситуации.

Как отмечается [2], компьютерные эксперименты могут проводиться практически на всех этапах работы с задачей. На этапе анализа условия задачи полезно проводить конструктивный эксперимент, т. е. осуществлять построение динамической компьютерной модели вместо схематического чертежа. Это позволяет учащимся увидеть множественность объектов, задаваемых условиями задачи, вариативность позиционных и метрических свойств, выделять свободные и зависимые элементы конфигурации. На этапе поиска способа решения задачи целесообразен поисковый эксперимент. С его помощью выдвигаются гипотезы о существовании не указанных в условии задачи свойств конфигурации. Такие свойства обнаруживаются как инвариантные метрические или позиционные свойства динамических моделей, т. е. неизменяющиеся при варьировании свободных элементов модели. Также могут быть выявлены полезные для решения задачи зависимости одних свойств от других. На этапе поиска способа решения в некоторых случаях будет также полезен модифицирующий эксперимент. Он связан с постановкой более простой задачи за счет модификации условия с последующим обнаружением способа использования её результата для решения поставленной задачи. Модифицирующий эксперимент также полезно проводить на этапе исследования полученного результата с целью выявления значимых условий задачи для установления справедливости полученного результата, а также для постановки новых задач на базе решенной. На этапе реализации способа решения для пошагового контроля правильности аналитических преобразований и логических выводов может пригодиться контрольный эксперимент, который даёт численное подтверждение рассматриваемым отношениям, равенствам и неравенствам, позволяет контролировать зависимость логики рассуждений от текущих позиционных свойств элементов модели.

Выбор вида (видов) экспериментов зависит от характера затруднений учащихся, особенностей задачи, а также возможностей используемой компьютерной программы.

Список литературы

1. Математика. Геометрия: 7–9-е классы: базовый уровень: учебник / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кардомцев и др. 14-е изд., перераб. М.: Просвещение, 2023. 416 с.
2. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребов и др. М.: Академия Естествознания, 2016. 300 с.

ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ
ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Н.Н. Яремко, д-р пед. наук, профессор

Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)

e-mail: nn.yaremko@mpgu.su

Ю.А. Яковлева, аспирант

Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)

e-mail: mayflower2299@gmail.com

Аннотация. В статье обобщаются особенности теоретического и задачного материала учебного модуля «Случайные события и вероятности». Выделяются основные вероятностные модели и предлагаются методические приёмы обучения школьников теории вероятностей.

Ключевые слова: вероятностная модель, математическое моделирование, методика обучения теории вероятностей

**METHODICAL TECHNIQUES OF TEACHING PROBABILITY THEORY
TO SCHOOLCHILDREN**

N.N. Yaremko, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor

Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

J.A. Yakovleva, Postgraduate Student

Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

Abstract. The article deals with generalization of features of the content of the topic “Random events and probabilities”. The basic probability models are highlighted and methodical techniques of teaching probability theory to schoolchildren are proposed.

Keywords: probability model, mathematical modelling, methodology of teaching probability theory

Теория вероятностей демонстрирует возможности математики в условиях неопределённости, обогащает знания учащихся об окружающем мире, открывая для них мир случайного. Советский математик и педагог, специалист в области теории вероятностей и математической статистики Б.В. Гнеденко отмечал, что этот раздел математики даёт не только вычислительный аппарат для прогнозирования случайных явлений, но и выступает в качестве широкой концепции, «позволяющей найти порядок и закономерность там, где классический детерминистический подход оказывается бессильным» [2]. «Без учёта влияния случайных явлений человек становится бессильным направлять развитие интересующих его процессов в желательном для него направлении» [3]. Этим подчёркивается общефилософское и мировоззренческое значение теории вероятностей.

На современном этапе развития общества укрепляется представление о мире как неустойчивом, подверженном влиянию случайных факторов. Это приводит к необходимости формирования нового типа мышления. Кроме того, во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения понимать вероятностный характер случайных событий. Таким образом, обучение теории вероятностей приобретает всё большее значение.

Начиная с 2023–2024 учебного года «Вероятность и статистика» включена в образовательные программы по математике уровней основного общего и среднего общего образования в качестве отдельного курса, одним из учебных модулей которого является раздел «Случайные события и вероятности».

Исследования показывают, что в процессе изучения теории вероятностей учащиеся сталкиваются с различными затруднениями [7, 6]. Эти затруднения вызваны спецификой как *теоретического*, так и *задачного* материала.

Теоретический материал этого модуля представлен преимущественно *абстрактными* понятиями (вероятность, случайный эксперимент, случайное событие, совместные и несовместные события, зависимые и независимые события, противоположные события, условная вероятность, противоположные события, равновозможность, сумма событий, произведение событий и др.), которые получают содержательное наполнение на конкретных примерах и задачах. Определения или описания этих понятий – генетические, в каждом из них отражены существенные признаки соответствующего понятия. Например, в определении «Два события A и B называют несовместными, если они не могут происходить одновременно» [5] отражены существенные признаки несовместных событий (данные события в условиях случайного эксперимента одновременно наступить не могут, т. е. совместное наступление данных событий невозможно), но сделать вывод о том, что два события действительно являются несовместными, можно только в том случае, если заданы конкретные события, наступающие в конкретных условиях. Аналогично в определении: «Событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из двух данных событий A и B , называют суммой событий A и B и обозначают $C=A \cup B$ » [5] – отражены существенные признаки события, являющегося суммой двух событий (наступает или только событие A , или только событие B , или оба события, и A , и B ($A \cap B$)).

Введение основных понятий может осуществляться как *конкретно-индуктивным*, так и *абстрактно-дедуктивным* методами. Главное, чтобы каждое понятие иллюстрировалось большим количеством примеров.

При формировании понятий темы применяются различные *средства визуализации* (графы, диаграммы Эйлера и пр.) (рис. 1).

Для преодоления затруднений при работе с задачным материалом рекомендуется при изучении курса вероятности и статистики делать акцент не на формальное заучивание понятий и формул, а на *развитие умения анализировать вероятностную модель* [9].

В школьном курсе теории вероятности рассматриваются основные вероятностные математические модели, которые *регламентируют способы*

вычисления вероятности случайных событий. По данной задачной ситуации происходит выбор подходящей вероятностной модели по *существенным признакам* этой модели.

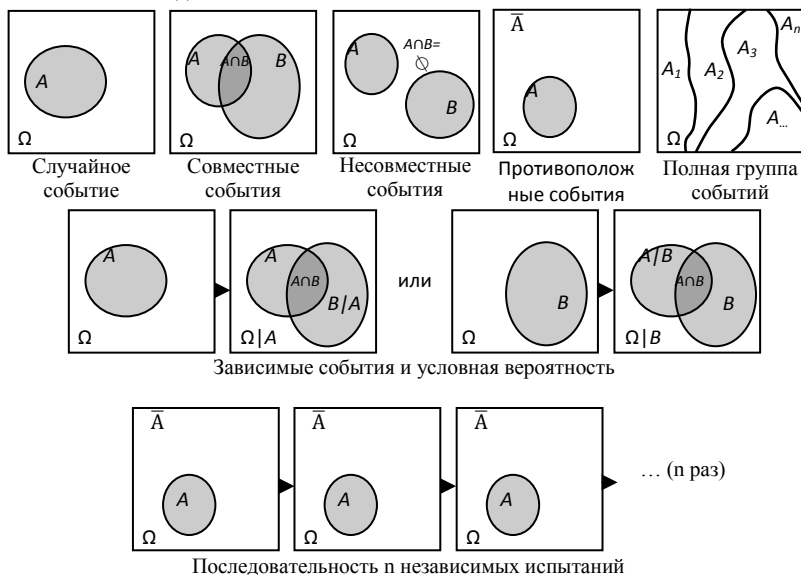


Рис. 1. Визуализация некоторых понятий

К *основным вероятностным моделям* мы относим: I. Классическое определение вероятности. II. Геометрическое определение вероятности. III. Статистическое определение вероятности. IV. Основные теоремы о вероятностях случайных событий: 1) вероятность события, противоположного данному; 2) условная вероятность; 3) вероятность суммы событий: а) несовместных, б) совместных; 4) вероятность произведения событий: а) независимых, б) зависимых. V. Формулу полной вероятности. Формулу Байеса. VI. Схему Бернулли.

Существенные признаки каждой из моделей (модельные признаки) описаны в соответствующих определениях и теоремах. Обучение распознаванию модельных признаков происходит в процессе решения базовых (модельных) задач, направленных на формирование в сознании учащихся теоретического базиса каждой вероятностной модели [7].

Математической моделью задачной стохастической ситуации может являться одна или несколько моделей вероятности или их различные комбинации. Решение стохастических задач осуществляется на основе выбранной вероятностной модели, поэтому алгоритмы их решения различаются, но при этом предполагается соблюдение *основных этапов математического моделирования*: 1) формализация; 2) построение математической модели, 3) внутримодельное решение, 4) интерпре-

тация результата [4]. Эти этапы математического моделирования можно соотнести с этапами решения вероятностной задачи по Пойа [8]. На этапе формализации необходим *анализ существенных особенностей стохастического эксперимента*, на этом этапе происходит распознавание модельных стохастических признаков и делается вывод о применимости той или иной вероятностной модели; этап предполагает работу над текстом задачи, уснение сущности случайного эксперимента, описание события, вероятность которого требуется найти. Построение математической модели – это поиск решения, внутримодельное решение – по Пойа означает осуществление решения. Заключительный этап математического моделирования – интерпретация результата – соответствует оценке правдоподобности ответа (по Пойа) и предполагает ответ на вопросы «удовлетворяет ли полученное число требованию $0 \leq P(A) \leq 1$ » и «может ли это число быть вероятностью данного события в данных условиях?».

ЗАДАЧА. Стрелок стреляет по *пяти* одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся *не более двух* выстрелов. Известно, что вероятность поразить мишень *каждым отдельным* выстрелом равна **0,6**. Какова вероятность того, что будет поражено *ровно три* мишени?

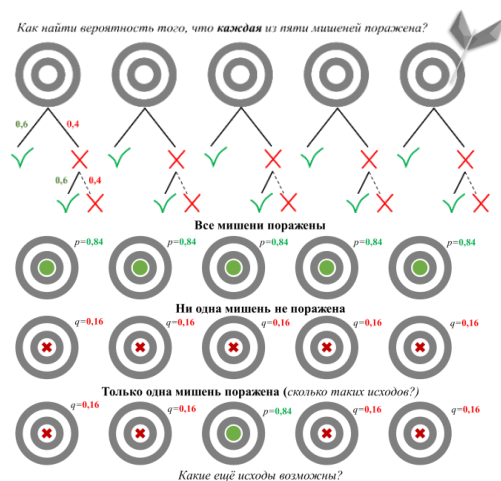


Рис. 2. Фрагмент этапа анализа стохастического эксперимента

Так как одним из главных требований к вероятностной математической модели является её *адекватность* задачной ситуации, т. е. соответствие данным условиям, то этап анализа стохастического эксперимента при моделировании задачных ситуаций является *ключевым*, т. к. предполагает отбор признаков, удовлетворяющих конкретной модели или комбинации моделей. Данный этап организуется в форме беседы с использованием вопросов («какой стохастический эксперимент описан в задаче?», «какие исходы эксперимента являются элементарными?», «о каких событиях идёт речь? как они взаимосвязаны?» и

т. п.) и может дополняться графическими иллюстрациями, слайдами, презентациями (рис. 2).

Список литературы

1. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика. 7–9-е классы : учеб. пособие; под ред. И.В. Ященко. 3-е изд., стер. М.: Просвещение, 2023. 272 с.
2. Гнеденко Б.В. Из истории науки о случайном (из истории математических идей). М.: Знание, 1981. 64 с.
3. Гнеденко Б.В. Наука о случайном // Детская энциклопедия. М.: Педагогика, 1972. Т. 2. С. 420–428.
4. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя : монография. М.: МПГУ, 2014. 284 с.
5. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс: в 2 ч. : учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). 2-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2014. Ч. 1. 311 с.
6. Мордкович А.Г., Семенов П.В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: Доп. параграфы к курсу алгебры 7–9 кл. общеобразоват. учреждений. 5-е изд. М.: Мнемозина, 2008. 112 с.
7. Яковлева Ю.А. О математических затруднениях учащихся в решении заданий ЕГЭ по теме «Теория вероятностей» // Педагогика и современное образование: традиции и инновации: матер. IV Междунар. научно-практической конференции. (Петрозаводск, 12 апреля 2022 г.). Петрозаводск, 2022. С. 30–35.
8. Яремко Н.Н., Яковлева Ю.А. Четыре шага Пойа решения задачи по теории вероятностей // Учебный эксперимент в образовании. 2024. № 1 (109). С. 115–126. https://doi.org/10.51609/2079-875X_2024_1_115.
9. Ященко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике. ФИПИ, 2023. [Электронный ресурс]. URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2023/ma_mr_2023.pdf

АВТОРЫ

Арзамас

Сангалова Марина Евгеньевна.....	75
Федорова Светлана Владимировна.....	75
Фролова Эльвира Владимировна.....	75

Архангельск

Армеева Елена Владимировна.....	259
Балинова Елена Васильевна.....	378
Труфанова Ольга Николаевна.....	259
Фефилова Елена Федоровна.....	378
Шабанова Мария Валерьевна.....	403

Брянск

Грачева Оксана Юрьевна.....	391
Еловикова Юлия Александровна.....	303
Малова Ирина Евгеньевна.....	326
Чиспияков Сергей Валентинович.....	391

Владикавказ

Абатурова Вера Сергеевна.....	249
-------------------------------	-----

Владимир

Антонова Елена Ивановна.....	28
------------------------------	----

Вологда

Тестов Владимир Афанасьевич.....	202
----------------------------------	-----

Гомель

Ермаков Владимир Григорьевич.....	307
-----------------------------------	-----

Горно-Алтайск

Кайгородов Евгений Владимирович.....	317
Ширяева Людмила Александровна.....	317

Донецк

Евсеева Елена Геннадиевна.....	135
Коняева Юлия Юрьевна.....	135

Екатеринбург

Белоусова Вероника Игоревна.....	105, 147
Берг Дмитрий Борисович.....	105
Мельников Юрий Борисович.....	147
Нигаматуллина Жанна Руслановна.....	105
Перминов Евгений Александрович.....	202

Елабуга

Гильмуллин Мансур Файзрахманович.....	189
---------------------------------------	-----

Елец

Морозова Ирина Евгеньевна.....	347
Рыманова Татьяна Евгеньевна.....	347

Ижевск

Латыпов Ильдар Абдулхаевич.....	144
Латыпова Наталья Владимировна.....	144

Казань

Закирова Адиля Рамилевна.....	351
Разумова Ольга Викторовна.....	351
Садыкова Елена Рашидовна.....	351
Тимербаева Наиля Вакифовна.....	368
Фазлеева Эльмира Илдаровна.....	368

Калуга

Дробышева Ирина Васильевна.....	131
Мокрушин Алексей Николаевич.....	23

Киров

Бабенко Марина Владимировна.....	211
Вечтомов Евгений Михайлович.....	218
Калинин Сергей Иванович.....	193
Панкратова Лариса Валерьевна.....	240
Соколова Анна Николаевна.....	193
Трефилова Елена Сергеевна.....	165
Чиркова Лариса Николаевна.....	165
Чупракова Ольга Николаевна.....	398

Москва

Бондаренко Мария Михайловна.....	364
Боровских Алексей Владиславович.....	15
Воронов Михаил Владимирович.....	109
Гольщикова Мария Сергеевна.....	122
Гриншкун Вадим Валерьевич.....	8
Деза Елена Ивановна.....	44
Егупова Марина Викторовна.....	295
Есина Лариса Юрьевна.....	295
Корнилов Виктор Семенович.....	140, 156
Костин Сергей Вячеславович.....	322
Семеняченко Юлия Александровна.....	160
Смирнов Владимир Алексеевич.....	19, 355

Смирнова Ирина Михайловна.....	19, 355
Стесева Ольга Ивановна.....	44
Суворова Татьяна Николаевна.....	364
Тимофеева Ирина Леонидовна.....	79
Пилюгина Юлия Сергеевна.....	156
Удовенко Лариса Николаевна.....	403
Фалина Светлана Николаевна.....	373
Фирстова Наталья Игоревна.....	385
Яковлева Юлия Андреевна.....	406
Яремко Наталия Николаевна.....	406

Набережные Челны

Галямова Эльмира Хатимовна.....	35
---------------------------------	----

Нижний Новгород

Звонилов Виктор Иванович.....	228
-------------------------------	-----

Новодвинск

Басина Елена Валерьевна.....	266
------------------------------	-----

Пермь

Ананьева Миляуша Сабитовна.....	177
Башарова Ирина Кадиоровна.....	181
Безенкова Елена Викторовна.....	271
Власова Ирина Николаевна.....	185
Лаптева Татьяна Дмитриевна.....	197
Латышева Любовь Павловна.....	197
Мельникова Екатерина Викторовна.....	181
Новикова Елена Олеговна.....	335
Олехов Алексей Андреевич.....	339
Скорнякова Анна Юрьевна.....	177, 197
Черемных Елена Леонидовна.....	197

Псков

Гаваза Татьяна Анатольевна.....	113
Удалова Юлия Андреевна.....	113

Самара

Богданов Павел Сергеевич.....	31
Богданов Сергей Николаевич.....	31
Богданова Елена Анатольевна.....	31
Борзенкова Ольга Александровна.....	280
Евелина Любовь Николаевна.....	48
Зубова Светлана Павловна.....	311
Иванюк Мария Евгеньевна.....	52

Кечина Ольга Михайловна.....	48
Лысогорова Людмила Васильевна.....	311
Шатрова Юлия Станиславовна.....	172

Санкт-Петербург

Аркина Ксения Георгиевна.....	98
Бушуев Михаил Константинович.....	343
Герасименко Петр Васильевич.....	118
Загорская Галина Романовна.....	236
Маслова Юлия Валерьевна.....	236
Орлов Владимир Викторович.....	343
Солдаева Мария Владимировна.....	359
Степанова Елизавета Михайловна.....	359
Тимофеева Лариса Николаевна.....	89
Хамов Геннадий Григорьевич.....	89
Яшина Елена Юрьевна.....	206

Саратов

Игошин Владимир Иванович.....	55
-------------------------------	----

Смоленск

Самуйленкова Ольга Васильевна.....	71
------------------------------------	----

Сыктывкар

Бабикова Надежда Николаевна.....	213
Баженов Илья Иванович.....	101
Боброва Галина Юрьевна.....	275
Глухой Михаил Михайлович.....	213
Елизарова Надежда Григорьевна.....	299
Ермоленко Андрей Васильевич.....	224
Кадохова Анастасия Алексеевна.....	314
Канева Евгения Андреевна.....	68
Котелина Надежда Олеговна.....	213
Мартын Лилия Альбертовна.....	330
Мясникова Светлана Владимировна.....	152
Палкина Екатерина Викторовна.....	299
Понарядова Раиса Семеновна.....	299
Попов Вячеслав Александрович.....	64
Попов Николай Иванович.....	68
Сушков Владислав Викторович.....	244
Уляшова Нина Георгиевна.....	83
Чермных Василий Владимирович.....	211
Яковлева Елена Васильевна.....	92

Тольятти	
Дорофеев Сергей Николаевич.....	291
Томск	
Андаев Денис Олегович.....	255
Гельфман Эмануила Григорьевна.....	39
Пенская Юлия Константиновна.....	39
Подстригич Анна Геннадьевна.....	39
Просвирина Ирина Геннадьевна.....	39
Ульяновск	
Гришко Александра Дмитриевна.....	285
Кузина Наталья Георгиевна.....	285
Сидорова Наталья Владимировна.....	285
Ухта	
Дейнега Светлана Александровна.....	127
Шуя	
Когаловский Сергей Рувимович.....	232
Ярославль	
Буракова Галина Юрьевна.....	60
Карпова Татьяна Николаевна.....	60
Ястребов Александр Васильевич.....	11

Научное издание

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА В ШКОЛЕ И ВУЗЕ:
СОДЕРЖАНИЕ И ТЕХНОЛОГИИ

Материалы

*43-го Международного научного семинара преподавателей математики
и информатики университетов и педагогических вузов*

26–28 сентября 2024 года

Представленные в сборнике материалы публикуются в авторском варианте

Издательство СГУ им. Питирима Сорокина

Корректоры *О.В. Габова, Е.М. Насирова*

Компьютерная верстка *Е.А. Каневой*

Техническое редактирование *А.А. Ергаковой*

Выпускающий редактор *Л.Н. Руденко*

Подписано в печать 19.08.2024. Дата выхода в свет 25.09.2024.

Усл. п. л. 24,1. Уч.-изд. л. 22,0. Заказ . Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета в соответствии
с качеством предоставленных материалов
в ООО «Коми республиканская типография».

167982, Республика Коми, г. Сыктывкар, ул. Савина, 81.

Тел. 8212 28-46-71. E-mail: knigikomi@komitip.ru