

Коэффициентные обратные задачи и их приложения

Явруян О.В.

Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А

Южный федеральный университет, факультет математики, механики и компьютерных наук, каф. теории упругости

Важной задачей математического моделирования является структурная и параметрическая идентификация исследуемого объекта. При этом основная информация об объекте исследования (ОИ), явления или процесса поступает при обработке данных экспериментов и по дополнительным косвенным измерениям делается вывод о внутренних связях явления или процесса. В условиях, когда структура математической модели исследуемого процесса известна, проблема идентификации сводится к определению параметров ОИ, характеризующих его механические свойства, которые входят в виде коэффициентов дифференциальных операторов математической модели. В теории обратных задач они выделяются в отдельный важный класс обратных коэффициентных задач.

Задачи восстановления свойств особенно важны в строительной промышленности, материаловедении, гео- и сейсморазведке, при изучении новых конструкционных материалов и особенно актуальны в биомеханике. Без надежного определения параметров моделей невозможно решать задачи диагностики и выявления патологий, научно обоснованных методик подбора и расчета имплантантов, протезов и замещающих тканей.

К обратным коэффициентным задачам сводятся также задачи об определении компонент предварительных напряжений в телах и конструкциях, которые возникают вследствие неоднородной пластической деформации или жесткого соединения разных материалов, а также в результате различных технологических операций (литья, прокатки, сварки, крутки, закалки, термообработки и других). Учет предварительных напряжений позволяет с большей точностью моделировать поведение реальных биологических тканей (сосудов, мышц, костной ткани), материалов, избежать непредвиденных разрушений конструкций (мостов и фюзеляжей самолетов).

В работе представлены результаты исследований задач идентификации неоднородных упругих/вязкоупругих свойств материалов, а также определение однородного предварительного напряженного состояния по данным акустического зондирования на доступном для измерений участке ОИ с использованием итерационных алгоритмов. Реализация предлагаемого подхода связана с привлечением численных схем исследования интегральных уравнений Фредгольма первого и второго родов. Проведен анализ амплитудно-частотных характеристик для выявления наиболее эффективных частот зондирования, осуществлена количественная оценка точности восстановления для различных законов изменения свойств.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №10-01-00194-а, №12-01-31501), ФЦП " Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы (госконтракт П596).