

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
«ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

УТВЕРЖДЕНО:
Приказом директора ВЦ РАН
№ 21-А от «28» мая 2024 г.

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ
ПОСТУПАЮЩИХ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ ПОДГОТОВКИ
НАУЧНЫХ И НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
КАДРОВ В АСПИРАНТУРЕ**

Научная специальность
**1.2.2. Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ**

Владикавказ

2024

Авторы-составители:

д. ф.-м. н. Каменецкий Е.С., к. ф.-м. н. Тотиева Ж.Д.

I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Целью вступительного экзамена является определение уровня подготовки поступающего в аспирантуру по научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Поступающий должен показать владение достаточным объемом научных знаний, научно-исследовательских компетенций, навыков системного и критического мышления, необходимых для обучения в аспирантуре, профессиональное владение теорией и практикой в предметной области, а также умение применять свои знания для решения исследовательских и прикладных задач.

II. СТРУКТУРА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Форма проведения вступительного экзамена: устно-письменная.

Продолжительность вступительного экзамена: 90 минут.

Вступительный экзамен состоит из трех вопросов. Ответы на вопросы предварительно излагаются письменно, затем докладываются устно.

Ответы должны быть представлены в виде грамотно изложенного, связного текста, позволяющего проследить логику рассуждений, лежащих в основе сделанных выводов.

При проведении устной части вступительного испытания члены Экзаменационной комиссии могут задавать дополнительные вопросы по теме билета.

III. СОДЕРЖАНИЕ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Содержание вступительного экзамена состоит из вопросов следующих разделов математики: теория моделирования, математический анализ, дифференциальные уравнения, теория функции комплексного переменного, математическая физика, теория вероятности и математической статистики, вычислительная математика, теоретическая механика.

IV. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Ответ абитуриента оценивается оценками: "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно", которые проставляются в протокол экзамена.

Ответ поступающего оценивается на оценку **«отлично»** в том случае, если даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует хорошие знания, умение пользоваться современной научной терминологией.

Ответ оценивается на оценку **«хорошо»**, если даны обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует хорошие знания.

Ответ оценивается на оценку **«удовлетворительно»**, в том случае, если даны в целом правильные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, при этом абитуриент недостаточно аргументирует ответы.

Ответ оценивается на оценку **«неудовлетворительно»**, в том случае, если абитуриент демонстрирует непонимание основного содержания теоретического материала, поверхностность и слабую аргументацию суждений или допущены значительные ошибки.

V. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

Теория моделирования

1. Понятие «Математическая модель». Функции моделей при проведении научных исследований.
2. Особенности и области применения математического, машинного, натурального моделирования.
3. Классификация моделей. Анализ их адекватности и точности.
4. Вычислительный эксперимент.

Математический анализ

5. Двойной интеграл. Определение, геометрический и физический смысл. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
 6. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
 7. Приложение двойного интеграла (Координаты центра масс плоских фигур. Моменты инерции плоских фигур).
 8. Тройной интеграл. Определение, геометрический и физический смысл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
 9. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических системах координат.
 10. Некоторые приложения тройных интегралов. Объем тела. Координаты центр масс. Моменты инерции тел.
 11. Криволинейные интегралы I и II рода. Определение, свойства, связь между ними.
 12. Вычисление криволинейных интегралов I и II рода.
 13. Формула Остроградского-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла II рода от пути интегрирования.
 14. Некоторые приложения криволинейных интегралов. Вычисление площади плоских фигур, работа переменной силы.
 15. Поверхностные интегралы I и II рода. Основные понятия.
 16. Вычисление поверхностных интегралов I и II рода. Формула Остроградского-Гаусса.
 17. Формула Стокса.
 18. Некоторые приложения поверхностных интегралов. Вычисление моментов и центра масс, объема.
 19. Ряд Фурье. Определение. Теорема Дирихле о сходимости ряда Фурье.
 20. Представление непериодической функции рядом Фурье. Комплексная форма ряда Фурье.
 21. Интеграл Фурье. Преобразования Фурье.
 22. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиенты скалярного поля.
 23. Векторное поле. Поток поля. Дивергенция поля, циркуляция поля. Формула Остроградского-Гаусса в векторном виде.
 24. Ротор поля. Формула Стокса в векторном виде.
 25. Соленоидальное, потенциальное и гармоническое поля и их основные свойства.
- ### Дифференциальные уравнения
26. Дифференциальные уравнения I порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности.
 27. Интегрирование ЛДУ n-порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система частных решений. Структура общего решения.

28. Система дифференциальных уравнений. Основные понятия. Интегрирование нормальных систем.

Теория функции комплексного переменного

29. Функции комплексного переменного. Основные понятия. Предел и непрерывность.

30. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условия Даламбера-Эйлера. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие о конформном отображении

31. Интегрирование функции комплексного переменного. Определение, свойства и правило вычисления интеграла.

32. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.

33. Нули аналитической функции. Ряд Лорана. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции.

34. Вычет функции. Основная теорема о вычетах.

Математическая физика

35. Уравнение колебания струны и мембраны. Решение Даламбера. Понятие об обобщенных решениях.

36. Задача Коши. Задача Гурса. Метод Римана.

37. Дифференциальные уравнения электрических колебаний в длинном электропроводе. Телеграфное уравнение. Интегрирование методом Римана.

38. Дифференциальное уравнение теплопроводности в твердом теле. Начальные и граничные условия.

39. Применение метода Фурье к решению задач колебаний струны и теплопроводности.

40. Дифференциальные уравнения Лапласа и Пуассона. Задачи Дирихле и Неймана.

41. Теорема единственности решения граничных задач.

42. Фундаментальные решения уравнений Лапласа. Основная формула теории гармонических функций.

43. Формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для шара.

44. Функция Грина и ее приложение в решении краевых задач.

45. Классификация дифференциальных уравнений математической физики.

46. Приведение граничных задач к интегральным уравнениям. Основные положения теории интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма.

Теория вероятности и математической статистики

47. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.

48. Функция распределения, плотность распределения и их свойства.

49. Закон распределения Пуассона.

50. Закон нормального распределения.

51. Теорема Муавра-Лапласа.

Вычислительная математика

52. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Метод прогонки.

53. Численные методы решения двумерных краевых задач Дирихле и Неймана. Сетки и шаблоны, аппроксимация и устойчивость, сходимости разностных схем.

54. Дифференциальное уравнение вынужденного колебательного движения точки с учетом сопротивления. Явление резонанса.

VI. ЛИТЕРАТУРА

Теория моделирования

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001. — 320 с.
2. Краснощёков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. М.: Изд-во МГУ, 1983. — 264 с.

Математический анализ

1. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика: Учеб. для вузов Т.3: Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Дрофа, 2004. - 512 с.
2. Гаврилов В.Р., Иванова Е.Е., Морозова В.Д. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля – М.: Изд - во МГТУ им. Н.Э. Баумана 2003. – 492 с.
3. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965. - 427с.

Дифференциальные уравнения

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.:Наука, 1969. — 425 с.
2. Понтрягин Л.С. Дифференциальные уравнения и их приложения. М.: Едиториал УРСС, 2011. — 208 с.

Теория функции комплексного переменного

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит. 1973. -749 с
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. — 432 с.

Математическая физика

1. Тихонов А.Н. Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. — 735 с.
2. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Книга по Требованию, 2012. – 712с.
3. Очан Ю.С. Методы математической физики. М.: Высшая школа, 1965. - 383 с.

Теория вероятности и математической статистики

1. Венцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, Физматгиз, 1969 — 576с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2005.— 448 с.

Вычислительная математика

1. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1986. - 288 с.
2. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Лань, 2005 — 288с.